

# Justifications physiques et applications du modèle LIP pour le traitement des images obtenues en lumière transmise

## Physical Justifications and Applications of the LIP Model for the Processing of Transmitted Light Images

par François MAYET\*, Jean-Charles PINOLI (\*) (\*\*), Michel JOURLIN\*

\*Laboratoire Image, Signal et Acoustique, CNRS EP92, Ecole Supérieure de Chimie, Physique et Electronique  
31, place Bellecour F-69288 Lyon cedex 2

\*\*Péchiney, Centre de Recherches

Parc Economique Centr'Alp – BP 27 F-38340 Voreppe

### *résumé et mots clés*

Le modèle LIP (Logarithmic Image Processing) est un cadre mathématique qui fournit un ensemble spécifique d'opérations algébriques et fonctionnelles pour le traitement d'images et de signaux non-linéaires. Dans cet article, les idées initiales et quelques notions du modèle LIP sont d'abord introduites. Ensuite, il est montré que les lois physiques d'absorption des ondes lumineuses monochromatiques et panchromatiques s'expriment dans ce cadre mathématique. Les relations des opérations de base du modèle LIP avec plusieurs caractéristiques importantes des images obtenues en lumière transmise sont alors exposées. Finalement, l'efficacité du modèle LIP est illustrée dans quatre domaines du traitement d'image : la correction de dérive d'éclairage, la suppression de fond, la stabilisation et le contrôle de dynamique.

Traitement d'image, Lumière transmise, Lois d'absorption, Correction d'éclairage, Suppression de fond, Stabilisation et contrôle de dynamique.

### *abstract and key words*

The Logarithmic Image Processing (LIP) model is a mathematical framework which provides a special set of algebraic and functional operations for the processing of non-linear images and signals. In this paper, the initial ideas and some notions of the LIP model are firstly introduced. Then, it is shown that the physical absorption laws of monochromatic and panchromatic light waves may be expressed within this mathematical framework. The connections of the LIP model with several important physical characteristics of transmitted light images are exposed. Finally, the effectiveness of the LIP model is illustrated in four image processing areas : illumination correction, background removing, dynamic range stabilization and control.

Image processing, Transmitted light, Absorption laws, Illumination correction, Background removing, Dynamic range stabilization and control.

## 1. introduction

Les images obtenues par lumière transmise sont de nature physique non-linéaire [1, 2]. En effet, l'intensité de l'image résultante de la superposition de deux images obtenues en lumière

transmise n'est pas égale à la somme des intensités respectives. Par conséquent, lors de l'étude et du traitement de telles images, il n'est pas rigoureux d'utiliser les opérations mathématiques usuelles d'addition (+) et de multiplication scalaire ( $\times$ ) et donc la notion habituelle de linéarité.

Le modèle LIP (*Logarithmic Image Processing*), introduit au milieu des années quatre-vingt [3–5], est un cadre mathéma-

tique permettant de manipuler directement les intensités d'images obtenues en lumière transmise. Il propose un ensemble d'opérations algébriques et fonctionnelles pour le traitement d'images et de signaux non-linéaires de type logarithmique.

Le modèle LIP est non seulement rigoureusement établi mathématiquement [6], mais il est aussi compatible avec les lois physiques de formation d'images par transmittance [5] et par réflectance [7, 8], ainsi qu'avec les lois visuelles de Weber et de Fechner, le contraste psycho-physique et les caractéristiques d'inversion de l'échelle d'intensité et de saturation de la perception visuelle humaine [5–7], [9–14].

De plus, le modèle LIP a été favorablement comparé avec l'approche homomorphique multiplicative d'Oppenheim & Stockham pour le traitement d'image [1], [15], tant d'un point de vue mathématique, physique, qu'algorithmique [6, 7, 8], [13, 14], [16, 17].

D'autre part, dans le cadre de leurs travaux sur la restauration d'image, Brailean *et al.* [11–13] ont montré que le modèle LIP est mieux adapté que l'approche linéaire classique et que le modèle unificateur non-linéaire proposé par Xie & Stockham [18] pour la perception visuelle humaine des intensités de lumière.

Les avantages théoriques ont été confirmés par les nombreux articles publiés ou soumis pour publication dans différents domaines du traitement d'image : interpolation [5], [13, 14, 19–23], rehaussement [7], [13, 14, 19–24], reconstruction tridimensionnelle [19–23], calcul de contrastes [9], [25–28], restauration [10, 11], détection de contours [7], [9], [29, 30], segmentation [9], [26–28], décomposition multi-échelle [24] et compression [31].

Une courte synthèse des fondements et des applications du modèle LIP a été présentée dans [32]. Une revue plus complète est actuellement en préparation [17].

Après quelques rappels sur le modèle LIP (section 2), l'objet de cet article est de justifier physiquement le modèle LIP dans le cadre de l'imagerie à lumière transmise en montrant sa compatibilité avec la loi d'absorption des ondes monochromatiques et panchromatiques (section 3), puis d'interpréter physiquement les opérations de base du modèle LIP (section 4) et enfin d'illustrer l'intérêt applicatif de certaines d'entre elles : correction d'éclairage, suppression de fond, stabilisation et contrôle de dynamique (section 5).

## 2. rappels sur le modèle LIP

Dans cette section, les idées initiales ainsi que les notions de base du modèle LIP nécessaires pour la suite sont brièvement présentées. Le lecteur pourra se reporter à [6] pour un exposé mathématique complet.

### 2.1. idées initiales

Le modèle LIP a été introduit [3–5] en examinant le problème de l'addition des intensités de deux images, que ce soit en lumière transmise [1, 2] ou dans le cadre de la perception visuelle humaine [33, 34]. En effet, l'opération classique d'addition n'est pas compatible avec la nature non-linéaire de ces images, de telle sorte que la somme peut être parfois en dehors de l'intervalle borné dans lequel elle doit se situer. En imagerie digitale, l'addition classique est également problématique dans de nombreux cas pratiques [35], puisqu'elle conduit à des dépassements de l'intervalle des niveaux de gris et nécessite le recours à des troncatures ou à des changements d'échelles, qui occasionnent des pertes ou des distorsions d'information.

L'objectif initial du modèle LIP fut ainsi de définir une opération additive, close dans l'intervalle réel borné  $(0, M)$ , rigoureuse d'un point de vue mathématique et compatible avec certaines classes d'images d'un point de vue physique.

### 2.2. fonctions en tons de gris

Dans le modèle LIP, l'intensité d'une image est représentée par sa fonction en tons de gris associée. Une telle fonction est définie sur un domaine spatial  $D$ , appelé le support spatial, et prend ses valeurs dans l'intervalle réel borné  $[0, M]$  (dans le cas digital  $M$  est égal à 256 pour une image codée sur 8 bits). L'intensité d'une image est notée  $I(x, y)$  et sa fonction en tons de gris associée est notée  $f(x, y)$ . La valeur d'une fonction en tons de gris en un point  $(x, y)$  du support spatial  $D$  est appelé un ton de gris et l'intervalle réel  $[0, M]$  est appelé l'intervalle des tons de gris.

Dans le cadre de l'imagerie à lumière transmise une fonction en tons de gris  $f(x, y)$  est considérée comme un filtre de l'intensité lumineuse et est définie par la relation suivante :

$$f(x, y) = M \left( 1 - \frac{I(x, y)}{I_0(x, y)} \right), \quad (1)$$

où  $I_0(x, y)$  et  $I(x, y)$  désignent respectivement l'intensité incident et l'intensité transmise (figure 1).

En fait, d'après la définition (1), une fonction en tons de gris  $f(x, y)$  représente l'opacité du milieu absorbant considéré, puisque le rapport  $\frac{I(x, y)}{I_0(x, y)}$  n'est autre que la transmittance de ce milieu [2]. Les limites de l'intervalle  $[0, M]$  des tons de gris ont alors la signification physique suivante : la valeur 0 correspond à un point totalement transparent et la valeur  $M$  à un point totalement opaque.

### 2.3. la structure vectorielle

L'ensemble des fonctions en tons de gris définies sur le support spatial  $D$  et à valeurs dans l'intervalle borné  $[0, M]$  est noté  $I(D, M)$ . L'addition de deux fonctions en tons de gris  $f(x, y)$

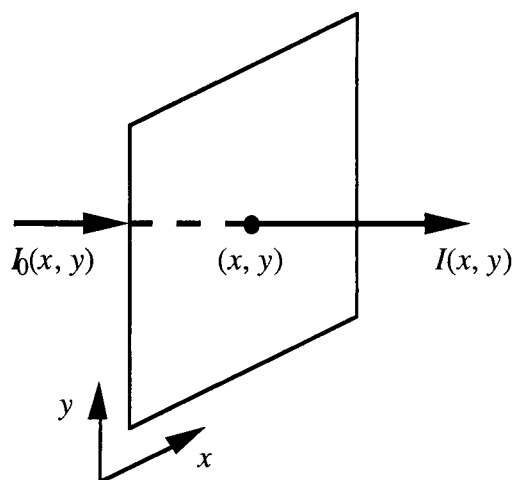


Figure 1. – Dans le cadre du modèle LIP appliqué à l'imagerie en lumière transmise, une fonction en tons de gris est considérée comme un filtre de l'intensité lumineuse. Les intensités incidente et transmise au point  $(x, y)$  du filtre (représenté symboliquement par un carré en perspective) sont respectivement  $I_0(x, y)$  et  $I(x, y)$ .

et  $g(x, y)$ , notée  $f(x, y) \triangle g(x, y)$ , et la multiplication scalaire d'une fonction en tons de gris  $f(x, y)$  par un nombre réel positif  $\lambda$ , notée  $\lambda \triangle f(x, y)$ , sont définies respectivement par :

$$f(x, y) \triangle g(x, y) = f(x, y) + g(x, y) - \frac{f(x, y)g(x, y)}{M} \quad (2)$$

et

$$\lambda \triangle f(x, y) = M - M \left( 1 - \frac{f(x, y)}{M} \right)^\lambda \quad (3)$$

L'ensemble  $I(D, M)$  est un cône positif [36] pour les opérations algébriques spécifiques  $\triangle$  et  $\triangle$ , puisque ces opérations sont closes dans  $[0, M[$ , que l'addition  $\triangle$  est commutative et associative, que la multiplication scalaire  $\triangle$  est associative et distributive par rapport à l'addition  $\triangle$  et que la fonction de gris nulle  $0(x, y)$  est l'élément neutre pour l'addition  $\triangle$ .

L'ensemble  $I(D, M)$  devient alors le cône positif de l'ensemble des fonctions définies sur  $D$  et à valeurs dans l'intervalle réel  $] - \infty, M[$ , qui est un espace vectoriel réel ordonné [37] pour les opérations algébriques spécifiques  $\triangle$  et  $\triangle$  et pour la relation d'ordre usuelle notée  $\geq$ .

La différence entre deux fonctions en tons de gris  $f(x, y)$  et  $g(x, y)$ , notée  $f(x, y) \triangle g(x, y)$ , est définie par :

$$f(x, y) \triangle g(x, y) = M \frac{f(x, y) - g(x, y)}{M - g(x, y)}. \quad (4)$$

Il est important de remarquer que cette différence est positive pour deux fonctions en tons de gris  $f(x, y)$  et  $g(x, y)$  qui vérifient l'inégalité suivante  $f(x, y) \geq g(x, y)$ .

Dans la suite de cet article, les opérations algébriques  $\triangle$ ,  $\triangle$  et  $\triangle$  seront désignées respectivement par *addition LIP*, *multiplication LIP* et *soustraction LIP*.

### 3. compatibilité du modèle LIP avec les lois d'absorption de type exponentiel

La compatibilité du modèle LIP avec l'imagerie à lumière transmise a été établie dans un article précédent [5] en se basant sur la notion de transmittance. Dans cette section, une nouvelle démonstration est proposée. Elle met en évidence la compatibilité de ce modèle avec les lois d'absorption de type exponentiel, telles que celles des ondes monochromatiques et panchromatiques.

#### 3.1. les lois physiques d'absorption exponentielles

##### 3.1.1. l'atténuation des ondes monochromatiques

L'atténuation d'une onde monochromatique à travers un milieu absorbant suit une loi exponentielle de la forme [38–40] :

$$I(x, y) = I_0(x, y) \exp(-\mu(x, y) z(x, y)), \quad (5)$$

où  $I_0(x, y)$  est l'intensité de l'onde monochromatique incidente,  $z(x, y)$  est l'épaisseur du milieu traversé,  $\mu(x, y)$  est le coefficient d'atténuation linéique caractéristique du milieu (supposé constant sur l'épaisseur traversée, i. e.  $\mu(x, y)$  est indépendant de  $z(x, y)$ ), et  $I(x, y)$  est l'intensité transmise (figure 2).

##### 3.1.2. l'atténuation des ondes panchromatiques

L'intensité d'une lumière panchromatique (c'est-à-dire une lumière polychromatique proche de la lumière blanche) traversant

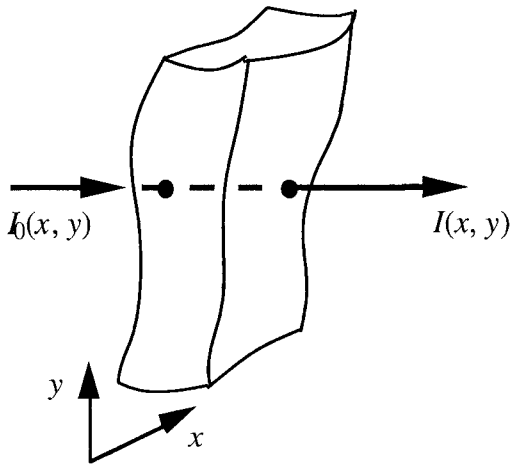


Figure 2. – Illustration de l’atténuation de l’intensité d’une onde monochromatique traversant un milieu absorbant (représenté symboliquement par un “patatoïde” en perspective). Les intensités incidente et transmise sont respectivement  $I_0(x, y)$  et  $I(x, y)$ . Les points d’entrée et de sortie sont symbolisés par les deux points ronds. Leur distance est l’épaisseur  $z(x, y)$ .

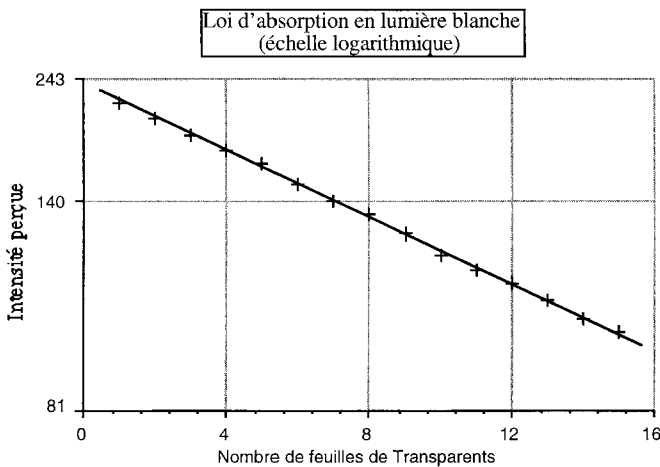


Figure 3. – Vérification pratique de la variation linéaire du logarithme de l’intensité transmise lors de la traversée de feuilles transparentes en fonction du nombre  $n$  de couches.

un milieu absorbant est aussi atténuée suivant une loi exponentielle [1, 2]. Nous avons vérifié en pratique la forme de cette loi en lumière blanche lors de la traversée de  $n$  couches de feuilles transparentes ( $n$  variant de 1 à 15), à l’aide d’une caméra CCD et d’une carte d’acquisition d’images du commerce (figure 3).

### 3.1.3. d’autres lois d’atténuation exponentielles

Cette forme de loi exprime également l’atténuation de l’intensité des rayons X [41], d’une onde monochromatique lumineuse transmise à travers un milieu absorbant solide, liquide ou gazeux (loi de Beer–Lambert) [41], ainsi que d’une onde acoustique sonore ou ultrasonore dans l’air [42].

## 3.2. compatibilité du modèle LIP

Le modèle LIP permet de manipuler directement les fonctions représentant une absorption de type exponentiel. En effet, les fonctions réelles  $\xi(z)$  vérifiant la relation :

$$\xi(z_1 + z_2) = \xi(z_1) + \xi(z_2) - \xi(z_1)\xi(z_2)/M \quad (6)$$

sont du type :

$$\xi(z) = M - M \exp(-az), \quad (7)$$

où  $a$  est un nombre réel positif indépendant de  $z$  (voir la démonstration en annexe 1). Dans le cadre de l’imagerie à lumière transmise, elles s’écrivent alors sous la forme (en appliquant la formule (5)) :

$$\xi(z(x, y)) = M \left( 1 - \frac{I(x, y)}{I_0(x, y)} \right) \quad (8)$$

et représentent donc l’opacité d’un milieu d’épaisseur  $z(x, y)$ , de coefficient d’absorption linéique  $\mu(x, y)$  (supposé indépendant de  $z(x, y)$ ), éclairé par une intensité lumineuse  $I_0(x, y)$  et transmettant l’intensité  $I(x, y)$ .

Ainsi, l’addition  $\triangleup$  du modèle LIP permet d’exprimer les lois d’absorption de type exponentiel, notamment celles des ondes monochromatiques et panchromatiques. Le modèle LIP fournit donc un cadre mathématique permettant de manipuler les images obtenues par transmission.

## 4. interprétations physiques des opérations de base du modèle LIP

Cette section a pour objet d’interpréter physiquement les opérations de base du modèle LIP, c’est-à-dire l’addition  $\triangleup$ ,

la soustraction  $\triangleleft$ , et la multiplication scalaire  $\triangle\times$ , dans le contexte de l’imagerie à lumière transmise. Les équivalences entre addition LIP et superposition de deux milieux absorbants, entre soustraction LIP et dissociation de deux milieux absorbants, puis entre multiplication LIP et modification d’épaisseur sont successivement établies.

#### 4.1. addition LIP et superposition de deux milieux absorbants

Soient deux milieux d'épaisseurs  $z_1(x, y)$  et  $z_2(x, y)$  et de coefficients d'absorptions linéiques  $\mu_1(x, y)$  et  $\mu_2(x, y)$  qui transmettent respectivement les intensités  $I_1(x, y)$  et  $I_2(x, y)$  pour une intensité incidente égale à  $I_0(x, y)$  :

$$I_1(x, y) = I_0(x, y) \exp(-\mu_1(x, y) z_1(x, y)) \quad (9)$$

et

$$I_2(x, y) = I_0(x, y) \exp(-\mu_2(x, y) z_2(x, y)). \quad (10)$$

L'intensité totale  $I(x, y)$  transmise par ces deux milieux superposés pour une intensité incidente  $I_0(x, y)$  est alors égale à (d'après la relation (5)) :

$$I(x, y) = I_0(x, y) \exp(-\mu_1(x, y) z_1(x, y)) \exp(-\mu_2(x, y) z_2(x, y)), \quad (11)$$

c'est-à-dire

$$I(x, y) = \frac{I_1(x, y) I_2(x, y)}{I_0(x, y)}. \quad (12)$$

L'addition, au sens du modèle LIP, des fonctions en tons de gris  $f_1(x, y) = M\left(1 - \frac{I_1(x, y)}{I_0(x, y)}\right)$  et  $f_2(x, y) = M\left(1 - \frac{I_2(x, y)}{I_0(x, y)}\right)$  associées à ces deux milieux, donne, d'après les formules (2) et (12) :

$$\begin{aligned} f(x, y) &= f_1(x, y) \triangleplus f_2(x, y) \\ &= M\left(1 - \frac{I_1(x, y) I_2(x, y)}{I_0(x, y) I_0(x, y)}\right) \\ &= M\left(1 - \frac{I(x, y)}{I_0(x, y)}\right) \end{aligned} \quad (13)$$

qui est la fonction en tons de gris  $f(x, y)$  associée à ces deux milieux superposés.

Ainsi, l'addition  $\triangleplus$  au sens du modèle LIP de deux fonctions de gris associées à deux milieux absorbants correspond à la superposition de ces deux milieux.

#### 4.2. soustraction LIP et dissociation de deux milieux absorbants

Considérons à nouveau les deux milieux précédents qui transmettent respectivement les intensités  $I_1(x, y)$  et  $I_2(x, y)$  pour une intensité incidente égale à  $I_0(x, y)$ , et qui superposés transmettent une intensité  $I(x, y)$ .

La soustraction, au sens du modèle LIP, de la fonction en tons de gris  $f_2(x, y) = M\left(1 - \frac{I_2(x, y)}{I_0(x, y)}\right)$ , associé au second milieu, de

la fonction en tons de gris  $f(x, y) = M\left(1 - \frac{I(x, y)}{I_0(x, y)}\right)$ , associée à ces deux milieux superposés, donne, d'après les formules (4) et (12) :

$$\begin{aligned} f(x, y) \triangleminus f_2(x, y) &= M \frac{f(x, y) - f_2(x, y)}{M - f_2(x, y)} \\ &= M\left(1 - \frac{I(x, y)}{I_2(x, y)}\right) \\ &= M\left(1 - \frac{I_1(x, y)}{I_0(x, y)}\right). \end{aligned} \quad (14)$$

Ainsi, la soustraction  $\triangleminus$  au sens du modèle LIP de deux fonctions en tons de gris associées à deux milieux absorbants correspond donc à la dissociation de ces deux milieux.

#### 4.3. multiplication LIP et modification d'épaisseur d'un milieu absorbant

Soit un milieu d'épaisseur  $z(x, y)$ , de coefficient d'absorption linéique  $\mu(x, y)$  et éclairé par une intensité  $I_0(x, y)$ . L'intensité transmise est alors donnée par la formule suivante :

$$I(x, y) = I_0(x, y) \exp(-\mu(x, y) z(x, y)). \quad (15)$$

La multiplication par un nombre réel strictement positif au sens du modèle LIP de la fonction en tons de gris

$$f(x, y) = M\left(1 - \frac{I(x, y)}{I_0(x, y)}\right)$$

associée à ce milieu donne, d'après les formules (3) et (15) :

$$\begin{aligned} \lambda \triangle\times f(x, y) &= M - M\left(1 - \frac{f(x, y)}{M}\right)^\lambda \\ &= M\left(1 - \left(\frac{I(x, y)}{I_0(x, y)}\right)^\lambda\right) \\ &= M\left(1 - \frac{I_\lambda(x, y)}{I_0(x, y)}\right), \end{aligned} \quad (16)$$

où

$$I_\lambda(x, y) = I_0(x, y) \exp\left(-\mu(x, y) \lambda z(x, y)\right).$$

L'intensité  $I_\lambda(x, y)$  est l'intensité que transmettrait le même milieu, mais  $\lambda$  fois plus épais, éclairé par l'intensité  $I_0(x, y)$ .

Ainsi, la multiplication  $\triangle\times$  au sens du modèle LIP d'une fonction en tons de gris associée à un milieu absorbant par un nombre réel strictement positif  $\lambda$  revient donc à considérer ce même milieu avec une épaisseur multipliée par  $\lambda$ .

## 5. applications au traitement d'image

### 5.1. fonctions en tons de gris et intensités absorbées normalisées

Dans la suite de cet article, nous supposons que l'intensité  $I_0(x, y)$  utilisée dans le modèle LIP est constante et sera donc notée  $I_0$ . Cette hypothèse peut être émise sans perte de généralité puisque le cas où un milieu est soumis à un éclairage d'intensité  $I_e(x, y)$  non constante s'exprime alors simplement dans le cadre du modèle LIP par la relation suivante :

$$f(x, y) = f_e(x, y) \triangleplus f_t(x, y), \quad (17)$$

où

$$\begin{aligned} f(x, y) &= M \left( 1 - \frac{I(x, y)}{I_0} \right), \\ f_e(x, y) &= M \left( 1 - \frac{I_e(x, y)}{I_0} \right), \\ f_t(x, y) &= M \left( 1 - \frac{I_t(x, y)}{I_0} \right) \end{aligned}$$

représentent les fonctions en tons de gris associées respectivement à l'intensité transmise  $I(x, y)$  par le milieu soumis à l'éclairage non constant, puis à l'intensité  $I_e(x, y)$  de l'éclairage et enfin à l'intensité  $I_t(x, y)$  qui serait transmise par le milieu avec  $I_0$  comme intensité incidente.

Une fonction en tons de gris  $f(x, y)$  correspond donc à une intensité  $I(x, y)$  normalisée par les valeurs  $I_0$  et  $M$ .

### 5.2. fonctions en tons de gris et fonctions en niveaux de gris

Dans les cas pratiques illustrés ci-après, les images considérées sont issues d'un système d'acquisition linéaire (caméra CCD). Une fonction en tons de gris (continus)  $f(x, y)$  est alors simplement liée à la fonction en niveaux de gris (continus) classique [43, 44] correspondante  $f_c(x, y)$  par la relation suivante :

$$f(x, y) = M - f_c(x, y), \quad (18)$$

en rappelant que  $f(x, y)$  représente l'opacité du milieu observé définie par la formule (1).

De plus, les images considérées seront digitalisées sur 256 niveaux de gris (discrets), au moyen d'une quantification par « partie entière ». La relation entre une fonction en tons de gris (discrets)

$f(x, y)$  et sa fonction en niveaux de gris (discrets) [43, 44] correspondante  $f_c(x, y)$  est alors :

$$f(x, y) = M - f_c(x, y) - 1. \quad (19)$$

Remarque sur les formules (18) et (19) :

Concernant la formule (18), il est important de noter que l'échelle des tons de gris  $[0, M[$  est inversée par rapport à l'échelle classique des niveaux de gris, car la valeur 0 (correspondant physiquement à une transparence totale) est l'élément neutre de l'addition  $\triangleplus$  du modèle LIP. En raison de cette inversion et de la discrétisation par partie entière de l'intervalle  $[0, M[$ , le nombre entier  $-1$  apparaît dans la formule (19) pour que  $f(x, y)$ , comme  $f_c(x, y)$ , soit à valeurs dans l'intervalle de nombre entiers  $[0, 255[$ .

Les formules (18) et (19) montrent que le modèle LIP s'applique facilement au traitement d'images continues ou discrètes, puisque l'utilisation des fonctions en tons de gris est aussi simple que celle des fonctions en niveaux de gris.

### 5.3. correction des dérives d'éclairage

Considérons le cas d'un milieu observé sous un éclairage non uniforme d'intensité  $I_e(x, y)$ . Si cet éclairage est accessible, il est donc possible d'obtenir l'image de l'éclairage seul, c'est-à-dire  $M \frac{I_e(x, y)}{I_0}$ , et celle du milieu soumis à cet éclairage, c'est-à-dire  $M \frac{I(x, y)}{I_0}$ .

Dans le cadre du modèle LIP, une dérive d'éclairage est alors corrigée en effectuant la différence des deux fonctions en tons de gris associées  $f(x, y)$  et  $f_e(x, y)$  (d'après le paragraphe 4.2), c'est-à-dire :

$$f(x, y) \triangleminus f_e(x, y). \quad (20)$$

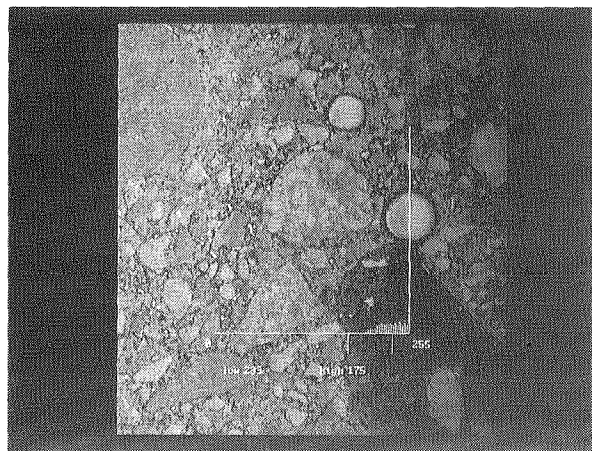
L'expérience montre que les dérives d'éclairages sont effectivement supprimées (figure 4).

### 5.4. suppression de fond

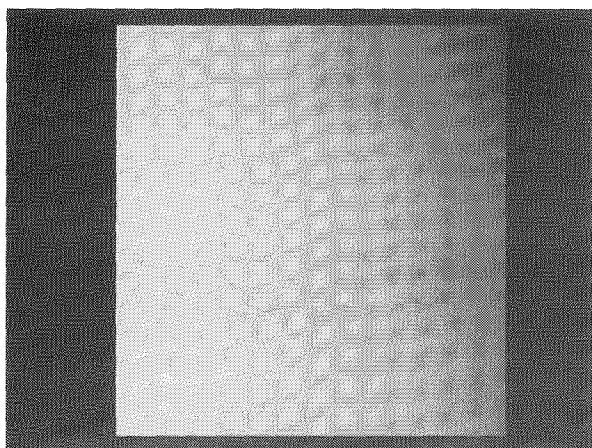
La suppression de fond consiste à extraire l'information propre à un objet de l'information relative à son fond. Cette opération peut être effectuée dans le cadre du modèle LIP en utilisant la soustraction LIP.

En effet,  $f(x, y)$  et  $g(x, y)$  désignant respectivement les fonctions en tons de gris associées à l'image complète (objet et fond) et à l'image du fond seulement, l'image de l'objet seul est alors représentée par la fonction en tons de gris  $h(x, y)$  définie par :

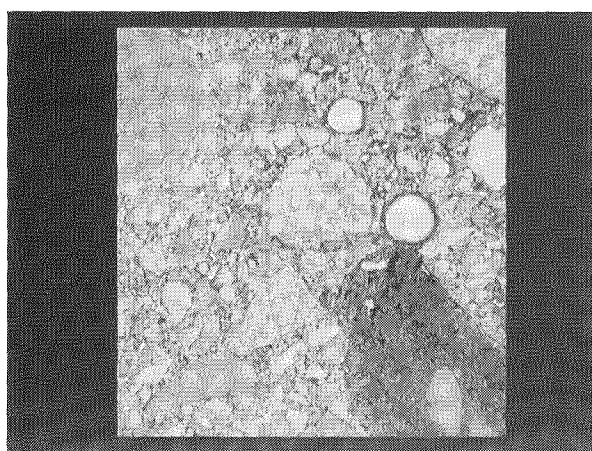
$$h(x, y) = f(x, y) \triangleminus g(x, y). \quad (21)$$



a) image originale présentant une dérive d'éclairement.

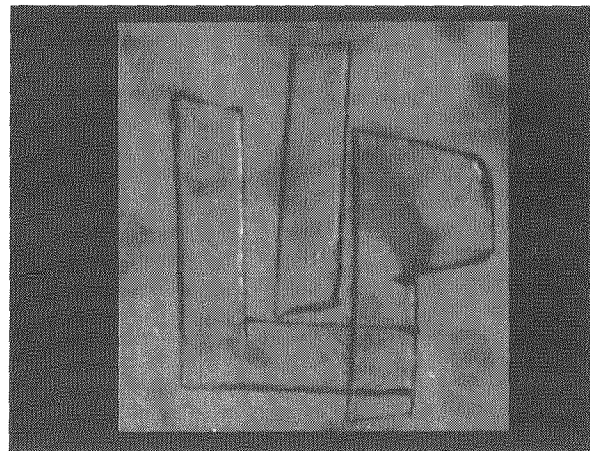


b) image de la dérive d'éclairement.

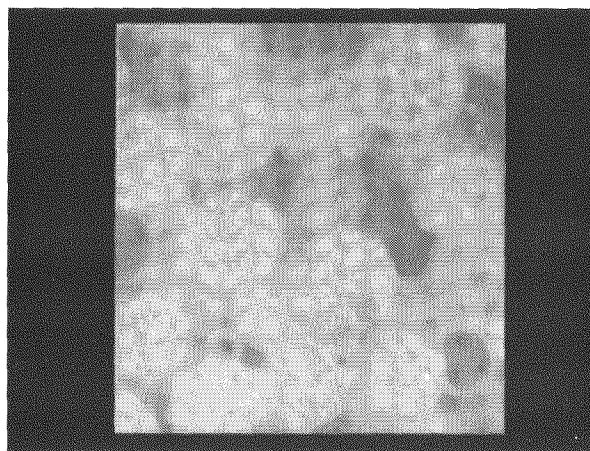


c) image originale corrigée de la dérive d'éclairement.

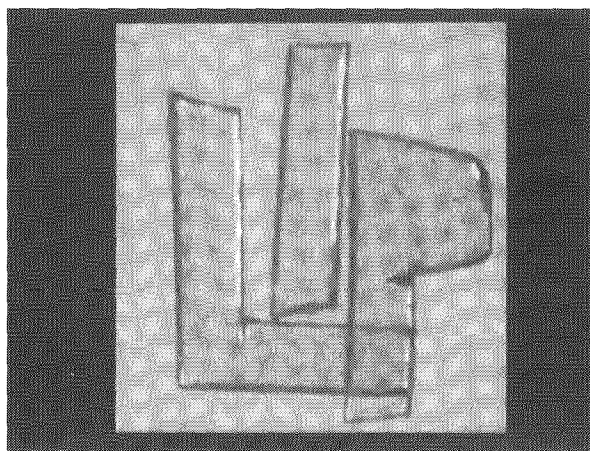
Figure 4. – Correction par utilisation de la soustraction du modèle LIP sur une image d'une réplique en résine de la surface d'un béton observée par transmission de la dérive d'éclairement.



a) image originale présentant un objet sur un fond.



b) image du fond seul.



c) image originale corrigée du fond.

Figure 5. – Suppression d'un fond par utilisation de la soustraction du modèle LIP (d'après [45]).

### 5.5. stabilisation de dynamique et épaisseur optimale d'observation

Lors de l'observation d'un milieu absorbant d'épaisseur  $z(x, y)$  et de coefficient d'absorption linéique  $\mu(x, y)$ , la dynamique de l'image obtenue peut s'avérer insuffisante. La raison la plus fréquente est que le milieu est trop mince ou trop épais (compte tenu de l'éclairage utilisé et du capteur). L'image est alors trop blanche ou trop noire.

Le modèle LIP permet de définir une transformation maximisant la dynamique d'une image tout en conservant un sens physique.

La dynamique  $d$  d'une image s'exprime par :

$$d = f_{\max} - f_{\min} \quad (22)$$

où  $f_{\max}$  et  $f_{\min}$  désignent les valeurs maximale et minimale de la fonction en tons de gris  $f(x, y)$  correspondante. Ces valeurs extrémales sont liées aux valeurs maximale  $I_{\max}$  et minimale  $I_{\min}$  de l'intensité  $I(x, y)$  transmise, selon les relations suivantes :

$$f_{\max} = M \left( 1 - \frac{I_{\max}}{I_0} \right) \quad (23)$$

et

$$f_{\min} = M \left( 1 - \frac{I_{\min}}{I_0} \right) \quad (24)$$

Dans le cas où tous les tons de gris d'une image sont strictement positifs et ne sont pas tous égaux, c'est-à-dire :

$$0 < f_{\min} < f_{\max} < M \quad (25)$$

le modèle LIP permet de calculer le coefficient  $\alpha_s$  par lequel il faut multiplier la fonction en tons de gris  $f(x, y)$  afin d'obtenir une image homothétique (de fonction en tons de gris  $\alpha_s \triangleq f(x, y)$ ) présentant une dynamique maximale.

Ce coefficient  $\alpha_s$ , appelé *coefficient de stabilisation de dynamique*, est un nombre réel strictement positif donné par la formule suivante [14] :

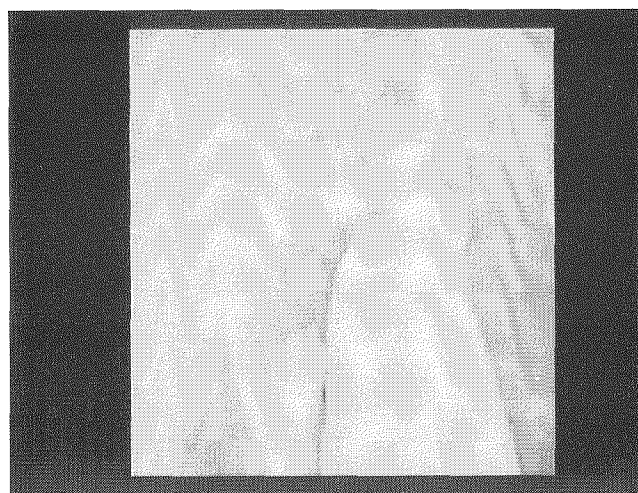
$$\alpha_s = \frac{\ln \left( \frac{\ln \left( \frac{M - f_{\min}}{M} \right)}{\ln \left( \frac{M - f_{\max}}{M} \right)} \right)}{\ln \left( \frac{M - f_{\max}}{M - f_{\min}} \right)} \quad (26)$$

Ainsi (d'après le paragraphe 4.3), le coefficient de stabilisation de dynamique au sens du modèle LIP revient à calculer l'épaisseur optimale du milieu absorbant pour laquelle l'observation a la meilleure dynamique.

Cette méthode a été employée avec succès pour la stabilisation de dynamique d'images obtenues par microscopie et par radiographie [14], [23], ainsi que pour des images infrarouges [14]. Elle est illustrée dans la figure 6 sur une image obtenue par angiographie.



a) image sous-exposée.

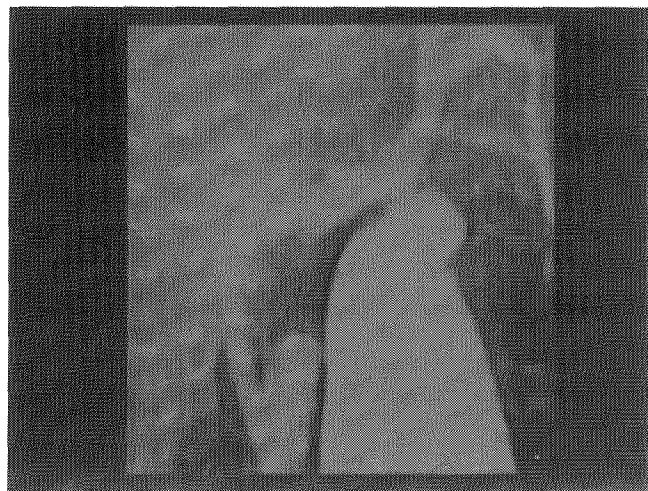


b) image sur-exposée.



c) image corrigée de la sous-exposition.





d) image corrigée de la sur-exposition.

Figure 6. – Stabilisation de dynamique au sens du modèle LIP d'une image obtenue par angiographie (d'après [45]).

## 5.6. contrôle de dynamique

En se replaçant dans le cas précédent (paragraphe 5.5), le modèle LIP permet de calculer le coefficient  $\alpha_c$  par lequel il faut multiplier la fonction en tons de gris  $f(x, y)$  afin d'obtenir une image homothétique (avec  $\alpha_c \triangleq f(x, y)$  pour fonction en tons de gris) présentant une dynamique  $d_0$  fixée ( $d_0$  appartenant à  $]0, M[$ ).

Ce coefficient  $\alpha_c$ , appelé *coefficient de contrôle de dynamique*, est un nombre réel strictement positif donné par la formule suivante (voir la démonstration en annexe 2) :

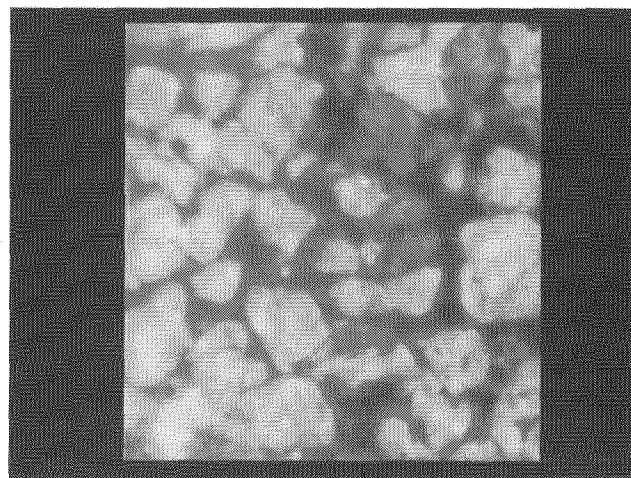
$$\alpha_c = \frac{\ln\left(\frac{M - d_0}{M}\right)}{\ln\left(\frac{M - f_{\max} + f_{\min}}{M}\right)} \quad (27)$$

Ainsi (d'après le paragraphe 4.3), le contrôle de dynamique au sens du modèle LIP revient à normaliser l'épaisseur du milieu absorbant étudié.

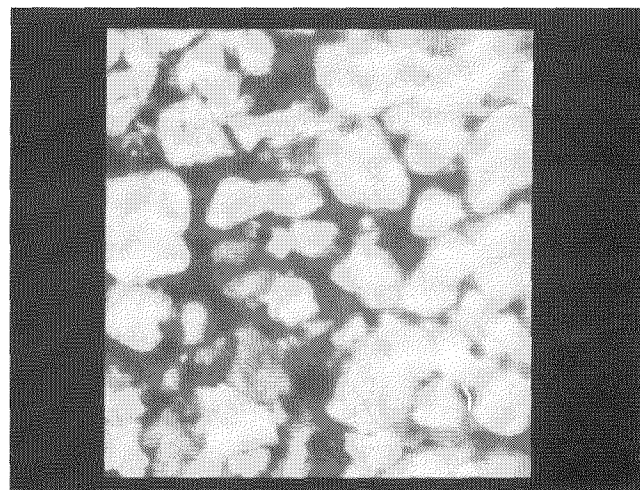
Cette méthode est illustrée en figure 7.

## 6. conclusion

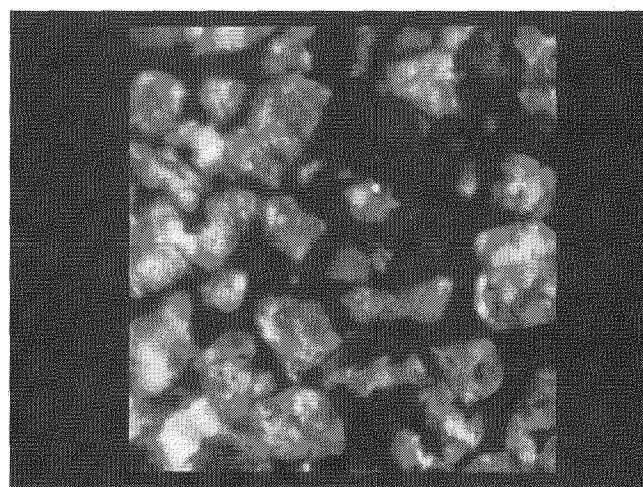
Le modèle LIP est donc compatible avec les lois physiques d'absorption de type exponentiel. Ses opérations de base présentent des interprétations physiques simples. Le modèle LIP fournit ainsi un cadre mathématique rigoureux, justifié physiquement, pour le traitement et l'analyse des images obtenues en lumière transmise.



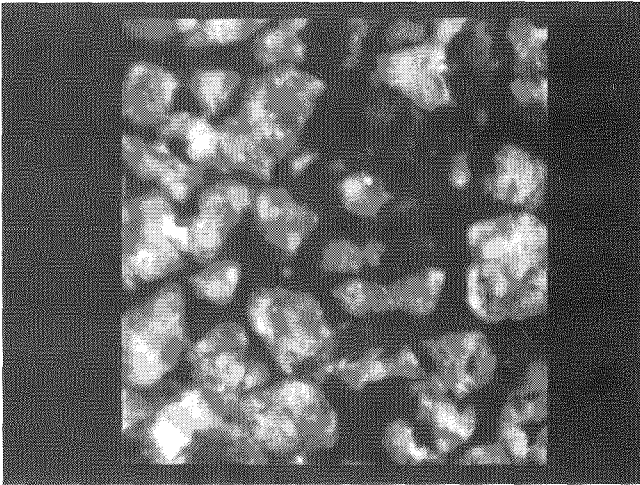
a) image sous-exposée.



b) image sur-exposée.



c) image corrigée de la sous-exposition.



d) image corrigée de la sur-exposition.

Figure 7. – Contrôle de la dynamique au sens du modèle LIP de l'image d'une réplique en résine de la surface d'un béton observée par transmission.

Son intérêt et son efficacité pratiques (justification physique et mathématique des algorithmes, introduction de techniques originales telles que la stabilisation de dynamique) ont été illustrés dans quatre domaines du traitement d'image : la suppression de fond, la correction d'éclairage, la stabilisation et le contrôle de dynamique.

Les travaux de recherche portent actuellement sur la compatibilité des notions « complexes » du modèle LIP (fonctions en tons de gris complexes et opérations associées [6]) avec les lois de déphasage des ondes lumineuses monochromatiques traversant des milieux absorbants.

## 7. annexes

### 7.1. preuve de la formule (7)

Les fonctions réelles  $\xi(z)$  vérifiant la formule (6) :

$$\xi(z_1 + z_2) = \xi(z_1) + \xi(z_2) - \xi(z_1)\xi(z_2)/M,$$

satisfont à la relation équivalente :

$$\frac{M - \xi(z_1 + z_2)}{M} = \left( \frac{M - \xi(z_1)}{M} \right) \left( \frac{M - \xi(z_2)}{M} \right).$$

Ainsi, les fonctions  $\eta(z)$  définies par :

$$\eta(z) = \frac{M - \xi(z)}{M},$$

sont telles que

$$\eta(z_1 + z_2) = \eta(z_1)\eta(z_2),$$

et sont donc égales à :

$$\eta(z) = \exp(-az),$$

où  $a$  est un nombre réel positif.

En conséquence, les fonctions réelles  $\xi(z)$  s'expriment par :

$$\xi(z) = M - M \exp(-az).$$

Q.E.D.

### 7.2. preuve de la formule (27)

Le coefficient de contrôle de dynamique  $\alpha_c$  est le nombre réel strictement positif satisfaisant l'équation suivante :

$$\alpha_c \triangleleft (f_{\max} - f_{\min}) = d_0.$$

En utilisant la définition (3) de la multiplication LIP  $\triangleleft$  et l'application logarithme népérien  $\ln(\cdot)$ , l'équation précédente s'exprime alors de la manière suivante :

$$\alpha_c \ln \left( \frac{M - f_{\max} + f_{\min}}{M} \right) = \ln \left( \frac{M - d_0}{M} \right).$$

Q.E.D.

### Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier le Centre Scientifique et Technique du Bâtiment de Grenoble pour la mise à disposition des images originales des figures 4 et 7.

### BIBLIOGRAPHIE

- [1] Stockham T.G., Jr., « Image processing in the context of a visual model », *Proceedings of the IEEE*, Vol. 60, n°7, July 1972, pp. 828–842.
- [2] Dainty J.C., Shaw R., *Image Science*, Academic Press, London, 1974.
- [3] Jourlin M., Pinoli J.C., « A model for logarithmic image processing », Département de Mathématiques, n°3, Université de Saint-Etienne, Décembre 1985.
- [4] Jourlin M., Pinoli J.C., « Logarithmic image processing », *Acta Stereologica*, Vol. 6, n°3, December 1987, pp. 651–656.
- [5] Jourlin M., Pinoli J.C., « A model for logarithmic image processing », *Journal of Microscopy*, Vol. 149, n°1, January 1988, pp. 21–35.
- [6] Pinoli J.C., « Modélisation et traitement des images logarithmiques : Théorie et applications fondamentales », Département de Mathématiques, n°6, Université de Saint-Etienne, Décembre 1992.
- [7] Deng G., « Image and signal processing using the logarithmic image processing model », *Ph. D. thesis*, Department of Electronic Engineering, University of La Trobe, Australia, June 1993, 216 pages.
- [8] Deng G., Cahill L.W., « Image modelling and processing using the logarithmic image processing model », *Proceedings of the IEEE Workshop on Visual Processing and Communications*, Melbourne, Australia, September 1993, pp. 61–64.

- [9] Jourlin M., Pinoli J.C., Zeboudj R., « Contrast definition and contour detection for logarithmic images », *Journal of Microscopy*, Vol. 156, n°1, October 1989, pp. 33–40.
- [10] Brailean J.C., Giger M.L., Chen C.T., Sullivan B.J., « A quantitative performance evaluation of the EM algorithm applied to radiographic images », *Proceedings of SPIE Symposium on Electronic Imaging Science and Technology, Conference on Biomedical Image Processing 2*, Vol. 1450, San Jose, CA, US, February–March 1991, pp. 40–46.
- [11] Brailean J.C., Sullivan B.J., Chen C.T., Giger M.L., « Evaluating the EM algorithm for image processing using a human fidelity criterion », *Proceedings of IEEE-ICASSP*, April 1991, pp. 2957–2960.
- [12] Brailean J.C., Little D., Giger M.L., Chen C.T., Sullivan B.J., « Application of the EM algorithm to radiographic images », *Medical Physics*, Vol. 19, n°5, September–October 1992, pp. 1175–1182.
- [13] Deng G., Cahill L.W., Tobin G.R., « The study of the logarithmic image processing model and its application to image enhancement », *IEEE Transactions on Image Processing*, Vol. IP-4, n°4, April 1995, pp. 506–512.
- [14] Jourlin M., Pinoli J.C., « Image dynamic range enhancement and stabilization in the context of the logarithmic image processing model », *Signal Processing*, Vol. 41, n°2, January 1995, pp. 225–237.
- [15] Oppenheim A.V., Schaffer R.W., Stockham T.G., Jr., « Nonlinear filtering of multiplied and convolved signals », *Proceedings of the IEEE*, Vol. 56, n°8, August 1968, pp. 1264–1291.
- [16] Pinoli J.C., « A comparative study of the multiplicative homomorphic, logarithmic and Log-ratio, image processing approaches », submitted.
- [17] Deng G., Cahill L.W., Jourlin M., Pinoli J.C., « A survey of the fundamentals and digital applications of the logarithmic image processing model », in preparation.
- [18] Xie Z., Stockham T.G., Jr., « Toward the unification of three visual laws and two visual models in brightness perception », *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, Vol. SMC-19, n°2, March/April 1989, pp. 379–387.
- [19] Fortin T., Coudert J.L., Jourlin M., « Dental surgery planning tool for low-cost imaging workstations », *Proceedings of IEEE-EMBS Conference*, Paris, France, October 1992, pp. 838–839.
- [20] Gremillet P., Pinoli J.C., Jourlin M., Fortin T., Coudert J.L., « Physically and mathematically consistent 3-D image reconstruction, display and measurement, from X-ray scanned serial cross sections », in preparation for *IEEE Transactions on Medical Imaging*.
- [21] Bron C., Gremillet P., Launay D., Jourlin M., Gautschi H.P., Bächli T., Schüpbach J., « Three dimensional electron microscopy of entire cells », *Journal of Microscopy*, Vol. 157, n°1, January 1990, pp. 115–126.
- [22] Gremillet P., Jourlin M., Bron C., Schüpbach J., Gautschi P., Bächli T., « Dedicated image analysis techniques for three-dimensional reconstruction from serial sections in electron microscopy », *Machine Vision and Applications*, Vol. 4, n°4, 1991, pp. 263–270.
- [23] Gremillet P., Jourlin M., Pinoli J.C., « LIP-model-based three-dimensional reconstruction and visualization of HIV infected entire cells », *Journal of Microscopy*, Vol. 174, n°1, April 1994, pp. 31–38.
- [24] Deng G., Cahill L.W., « Multiscale image enhancement using the logarithmic image processing model », *Electronics Letters*, Vol. 29, n°3, April 1993, pp. 803–804.
- [25] Pinoli J.C., « A contrast definition for logarithmic images in the continuous setting », *Acta Stereologica*, Vol. 10, n°1, June 1991, pp. 85–96.
- [26] Roux B., Faure R.M., « Recognition and quantification of clinker phases by image analysis », *Acta Stereologica*, Vol. 11, n°suppl. 1, February 1992, pp. 149–154.
- [27] Roux B., « Mise au point d'une méthode d'analyse d'images qui reconnaît et quantifie les phases de clinkers », *Thèse de doctorat en sciences*, Université de Saint-Étienne, France, Janvier 1993, 226 pages.
- [28] Konik H., Calonnier M., Laget B., « Segmentation d'images par utilisation de pyramides à bases locales », *Traitement du Signal*, Vol. 10, n°4, 1993, pp. 283–295.
- [29] Deng G., Cahill L.W., « Contrast edge detection using the logarithmic image processing model », *Proceedings of International Conference on Signal Processing*, Beijing, China, October 1993, pp. 792–795.
- [30] Deng G., Pinoli J.C., « Differentiation-based edge-detection using the logarithmic image processing model », submitted.
- [31] Deng G., Cahill L.W., « Low bit rate image coding using sketch and JBIG », to appear in *Proceedings of SPIE Conference on Electronic Imaging*, February 1995, San Jose, Michigan, USA.
- [32] Deng G., Cahill L.W., « The logarithmic image processing model and its applications », *Proceedings of 27th Asilomar Conference on Signal, Systems and Computers*, California, US, November 1993, Vol. 2, pp. 1047–1051.
- [33] Gordon I.E., *Theory of Visual Perception*, John Wiley & Sons, New York, 1989.
- [34] Watt R., *Understanding Vision*, Academic Press, London, 1991.
- [35] Rosenfeld A., *Picture Processing by Computers*, Academic Press, New York, 1969.
- [36] Dunford N., Schwartz J.T., *Linear Operators*, John Wiley & Sons, New York, 1988.
- [37] Luxemburg W.A.J., Zaenen A.C., *Riesz Spaces*, North Holland, Amsterdam, 1977.
- [38] Ditchburn R.W., *Light*, 3rd ed., Academic Press, London, 1976.
- [39] Driscoll W.G., (ed.), *Handbook of Optics*, Optical Society of America, Mac Graw-Hill, New York, 1978.
- [40] Born M., Wolf E., *Principles of Optics*, 6th ed., Pergamon Press, New York, 1980.
- [41] Atkins P.W., *Physical Chemistry*, 5th ed., Oxford University Press, 1994.
- [42] Crawford A.E., *Technique des Ultrasons. Applications à Haute et Basse Puissance*, Dunod, Paris, 1959.
- [43] Gonzalez R.C., Wintz P., *Digital Image Processing*, 2nd ed., Addison-Wesley, New York, 1987.
- [44] Ballard D.H., Brown C.M., *Computer Vision*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1982.
- [45] Chauvet B., Nourrit J.M., « Applications du modèle LIP : Développement d'un logiciel dédié pour Windows, étude de caractéristiques et résultats obtenus », Rapport Technique, Département Traitement de l'Information, Ecole Supérieure de Chimie, Physique et Electronique, Institut Polytechnique de Lyon, Juin 1994.

Manuscrit reçu le 20 Avril 1995.

## Justifications physiques du modèle LIP

### LES AUTEURS

François MAYET



Ingénieur diplômé de l'Institut de Chimie et de Physique Industrielles de Lyon (1992), il prépare depuis octobre 1994 une thèse de doctorat en analyse d'image au Centre Scientifique et Technique du Bâtiment à Grenoble sous la direction scientifique de Michel Jourlin.

Jean-Charles PINOLI



Titulaire d'une Habilitation à Diriger des Recherches en Sciences (1992), il travaille au Centre de Recherches du Groupe Pechiney. Ses thèmes d'intérêts actuels concernent l'optique et vision artificielle, le traitement et l'analyse d'images, ainsi que l'analyse mathématique de formes. Il est également chercheur associé au Laboratoire Image, Signal et Acoustique.

Michel JOURLIN



Directeur du Département Traitement de l'Information et du Laboratoire Image, Signal et Acoustique et Professeur à l'Ecole Supérieure de Chimie, Physique et Electronique de Lyon. Ses principaux thèmes de recherche actuels concernent la modélisation, le traitement et l'analyse d'images, la morphologie mathématique, et notamment la reconstruction, la visualisation et la caractérisation d'images tridimensionnelles.