

Théorie de l'Evidence et cadres de discernement non exhaustifs

Theory of Evidence and Non-Exhaustive Frames of Discernment

par Fabrice JANEZ, Alain APPRIOU

O.N.E.R.A. – 29, avenue de la Division Leclerc,
BP 72 F-92322 Châtillon

résumé et mots clés

Pour modéliser la connaissance d'une source d'information, les différentes théories existantes ont toutes pour principe de travailler sur un référentiel de base, composé d'hypothèses d'intérêt sur lesquelles différents traitements peuvent porter par la suite. En général, ce référentiel est exhaustif signifiant que la solution se trouve parmi toutes les hypothèses considérées. Néanmoins, dans la pratique, il existe des cas où il ne l'est pas; la connaissance modélisée sur un tel référentiel est alors incomplète car elle ne permet pas de prendre en compte certaines hypothèses. Ceci forme un problème peu abordé dans la littérature. Cet article propose donc différentes solutions pour le traiter, dans le formalisme de la théorie de l'évidence qui est a priori la plus adaptée. Un cadre applicatif intéressant peut concerner, par exemple, un problème de classification supervisée d'objets dans le cas d'une base d'apprentissage incomplète, lorsque certaines données caractéristiques d'un objet ne sont pas disponibles lors de l'apprentissage.

Théorie de l'évidence, Cadre de discernement non exhaustif, Monde ouvert, Déconditionnement, compatibilité, Base d'apprentissage incomplète, Fusion de données.

abstract and key words

To represent a source's knowledge, all the existing theories work on a set of hypotheses of interest on which different treatments can be applied. Called the frame of discernment in the theory of evidence, it must have the property of exhaustivity, which means that one of the hypotheses is the solution of the problem. Nevertheless, in some practical cases, this doesn't occur. Consequently, the knowledge modelised in such a frame is incomplete because some hypotheses are not considered. The last literature doesn't deal with this situation. This article gives some solutions in the theory of evidence's formalism, which appears the most appropriate in this case. A practical application could be for example a supervised classification problem of objects, when the learning set is incomplete, due to a lack of learning data for one or several objects.

Theory of evidence, Non-exhaustive frame of discernment, Open-world, Deconditioning, Compatibility, Incomplete learning set, Data fusion.

1. introduction

En traitement de l'information, différentes théories sont disponibles pour modéliser dans un même formalisme mathématique les informations provenant d'une ou plusieurs sources. La plus répandue et la plus ancienne d'entre elles est la théorie des probabilités. Néanmoins, cette dernière présente des insuffisances lorsque la connaissance est incomplète, incertaine ou imprécise [4]. Différentes théories sont alors apparues parmi lesquelles la théorie des possibilités [9] et la théorie de l'évidence [10] ont fait récemment l'objet de recherches approfondies. Pour modéliser la connaissance issue d'une source d'information, ces différentes

théories ont toutes pour principe de travailler sur un référentiel de base, composé de l'ensemble des hypothèses d'intérêt sur lesquelles différents traitements peuvent porter par la suite. Ce référentiel, appelé cadre de discernement sous le formalisme de la théorie de l'évidence, doit remplir la propriété d'exhaustivité, signifiant que la solution se trouve obligatoirement parmi toutes les hypothèses considérées. Néanmoins, il existe dans la pratique des cas où il n'est pas exhaustif (cf § 3.1.). La connaissance modélisée sur un tel référentiel est alors incomplète car elle ne permet pas de prendre en compte certaines hypothèses. Ce problème est très peu abordé dans la littérature.

L'objectif de l'article est donc de proposer diverses solutions permettant d'exploiter au mieux une source d'information dont le

cadre de discernement est non exhaustif. L'étude est conduite uniquement dans le cadre de la théorie de l'évidence qui est a priori la mieux adaptée à ce type de problème; en effet, elle fournit un cadre conceptuel le plus large à l'interprétation des informations disponibles, les autres approches (théorie des probabilités et théorie des possibilités) n'étant que des cas particuliers de cette dernière sous certaines conditions [3] [10]. Un cadre applicatif intéressant pourra concerner par exemple la classification supervisée d'objets dans le cas d'une base d'apprentissage incomplète (cf § 3.1. et § 5.).

Le second chapitre donne quelques rappels utiles sur la théorie de l'évidence selon Shafer. La problématique est formalisée dans le troisième chapitre permettant de dégager une stratégie pour l'aborder au mieux. Différentes solutions, élaborées dans le souci d'être les plus générales possibles, sont alors présentées dans le quatrième chapitre. Un cadre applicatif, choisi dans le cinquième chapitre, concerne les problèmes d'apprentissage pour lesquels quelques simulations ont été réalisées afin de permettre la confrontation des différentes solutions envisagées.

2. rappels sur la théorie de l'évidence

2.1. généralités

La théorie de l'évidence, initialement introduite par Dempster [6] [7], fut reprise dans un formalisme plus mathématique par Shafer [10]. Elle est également connue dans la littérature sous le nom de « théorie des croyances », « théorie des plausibilités » ou bien encore « théorie de Dempster-Shafer ». Souvent décrite comme une généralisation de l'inférence bayésienne au traitement de l'incertain, elle permet de manipuler des événements non nécessairement exclusifs. Cette attitude lui confère l'avantage de pouvoir représenter explicitement l'incertitude sur un événement; elle prend ainsi en compte ce qui reste inconnu et représente parfaitement ce qui est déjà connu. A ce titre, Smets [14] la qualifie de science cognitive par rapport à la théorie de Bayes qu'il qualifie plutôt de science décisionnelle.

2.2. notions fondamentales

La théorie de l'évidence suppose au départ la définition d'un ensemble Θ appelé cadre de discernement ou cadre d'intérêt pour le problème traité :

$$\Theta = \{H_1, \dots, H_N\} \quad (1)$$

Il est composé de N hypothèses exhaustives et exclusives, susceptibles pour l'une d'elles d'être la solution du problème.

A partir du cadre de discernement Θ , on en déduit l'ensemble noté 2^Θ , comprenant les $2^N - 1$ sous-ensembles A de Θ :

$$2^\Theta = \{A/A \subseteq \Theta\} = \{H_1, \dots, H_N, H_1 \cup H_2, \dots, \Theta\} \quad (2)$$

Cet ensemble sert de référentiel de définition pour l'ensemble des grandeurs utilisées par la théorie de l'évidence pour évaluer la véracité d'une proposition. Par abus de langage, le cadre de discernement sera également appelé « référentiel ». Pour lever toute ambiguïté sur les notations par la suite, en indice et en exposant d'une grandeur seront respectivement indiqués, si nécessaire, le référentiel sur lequel elle est définie et la source concernée.

Une première grandeur utilisée s'appelle **la masse de probabilité élémentaire**. Elle présente une grande analogie avec la notion de distribution de probabilité, à la différence que l'on répartit une masse unité parmi les éléments de 2^Θ , c'est à dire non seulement parmi l'ensemble des hypothèses singletons de Θ , mais aussi parmi toutes les disjonctions possibles de ces hypothèses. La fonction de masse élémentaire $m_\Theta(\cdot)$ est donc définie par :

$$m_\Theta : 2^\Theta \rightarrow [0, 1]$$

et vérifie les propriétés suivantes :

- i) $m_\Theta(\emptyset) = 0$
- ii) $\sum_{A \subseteq \Theta} m_\Theta(A) = 1$

La modélisation issue de cette fonction est appelée un **jeu de masses**. Les éléments focaux sont les éléments A de 2^Θ dont la masse $m_\Theta(A)$ est non nulle et sont regroupés dans un ensemble appelé le noyau. Lorsque ces derniers se réduisent aux seuls singletons H_i , la notion de masse élémentaire est assimilable à celle de probabilité. L'apport de la théorie de l'évidence est typiquement de permettre l'évaluation conjointe d'ensembles quelconques de ces singletons H_i . Dès lors, les événements considérés ne sont plus nécessairement exclusifs. Il est par exemple possible d'évaluer de façon compétitive, outre des hypothèses singletons H_1, H_2 et H_3 , les hypothèses composites $(H_1 \cup H_2)$ et $(H_2 \cup H_3)$, de façon à prendre en compte une composante informative de la mesure propre à discriminer H_1 et H_3 , mais insensible à H_2 . Une telle souplesse de représentation permet ainsi de modéliser rigoureusement l'ignorance totale par le jeu de masses suivant :

$$m_\Theta(\Theta) = 1 \text{ et } m_\Theta(A) = 0 \quad \forall A \neq \Theta \quad (3)$$

La masse $m_\Theta(A)$ représente la partie du degré de croyance placée exactement sur la proposition A qui, dans le cas d'une disjonction d'hypothèses, n'a pas pu, compte tenu de l'état de la connaissance, être affectée à un sous-ensemble plus spécifique que A . Cette masse, que l'on peut qualifier de masse potentielle pour A , pourra être justement redistribuée plus précisément aux sous-ensembles de A sous réserve d'apport d'informations supplémentaires (cf § 2.3).

Pour prendre en compte toute la croyance placée sur une proposition A , une grandeur appelée **crédibilité** est définie. En effet, les ensembles B qui sont inclus dans cette même proposition

contribuent également à sa croyance. Par exemple, la proposition « x est H_1 » implique la proposition « x est H_1 ou H_2 ». Si la première proposition est vraie alors la seconde l'est également. Ainsi, la croyance que l'on a acquise sur une proposition contribue à celle des propositions qu'elle implique. Par conséquent, pour prendre en compte toute la croyance sur A , on calcule sa crédibilité :

$$Cr_{\Theta}(A) = \sum_{B \subseteq A} m_{\Theta}(B) \quad (4)$$

Elle mesure à quel point les informations données par une source soutiennent la proposition A . Une fonction de crédibilité $Cr_{\Theta}(\cdot)$ est donc définie par :

$$Cr_{\Theta} : 2^{\Theta} \rightarrow [0, 1]$$

et vérifie les propriétés suivantes :

- i) $Cr_{\Theta}(\emptyset) = 0, Cr_{\Theta}(\Theta) = 1$
- ii) $Cr_{\Theta}(A_1 \cup \dots \cup A_n) \geq \sum_i Cr_{\Theta}(A_i) - \sum_{i < j} Cr_{\Theta}(A_i \cap A_j) + \dots + (-1)^{n+1} Cr_{\Theta}(A_1 \cap \dots \cap A_n)$

Une autre grandeur, duale de celle de la crédibilité, est la **plausibilité**. Elle est définie par :

$$Pl_{\Theta} : 2^{\Theta} \rightarrow [0, 1]$$

avec

$$Pl_{\Theta}(A) = 1 - Cr_{\Theta}(\bar{A}) \quad (5)$$

soit :

$$Pl_{\Theta}(A) = \sum_{A \cap B \neq \emptyset} m_{\Theta}(B) \quad (6)$$

Elle mesure toute l'intensité avec laquelle on ne doute pas de la proposition A , c'est à dire l'intensité avec laquelle on trouve A plausible. Autrement dit, elle mesure à quel point les informations données par une source ne contredisent pas A , c'est à dire n'implique pas son contraire. Cette grandeur est en fait significative de la crédibilité que pourrait avoir A si toutes les masses potentielles à cette dernière étaient effectivement redistribuées sur elle.

Intuitivement, la crédibilité et la plausibilité d'un événement A sont interprétées respectivement comme une mesure de sa vraisemblance minimale et maximale :

$$Cr_{\Theta}(A) \leq P_{\Theta}(A) \leq Pl_{\Theta}(A) \quad (7)$$

La différence de ces deux grandeurs pour une proposition A donne alors toute l'ignorance relative à cette dernière.

2.3. combinaison de sources

En présence d'informations imparfaites (incertaines, imprécises, incomplètes), la fusion multi-sources se présente comme une solution intéressante pour accéder globalement à une information

plus fiable. De façon générale, elle offre de nombreux avantages [1] [2] parmi lesquels la complémentarité et la redondance de l'information de chaque source sont ceux qui permettent de procurer un tel effet. L'intérêt majeur de la théorie de l'évidence en fusion de données repose justement sur la possibilité de construire une fonction de masse élémentaire $m_{\Theta}(\cdot)$ unique, par sommation orthogonale de M fonctions de masses élémentaires $m_{\Theta}^{S_j}(\cdot)$ issues de M sources d'information S_j distinctes et définies sur le référentiel commun 2^{Θ} :

$$m_{\Theta}(\cdot) = m_{\Theta}^{S_1}(\cdot) \oplus m_{\Theta}^{S_2}(\cdot) \oplus \dots \oplus m_{\Theta}^{S_M}(\cdot) \quad (8)$$

Pour cela, cette théorie possède un outil d'agrégation qui est la loi de combinaison de Dempster; cette dernière a pour effet de renforcer la croyance sur les événements pour lesquels les différentes sources sont concordantes et au contraire de l'atténuer en cas de conflit. En fait, elle permet de redistribuer les différentes masses potentielles selon le consensus général. Le jeu de masses résultant est défini par :

$$m_{\Theta}(A) = K_{\Theta} \cdot \sum_{A^1 \cap A^2 \cap \dots \cap A^M = A} \left\{ \prod_{j=1}^M m_{\Theta}^{S_j}(A^j) \right\} \quad (9)$$

où A^j désigne un sous-ensemble quelconque du cadre de discernement commun Θ , évalué par la source S_j . Le terme K_{Θ} est un facteur de normalisation égal à :

$$K_{\Theta} = \frac{1}{1 - k_{\Theta}} \quad (10)$$

avec

$$k_{\Theta} = \sum_{A^1 \cap A^2 \cap \dots \cap A^M = \emptyset} \left\{ \prod_{j=1}^M m_{\Theta}^{S_j}(A^j) \right\} \quad (11)$$

Le facteur k_{Θ} est l'inconsistance de la fusion, significative du degré de conflit existant entre les différentes sources combinées.

En particulier pour les hypothèses singletons, on a :

$$\forall H_i \in \Theta \quad Pl_{\Theta}(H_i) = K_{\Theta} \cdot \prod_{j=1}^M Pl_{\Theta}^{S_j}(H_i) \quad (12)$$

Soulignons qu'une telle loi de combinaison d'informations distinctes possède un certain nombre de propriétés primordiales en fusion de données multi-senseurs, à savoir la commutativité et l'associativité.

2.4. loi de conditionnement

Le conditionnement d'une source permet de modifier sa connaissance que l'on avait avant de disposer d'une certaine information sur le résultat. Par exemple, pour une source définie initialement sur Θ , si on apprend par la suite que la solution se trouve dans $A \subset \Theta$, alors les différentes grandeurs utilisées conditionnées par cet événement A s'obtiennent par les formules suivantes [16] :

$$m_{\Theta}(B \setminus A) = m_A(B) \quad (13)$$

$$= \begin{cases} (1 - k_{\Theta})^{-1} \cdot \sum_{X \subseteq \bar{A}} m_{\Theta}(B \cup X) & \text{Si } B \subseteq A \subseteq \Theta \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$\text{avec } k_{\Theta} = \sum_{X \subseteq \bar{A}} m(X).$$

$$Cr_A(B) = Cr_{\Theta}(B \setminus A) = \frac{Cr_{\Theta}(B \cup \bar{A}) - Cr_{\Theta}(\bar{A})}{1 - Cr_{\Theta}(\bar{A})} \quad (14)$$

$$Pl_A(B) = Pl_{\Theta}(B \setminus A) = \frac{Pl_{\Theta}(A \cap B)}{Pl_{\Theta}(A)} \quad (15)$$

Cette opération, qui est une redistribution de l'évidence sur les hypothèses de A , permet d'accéder à une connaissance plus précise. Elle possède la propriété de distributivité signifiant que le conditionnement de plusieurs sources combinées est égal à la combinaison de ces sources conditionnées.

3. problématique

3.1. notions de cadres de discernement non exhaustifs

Dans la pratique, il existe des cas où le cadre de discernement associé à une source d'information n'est pas exhaustif. Il correspond alors à l'hypothèse « open-world » (monde ouvert) selon la terminologie utilisée par Smets [13] [14] par opposition à l'hypothèse « closed-world » (monde fermé) préconisée par la théorie de l'évidence selon Shafer. L'existence de tels cadres s'explique par les raisons suivantes :

- L'évolution du contexte qui se traduit par l'ajout d'une ou plusieurs hypothèses dans le cadre de discernement. Il est à noter que l'élimination d'hypothèses se résoud par un conditionnement sur l'ensemble des hypothèses restantes (cf § 2.4.).

Exemple :

Dans un système de diagnostic médical, il n'est pas exclu qu'une nouvelle maladie remette en question l'exhaustivité du cadre de discernement [12].

- Une solution plus économique qui consiste à adapter un système à un nouveau problème, mais conçu initialement pour être capable de discerner moins d'hypothèses qu'il n'en faudrait pour la résolution de ce nouveau problème.
- Une fusion mettant en présence des capteurs avec des capacités discriminantes différentes.

Exemple :

Classification supervisée d'objets dans le cas d'une base d'apprentissage incomplète (absence d'échantillons d'apprentissage pour un ou plusieurs objets). Le classifieur est alors défini

sur l'ensemble des objets pour lesquels l'apprentissage est possible (cf § 5.).

Le problème avec l'utilisation d'une source définie sur un cadre de discernement non exhaustif, est qu'elle est capable de discerner uniquement les seules hypothèses considérées dans ce cadre. Les autres hypothèses, que nous qualifierons par la suite d'« hypothèses manquantes », ne sont donc pas du tout discernées; par conséquent, dans l'éventualité de leur réalisation, leur évidence est reportée entièrement sur les seules hypothèses considérées, dont la répartition entre elles se fera plus ou moins vers l'une ou l'autre selon leur degré de compatibilité. On entend par compatible toute ressemblance entre hypothèses selon les attributs qui ont été utilisés pour modéliser la connaissance. Il est à noter que toute relation de compatibilité établie pour un certain attribut peut devenir fausse pour un autre.

Exemple :

Dans un système de reconnaissance de voies routières, une route et un chemin sont davantage compatibles qu'une route et une autoroute au sens de la largeur. Cette relation n'est plus vraie au sens de la texture qui permet de prendre en compte le revêtement du sol.

On peut donc dire que compte tenu du cadre de discernement utilisé, l'évidence présente sur les hypothèses considérées pourrait être en fait celle de l'une des hypothèses manquantes selon leur degré de compatibilité au niveau des attributs utilisés pour modéliser la connaissance.

3.2. stratégies

Une source d'information prise isolément, définie sur un cadre de discernement non exhaustif, est insatisfaisante car elle ne permet pas de discerner les hypothèses manquantes. Reconsidérer alors entièrement le problème avec ces nouvelles hypothèses représente souvent une solution peu économique et peu simple à mettre en œuvre, voire même impossible en l'absence de connaissances appropriées. Néanmoins, si on dispose de sources complémentaires en ce sens qu'elles soient capables de discerner ensemble certaines de ces hypothèses manquantes, voire même toutes, alors la combiner avec ces autres sources peut former une solution plus adaptée. On s'intéressera donc ici uniquement à l'ensemble des hypothèses considérées conjointement par toutes les sources; il contient le maximum d'hypothèses pour lesquelles on peut prétendre à un discernement compte tenu de l'information disponible. Ceci écarte donc la solution qui consiste à mettre une masse non nulle à l'ensemble vide pour traiter le problème open-world [15] et qui permet au contraire de prendre en compte l'ensemble des hypothèses manquantes à toutes les sources. Par la suite, nous supposons l'existence de telles sources qui pourront également être définies sur un cadre de discernement non exhaustif. La fusion des sources dont on dispose ne pourra donc se faire sans l'apport de quelques aménagements théoriques, puisque la loi de combinaison de Dempster permet de combiner

des sources distinctes dont les jeux de masses sont définis sur un même référentiel (cf § 2.3.). Or, dans notre cas, pour toute source dont le cadre de discernement est non exhaustif, le jeu de masses est construit sur un référentiel différent de celui d'une autre source, choisie a priori pour cela.

Pour pouvoir utiliser cette loi, une première stratégie possible consiste à redéfinir chacune des sources dont le cadre de discernement est non exhaustif sur un référentiel commun aux sources. Ceci a conduit au développement de deux méthodes dites de déconditionnement décrites dans le chapitre 4.1.

Outre cette stratégie, nous présentons également une troisième méthode générale (cf § 4.2.) qui consiste au contraire à combiner les différentes sources sur la partie commune de leurs référentiels respectifs, avant d'effectuer une synthèse directe sur l'union de leurs référentiels des seules plausibilités de chacune des hypothèses, en exploitant les spécificités de celles-ci.

4. solutions générales

4.1. méthodes de déconditionnement

Nous présentons ici une technique générale appelée « déconditionnement » qui permet de ramener la connaissance d'une source sur un référentiel plus large que celui où elle est définie et qui est incomplet. Cette opération se réalise sur la source prise isolément et constitue à ce titre un traitement local. Pour notre part, nous disposons de plusieurs sources qui, dans le cas le plus général, sont définies sur des référentiels différents non exhaustifs (cf § 3.2.). Effectué ainsi séparément sur chacune d'elles, le déconditionnement permet leur redéfinition sur un référentiel commun, et donc, autorise ensuite leur fusion par le processus habituel de combinaison. Le référentiel commun est alors celui qui contient toutes les hypothèses considérées conjointement par toutes les sources (cf § 3.2.).

Par la suite, nous décrivons le déconditionnement appliqué au cas d'une source S_1 , définie sur un cadre de discernement non exhaustif Θ_{S_1} , afin de redéfinir sa connaissance sur un référentiel plus large Θ . Ce dernier sera supposé ici exhaustif. L'ensemble $(\Theta - \Theta_{S_1})$ contient donc les hypothèses manquantes à Θ_{S_1} pour être exhaustif. Le principe général du déconditionnement est d'obtenir à partir du jeu de masses disponible $m_{\Theta_{S_1}}$ construit sur Θ_{S_1} , un jeu de masses m_{Θ} sur le référentiel plus large Θ tel que reconconditionné par Θ_{S_1} redonne exactement le jeu de masses initial. Une telle opération se fera toujours en accord avec les contraintes exprimées. La contrainte principale ici est la connaissance que nous avons sur le cadre de discernement non exhaustif. Sous cette seule contrainte, nous définissons une première méthode de déconditionnement (cf § 4.1.1). Néanmoins, si on peut disposer de la connaissance de certaines ressemblances entre hypothèses, traduite sous forme de liens de compatibilité, nous proposons de

l'introduire en tant que contrainte supplémentaire. Ceci a conduit à définir une seconde méthode de déconditionnement (cf § 4.1.2).

4.1.1. méthode du minimum d'affectation

Proposée par Smets [15], cette méthode permet de réaliser le meilleur déconditionnement possible pour la source S_1 , lorsque nous n'avons aucune connaissance des liens de compatibilité pouvant exister entre les hypothèses manquantes à cette source et celles qu'elle considère. La seule connaissance disponible est alors celle définie sur le référentiel Θ_{S_1} . Smets propose pour redéfinir le jeu de masses sur le référentiel commun Θ , d'appliquer le **principe du minimum d'affectation** qui correspond en fait au **principe du minimum de spécificité** [5] [8]. Cette méthode est la plus objective au sens qu'elle permet d'obtenir, à partir du jeu de masses conditionné $m_{\Theta_{S_1}}$, un jeu de masses unique m_{Θ} sur Θ , sans inclure d'évidence qui ne soit pas explicitement présente dans $m_{\Theta_{S_1}}$. Le jeu de masses obtenu par ce principe, de plausibilité Pl_{Θ}^1 et de crédibilité Cr_{Θ}^1 , est tel que si on en trouve un autre, de plausibilité Pl_{Θ}^2 et de crédibilité Cr_{Θ}^2 , qui par conditionnement redonne le jeu de masses initial, alors on aura :

$$\forall A \subseteq \Theta \begin{cases} Pl_{\Theta}^1(A) \geq Pl_{\Theta}^2(A) \\ \text{et} \\ Cr_{\Theta}^1(A) \leq Cr_{\Theta}^2(A) \end{cases} \quad (16)$$

avec une inégalité stricte pour au moins un des éléments.

Ce principe consiste donc à maximiser la plausibilité et minimiser en même temps la crédibilité des éléments (donc accroître leur incertitude); cette attitude correspond en fait à répartir la masse de manière systématique sur les plus grands ensembles possibles (au sens de l'inclusion) en accord avec les contraintes exprimées. Une des contraintes est la connaissance des éléments focaux conditionnés, c'est à dire ceux définis sur le référentiel Θ_{S_1} . Ainsi, si A est un élément focal sur Θ_{S_1} , alors le plus grand ensemble possible correspondant sur Θ est $A \cup (\Theta - \Theta_{S_1})$. Par définition, le noyau sur Θ_{S_1} est :

$$N_{\Theta_{S_1}} = \{A \subseteq \Theta_{S_1} / m_{\Theta_{S_1}}(A) > 0\} \quad (17)$$

Le noyau répondant au principe du minimum de spécificité sur Θ se déduit alors du noyau sur Θ_{S_1} :

$$N_{\Theta} = \{A \cup (\Theta - \Theta_{S_1}) / A \in N_{\Theta_{S_1}}\} \quad (18)$$

Il s'obtient à partir des éléments focaux sur Θ_{S_1} en leur rajoutant (au sens de l'union) l'ensemble $(\Theta - \Theta_{S_1})$ composé des hypothèses manquantes à Θ_{S_1} .

Le jeu de masses correspondant sur le cadre de discernement commun Θ s'obtient par ([11], [12]) :

$$\forall A \subseteq \Theta \begin{cases} m_{\Theta}(A \cup (\Theta - \Theta_{S_1})) = m_{\Theta_{S_1}}(A) & \text{si } A \in N_{\Theta_{S_1}} \\ m_{\Theta}(A) = 0 & \text{si } A \notin N_{\Theta_{S_1}} \end{cases} \quad (19)$$

La formule (19) exprime bien l'idée que nous considérons (cf § 3.1), à savoir que l'évidence placée initialement sur les hypothèses d'un élément focal A de Θ_{S_1} est peut-être celle de l'une d'elles, mais aurait pu être aussi celle d'une des hypothèses manquantes de $(\Theta - \Theta_{S_1})$, sans possibilité de savoir laquelle.

Nous pouvons déduire alors les formules suivantes : $\forall A \subseteq \Theta$

$$Pl_{\Theta}(A) = \begin{cases} Pl_{\Theta_{S_1}}(A) & \text{si } A \subseteq \Theta_{S_1} \\ 1 & \text{si } A \not\subseteq \Theta_{S_1} \end{cases} \quad (20)$$

$$Cr_{\Theta}(A) = \begin{cases} Cr_{\Theta_{S_1}}(A - (\Theta - \Theta_{S_1})) & \text{si } (\Theta - \Theta_{S_1}) \subseteq A \\ 0 & \text{si } (\Theta - \Theta_{S_1}) \not\subseteq A \end{cases} \quad (21)$$

$$Cr_{\Theta}(A \setminus \Theta_{S_1}) = Cr_{\Theta_{S_1}}(A - (\Theta - \Theta_{S_1})) \quad (22)$$

La formule (22) exprime que par conditionnement par Θ_{S_1} , on retrouve les caractéristiques que l'on avait initialement sur Θ_{S_1} .

Plusieurs remarques sont formulées ci-dessous sur la capacité d'une telle source à discerner après déconditionnement les différentes hypothèses possibles. On en déduit alors les qualités que doivent posséder les autres sources pour pouvoir prétendre aux meilleures performances globales possibles du système.

Remarque 1 : Sur les hypothèses manquantes de $(\Theta - \Theta_{S_1})$

D'après les formules (20) et (21), on a :

$$\forall H_i \in (\Theta - \Theta_{S_1}) \quad Cr_{\Theta}(H_i) = 0 \text{ et } Pl_{\Theta}(H_i) = 1 \quad (23)$$

Ceci exprime que les hypothèses manquantes rajoutées aux éléments focaux de Θ_{S_1} pour former les éléments focaux de Θ (cf formule 18) sont plausibles mais complètement incertaines. Cela confirme la nécessité d'avoir recours à d'autres sources d'information complémentaires (cf § 3.2.) capables de les discerner.

Remarque 2 : Sur les hypothèses considérées de Θ_{S_1}

La méthode a pour inconvénient de dégrader la qualité de discernement qui pouvait exister entre les hypothèses de Θ_{S_1} . La raison est qu'après déconditionnement, la masse de chaque élément focal de Θ_{S_1} a été reportée totalement sur ce même élément augmenté (au sens de l'union) des hypothèses manquantes (cf formule 19) qui elles par contre ne sont pas discernées par cette source; leur incertitude est donc devenue plus grande :

$$\forall A \subseteq \Theta_{S_1} \quad Pl_{\Theta}(A) - Cr_{\Theta}(A) \geq Pl_{\Theta_{S_1}}(A) - Cr_{\Theta_{S_1}}(A) \quad (24)$$

Par conséquent, si avant le déconditionnement, les hypothèses de Θ_{S_1} sont bien discernées entre elles, alors les autres sources ne sont pas « obligées » de bien les reconnaître si elles les discernent toujours bien des hypothèses manquantes. Seule cette condition peut permettre de lever l'ambiguïté due à cet ajout d'hypothèses manquantes sur les éléments focaux de Θ_{S_1} , et donc d'exploiter au mieux les performances de cette source d'information définie sur Θ_{S_1} .

Nous avons présenté une première méthode générale qui permet de redéfinir la connaissance d'une source sur un référentiel plus large au sens du minimum de spécificité. Une telle démarche offre la possibilité de combiner toute source d'information définie sur un cadre de discernement non exhaustif avec d'autres sources complémentaires, ce qui constitue une solution simple pour exploiter une telle source. Les remarques 1 et 2 nous ont permis de préciser la nature de ces autres sources et donnent en fait les conditions adaptées d'utilisation de la méthode pour espérer obtenir les meilleures performances globales possibles. Pour aller plus loin dans notre investigation, nous proposons dans le prochain chapitre une autre méthode de déconditionnement capable de prendre en compte, en plus de la connaissance disponible sur le cadre de discernement non exhaustif Θ_{S_1} , des informations a priori sur les hypothèses afin de redéfinir d'une façon plus précise sur un référentiel plus large cette connaissance.

4.1.2. méthode par association des hypothèses les plus fortement compatibles

Cette méthode se propose de redéfinir la connaissance d'une source sur un référentiel plus large, de façon plus spécifique que la méthode précédente si on dispose de la connaissance a priori, fonction des attributs observés, de certaines ressemblances entre les hypothèses manquantes à cette source et celles qu'elle considère. On parlera alors d'hypothèses compatibles qui constituent une relation que l'on peut rapprocher de celle de compatibilité définie dans [17]. Une telle connaissance constituera une contrainte supplémentaire lors de l'application du principe du minimum de spécificité. En toute rigueur, le degré avec lequel une hypothèse manquante est compatible avec une hypothèse considérée est la probabilité conditionnelle de décider telle hypothèse considérée en cas de réalisation de cette hypothèse manquante. Néanmoins, les ressemblances entre hypothèses seront le plus souvent exprimées de façon cognitive (selon un expert), et seront donc connues avec plus ou moins d'imprécision. La théorie des possibilités s'impose donc comme le formalisme approprié pour modéliser une telle connaissance que d'ailleurs Yen [17] permet d'utiliser conjointement avec la théorie de l'évidence sous un cadre fédérateur. Pour notre part, on s'est limité à ne conserver que les degrés les plus importants que nous avons ramené à des liens certains; ces derniers indiquent alors les hypothèses de Θ_{S_1} sur lesquelles il est plus légitime qu'une hypothèse manquante reporte son évidence dans l'éventualité de sa réalisation. On définit alors une fonction de compatibilité :

$$\omega : 2^{\Theta_{S_1}} \rightarrow 2^{(\Theta - \Theta_{S_1}) \cup \{\emptyset\}}$$

qui à une hypothèse H_i de Θ_{S_1} associe $\omega(H_i)$ l'ensemble des hypothèses manquantes de $(\Theta - \Theta_{S_1})$ avec lesquelles elle est fortement compatible. On a alors :

$$\omega(A) = \bigcup_{H_i \in A} \omega(H_i) \quad (25)$$

où $\omega(A)$ représente l'ensemble des hypothèses manquantes avec lesquelles les hypothèses de Θ_{S_1} contenues dans A sont fortement compatibles. Par abus de langage, on dira que $\omega(A)$ représente l'ensemble des hypothèses manquantes avec lesquelles l'élément focal A est fortement compatible. En particulier, $\omega(A) = \emptyset$ signifie que A est fortement compatible avec aucune hypothèse manquante. Il est important de signaler qu'une hypothèse considérée pourra être définie comme l'hypothèse la plus fortement compatible avec une hypothèse manquante, sans pour autant lui ressembler beaucoup, mais signifiant qu'elle lui ressemble plus que toute autre hypothèse considérée. On impose donc à toute hypothèse manquante d'être compatible avec au moins une hypothèse considérée.

Contrairement à la méthode précédente qui consiste à rajouter lors du déconditionnement à chaque élément focal l'ensemble des hypothèses manquantes, la méthode par association des hypothèses les plus fortement compatibles privilégie le fait qu'il y a peu de raisons a priori d'associer des éléments très peu compatibles. En effet, il est moins probable que dans l'éventualité de la réalisation d'une des hypothèses manquantes, cette dernière reporte son évidence sur une hypothèse de Θ_{S_1} qui lui ressemble beaucoup moins qu'une autre. La méthode consiste donc à rajouter à chaque élément focal de Θ_{S_1} uniquement les hypothèses manquantes les plus fortement compatibles avec celles de cet élément. Le principe de la méthode peut donc s'énoncer de la façon suivante :

$$N_{\Theta} = \{A \cup \omega(A) / A \in N_{\Theta_{S_1}}\} \quad (26)$$

Le noyau sur Θ s'obtient à partir des éléments focaux sur Θ_{S_1} en leur rajoutant (au sens de l'union) les hypothèses manquantes de $(\Theta - \Theta_{S_1})$ avec lesquelles ils sont fortement compatibles.

$$\forall A \subseteq \Theta \begin{cases} m_{\Theta}(A \cup \omega(A)) = m_{\Theta_{S_1}}(A) & \text{si } A \in N_{\Theta_{S_1}} \\ m_{\Theta}(A) = 0 & \text{si } A \notin N_{\Theta_{S_1}} \end{cases} \quad (27)$$

$$\forall A \subseteq \Theta \quad Cr_{\Theta}(A \setminus \Theta_{S_1}) = Cr_{\Theta_{S_1}}(A - \omega(A)) \quad (28)$$

Cette propriété traduit le fait que par conditionnement par Θ_{S_1} , on retrouve les caractéristiques que l'on avait initialement sur Θ_{S_1} .

Remarque :

En cas de difficulté pour établir les liens de compatibilité, une attitude prudente consiste à associer chaque hypothèse de Θ_{S_1} à l'ensemble des hypothèses manquantes :

$$\forall H_i \in \Theta_{S_1} \quad \omega(H_i) = (\Theta - \Theta_{S_1})$$

Ceci revient en fait à appliquer la méthode du minimum d'affectation (cf § 4.1.1.). Les deux méthodes sont donc rigoureusement identiques en l'absence de la connaissance des liens de compatibilités.

Comme la méthode précédente, plusieurs remarques peuvent être formulées sur la capacité de cette source à discerner après déconditionnement les différentes hypothèses possibles. On en déduit alors les propriétés que doivent posséder les autres sources pour pouvoir prétendre aux meilleures performances possibles dans un contexte multi-sources.

Remarque 1 : Sur les hypothèses manquantes de $(\Theta - \Theta_{S_1})$

Contrairement à la méthode du minimum d'affectation (cf § 4.1.1. remarque 1), une hypothèse manquante n'est pas complètement incertaine. Néanmoins, en l'associant avec des hypothèses de Θ_{S_1} qui lui sont les plus fortement compatibles, on lui impose d'avoir un comportement plus proche avec ces dernières. En effet, on a :

$$\forall H_i \in (\Theta - \Theta_{S_1}) \quad Pl_{\Theta}(H_i) = Pl_{\Theta_{S_1}} \left(\bigcup_{\omega(H_j) \cap H_i \neq \emptyset} H_j \right) \quad (29)$$

Ceci implique que pour un choix identique des autres sources à celui de la méthode du minimum d'affectation, les hypothèses manquantes seront mieux discernées.

Remarque 2 : Sur les hypothèses considérées de Θ_{S_1}

Seuls les éléments focaux de Θ_{S_1} dont les hypothèses sont fortement compatibles avec des hypothèses manquantes ont leur incertitude augmentée après déconditionnement :

$$\forall A \subseteq \Theta_{S_1}$$

Si $\omega(A) \neq \emptyset$ alors

$$Pl_{\Theta}(A) - Cr_{\Theta}(A) \geq Pl_{\Theta_{S_1}}(A) - Cr_{\Theta_{S_1}}(A) \quad (30)$$

Sinon

$$Pl_{\Theta}(A) - Cr_{\Theta}(A) = Pl_{\Theta_{S_1}}(A) - Cr_{\Theta_{S_1}}(A)$$

Ceci implique que seules les hypothèses considérées qui présentent des liens de compatibilités avec des hypothèses manquantes auront leur qualité de discernement diminuée après déconditionnement. De plus, cette baisse de qualité sera moins importante qu'avec la méthode du minimum d'affectation due à une hausse moins forte de l'incertitude. En effet, seules les hypothèses manquantes avec lesquelles un élément focal est fortement compatible lui sont rajoutées ici, créant ainsi une ambiguïté moins importante que la méthode précédente; cette dernière sera donc plus facile à lever de la part des autres sources.

Ces deux remarques montrent que les conditions pour le choix des autres sources pour espérer obtenir les meilleures performances globales, sont telles pour la méthode du minimum d'affectation (cf § 4.1.1. remarques 1 et 2) qu'elles impliquent celles de la méthode par association des hypothèses les plus fortement compatibles.

Ainsi, l'utilisation de la première méthode dans ses conditions adaptées implique également les meilleures performances pour la seconde méthode. Par ailleurs, dans la condition minimale que doivent remplir les autres sources qui est de discerner ensemble les hypothèses manquantes, la méthode présentée ici doit a priori conduire également à de meilleures performances, de par le fait qu'elle permet de conserver la même qualité de discernement des hypothèses de Θ_{S_1} qui ne présentent pas de liens de compatibilité (cf remarque 2). En conclusion, nous pouvons dire que la méthode par association des hypothèses les plus fortement compatibles conduit plus naturellement à de meilleures performances que celles du minimum d'affectation dû au fait qu'elle permet d'intégrer une information supplémentaire que sont les liens de compatibilité entre hypothèses.

Néanmoins, une telle méthode présente des inconvénients dus à son principe même qui consiste à associer à chaque hypothèse de Θ_{S_1} , les hypothèses manquantes avec lesquelles elle est fortement compatible. On ne peut éviter alors les conséquences qui peuvent résulter des imperfections d'une telle opération, c'est à dire concernant la fiabilité des liens de compatibilité établis. En effet, selon la façon dont on choisit la frontière pour dire qu'une hypothèse de Θ_{S_1} est fortement compatible ou non avec une hypothèse manquante, on risque d'aboutir à des associations différentes lors du déconditionnement entre les hypothèses du cadre de discernement Θ . Plus on relâche les contraintes sur la définition de cette frontière, et plus on se rapproche de la méthode du minimum d'affectation. Dans le cas contraire, une hypothèse manquante peut ne pas être associée à une hypothèse de Θ_{S_1} alors qu'elle est plus ou moins compatible avec elle, mais pas assez fortement. Dans le premier cas, nous retrouvons les inconvénients de la méthode du minimum d'affectation qui, comme nous l'avons vu, exige un choix plus contraignant des autres sources. Dans le second cas, la masse affectée à une hypothèse de Θ_{S_1} dite non compatible avec une hypothèse manquante, alors qu'elle l'est, reste affectée à cette même hypothèse après déconditionnement; par conséquent, cette masse qui pourtant pourrait venir de l'évidence de cette hypothèse manquante, ne contribue pas à son discernement par cette source incomplète. Cet inconvénient a en général peu de conséquences sur les performances du système global si cette compatibilité non considérée est « peu importante ». Dans le cas contraire, les autres sources doivent compenser en discernant d'autant plus les hypothèses manquantes dont ces liens de compatibilité n'ont pas été considérés. Pour pallier ces différents inconvénients, il serait peut-être intéressant de ne pas tronquer les degrés de compatibilité comme nous l'avons fait ici pour ne conserver que les plus importants; dans ce cas, une stratégie de déconditionnement intégrant au mieux ces différents degrés de compatibilité devra être définie. On pourra notamment s'intéresser à l'article de Yen [17] qui permet d'utiliser sous un cadre fédérateur la théorie de l'évidence et la théorie des possibilités, cette dernière étant, nous l'avons vu, adaptée pour modéliser les liens de compatibilités non tronqués.

4.2. méthode de correction des plausibilités

Dans ce chapitre, nous présentons une approche qui permet d'exploiter une source d'information définie sur un cadre de discernement non exhaustif, en la combinant avec d'autres sources d'information mais sans réaliser préalablement de déconditionnement. On se placera dans le même contexte général que les méthodes de déconditionnement en supposant ces autres sources également définies sur des cadres de discernement non exhaustifs mais complémentaires afin de se conformer à la stratégie définie (cf § 3.2).

Pour utiliser cette méthode, les sources devront remplir la condition d'être définies sur des référentiels connectés directement ou indirectement; cela signifie que pour une source donnée, il devra toujours en exister au moins une autre de manière à ce que leurs référentiels respectifs soient non disjoints entre eux, possédant ainsi une partie commune. En effet, la méthode combinera toujours deux sources ayant une partie commune à leurs référentiels, dont nous verrons le rôle essentiel. De plus, la méthode repose sur l'utilisation de certaines propriétés que seule la plausibilité vérifie. Nous verrons que compte tenu de l'une d'elles, la méthode ne pourra déduire que les plausibilités des hypothèses singletons. Néanmoins, le maximum de plausibilité est souvent choisi comme critère de décision dans le cadre de cette théorie [3] et constitue alors la seule grandeur qu'il est utile de connaître. La méthode présentée reste toutefois attachée à ce seul critère.

Par la suite, la méthode est présentée étant appliquée au cas de deux sources S_1 et S_2 à combiner, définies sur des référentiels différents incomplets. Ces derniers égaux à Θ_{S_1} et Θ_{S_2} seront supposés d'une part non disjoints entre eux de manière à vérifier l'existence d'une partie commune notée $\Theta_c = \Theta_{S_1} \cap \Theta_{S_2}$, et d'autre part non inclus l'un dans l'autre ($\Theta_{S_1} \not\subset \Theta_{S_2}$ et $\Theta_{S_2} \not\subset \Theta_{S_1}$). Une représentation visuelle de ces cadres de discernement peut être obtenue sous forme ensembliste (cf figure 1).

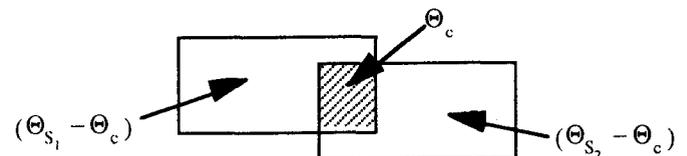


Figure 1. – Représentation ensembliste des cadres de discernement de deux sources S_1 et S_2 .

Les propriétés sur lesquelles la méthode repose sont les suivantes. La première a déjà été mentionnée par la formule (12). Elle impose à la méthode de ne pouvoir déduire que les plausibilités des hypothèses singleton et donc une connaissance partielle. Les autres propriétés sont d'une part celle du conditionnement pour la plausibilité (cf formule 15), et d'autre part la propriété ci-dessous que nous avons démontré grâce à des considérations de fusions réalisées sur des cadres de discernement différents et à l'utilisation

de certaines propriétés de la plausibilité :

$$\forall A \subseteq \Theta \quad Pl_{\Theta}^{S_{12}}(A) = \frac{K_{\Theta}}{K_A} \cdot Pl_{\Theta}^{S_1}(A) \cdot Pl_{\Theta}^{S_2}(A) \quad (31)$$

Vue comme une généralisation de (12), elle exprime la plausibilité après combinaison d'un sous-ensemble quelconque A en fonction des plausibilités pour chaque source de ce même sous-ensemble, à un rapport de facteurs de normalisation près. La méthode consiste à prendre la formule (12) qui donne les plausibilités des hypothèses singletons issues de la combinaison des sources S_1 et S_2 définies sur un référentiel Θ . En utilisant les propriétés (15) et (31) avec le fait qu'il existe une partie commune aux référentiels des deux sources, on peut alors la décomposer en fonction de l'information réellement disponible pour chaque source; on démontre ainsi que :

$$\forall H_i \in (\Theta_{S_1} - \Theta_c)$$

$$Pl_{\Theta}^{S_{12}}(H_i) = \frac{K_{\Theta_{S_1}} \cdot Pl_{\Theta}^{S_{12}}(\Theta_{S_1})}{Pl_{\Theta_{S_1}}^{S_2}(\Theta_c)} \cdot \underline{Pl_{\Theta_{S_1}}^{S_1}(H_i)} \quad (32)$$

$$\forall H_i \in \Theta_c$$

$$Pl_{\Theta}^{S_{12}}(H_i) = \frac{K_{\Theta_{S_1}} \cdot Pl_{\Theta}^{S_{12}}(\Theta_{S_1})}{Pl_{\Theta_{S_1}}^{S_2}(\Theta_c)} \cdot \underline{Pl_{\Theta_{S_1}}^{S_1}(H_i)} \cdot Pl_{\Theta_c}^{S_2}(H_i) \quad (33)$$

$$\forall H_i \in (\Theta_{S_2} - \Theta_c)$$

$$Pl_{\Theta}^{S_{12}}(H_i) = \frac{K_{\Theta_{S_1}} \cdot Pl_{\Theta}^{S_{12}}(\Theta_{S_1})}{Pl_{\Theta_{S_2}}^{S_1}(\Theta_c)} \cdot \underline{Pl_{\Theta_{S_2}}^{S_1}(H_i)} \cdot \frac{Pl_{\Theta_{S_1}}^{S_1}(\Theta_c)}{Pl_{\Theta_{S_2}}^{S_2}(\Theta_c)} \cdot Pl_{\Theta_c}^{S_2}(H_i) \quad (34)$$

Il est à noter que ces expressions sont relatives à un développement fait par rapport à la source S_1 prise comme référence; il existe d'autres expressions symétriques par rapport à la source S_2 qui s'obtiennent par permutation circulaire de celles-ci. Les termes soulignés avec un simple trait sont communs aux expressions. Rappelons que la méthode ne s'applique que pour un critère de décision égal au maximum de plausibilité. Dans ce cas, ces termes sont sans influence sur la décision; on peut donc les oublier en retenant un jeu de plausibilités relatif. Compte tenu des sources dont on dispose réellement, les termes doublement soulignés sont inconnus. Les plausibilités qui les composent peuvent néanmoins être mises à un pour traduire l'ignorance totale. Après ces simplifications, les plausibilités relatives de chaque hypothèse singleton après combinaison des deux sources sont définies par :

$$\forall H_i \in (\Theta_{S_1} - \Theta_c) \text{ (Hypothèses que seule } S_1 \text{ considère)}$$

$$Pl_{\Theta}^{S_{12}}(H_i) \equiv Pl_{\Theta_{S_1}}^{S_1}(H_i) \quad (35)$$

$$\forall H_i \in \Theta_c \text{ (Hypothèses communes)}$$

$$Pl_{\Theta}^{S_{12}}(H_i) \equiv Pl_{\Theta_{S_1}}^{S_1}(H_i) \cdot Pl_{\Theta_c}^{S_2}(H_i) \quad (36)$$

$$\forall H_i \in (\Theta_{S_2} - \Theta_c) \text{ (Hypothèses manquantes à } S_1)$$

$$Pl_{\Theta}^{S_{12}}(H_i) \equiv \frac{Pl_{\Theta_{S_1}}^{S_1}(\Theta_c)}{Pl_{\Theta_{S_2}}^{S_2}(\Theta_c)} \cdot Pl_{\Theta_{S_2}}^{S_2}(H_i) \quad (37)$$

Soulignons que l'on ne garantit plus pour les plausibilités résultantes dans (37) ou l'expression symétrique correspondante d'être inférieures à un selon que l'on choisisse d'utiliser respectivement les formules (35)–(37) ou leurs expressions symétriques correspondantes. Néanmoins, la méthode utilise le maximum de plausibilité comme critère de décision; seuls les rapports de proportionnalité entre les plausibilités des hypothèses singletons sont alors importants et ne sont pas sensibles ici à un tel choix. On pourra toutefois leur garantir d'être toujours inférieures ou égales à un en utilisant les formules (35)–(37) si $Pl_{\Theta_{S_1}}^{S_1}(\Theta_c) \leq Pl_{\Theta_{S_2}}^{S_2}(\Theta_c)$ et les formules symétriques correspondantes dans le cas contraire.

Intuitivement, la méthode de correction des plausibilités consiste à choisir l'une des sources comme référence pour laquelle l'autre source intervient à deux niveaux. En effet, cette dernière considère d'une part des hypothèses que la source de référence considère aussi, et d'autre part des hypothèses que la source de référence ne considère pas. Ainsi, la connaissance acquise sur les premières contribue à affiner celle que nous avons déjà sur elles avec la source de référence, et celle acquise sur les secondes permet de compléter la connaissance de la source de référence. Seule la connaissance sur les hypothèses considérées uniquement par la source de référence reste alors inchangée. Dans notre cas, nous avons pris la source S_1 comme référence. La formule (35) traduit bien le fait que la connaissance sur les hypothèses que seule cette source de référence considère reste inchangée. La connaissance sur les hypothèses communes pour la source de référence est affinée avec l'autre source par fusion sur la partie commune Θ_c , qui est la seule partie où il est légitime de le faire. On peut montrer alors que la formule (36) est significative d'une telle opération. Pour compléter le jeu de plausibilités de la source de référence, on redéfinit les plausibilités des hypothèses que seule S_2 considère relativement aux plausibilités des hypothèses de S_1 . L'idée est de considérer la partie commune comme pivot commun aux deux sources. Or, pour chaque source S_i ($i = 1, 2$), une relation de proportionnalité peut être définie en utilisant le rapport existant entre la plausibilité de chaque hypothèse de Θ_{S_i} avec celle de la partie commune Θ_c . Ainsi, en réajustant pour la source S_2 la plausibilité de chaque sous-ensemble de Θ_{S_2} de manière à faire coïncider la plausibilité de la partie commune Θ_c avec celle de la source référence S_1 , on garde non seulement la relation de proportionnalité qui existait pour les hypothèses de S_2 , mais on peut également considérer les plausibilités des hypothèses de S_2 manquantes à S_1 comme réajustées par rapport aux plausibilités des hypothèses de S_1 . Le réajustement consiste simplement à multiplier la plausibilité de chaque hypothèse de S_2 par le facteur unique suivant :

$$\frac{Pl_{\Theta_{S_1}}^{S_1}(\Theta_c)}{Pl_{\Theta_{S_2}}^{S_2}(\Theta_c)} \quad (38)$$

ce qui correspond à la formule (37). Au terme de ces opérations, on accède pour la source S_1 à une connaissance définie sur le cadre de discernement $\Theta_{S_1} \cup \Theta_{S_2}$ corrigée et complétée par celle de S_2 . La génération de la méthode à plus de deux sources est possible. Cependant, certaines précautions doivent être prises sur l'ordre de fusion pour accéder aux meilleures performances.

La méthode de correction des plausibilités présente l'avantage d'utiliser la même quantité d'information que la méthode du minimum d'affectation. Une comparaison de ces deux méthodes est alors significative. Par un développement théorique de la méthode du minimum d'affectation au niveau des plausibilités, on peut démontrer que ces deux méthodes sont alors rigoureusement équivalentes lorsque $\Theta_{S_1} \subset \Theta_{S_2}$ ou l'inverse. Dans le cas contraire, elles diffèrent à deux niveaux : la méthode du minimum d'affectation donne d'une part moins de poids à la fusion sur la partie commune; elle favorise donc le discernement des hypothèses non communes. D'autre part, elle ne réalise pas de réajustement. Or, nous verrons dans le § 5 que cette opération intervient surtout sur le discernement entre les hypothèses extrêmes, c'est à dire dans notre cas, entre les hypothèses que seule S_1 discerne et celles que seule S_2 discerne. Par ailleurs, au vue de quelques simulations, il semblerait que l'étape de réajustement soit adaptée dans un cas bien particulier correspondant à des conditions défavorables d'utilisation de la méthode du minimum d'affectation (cf § 5.). Dans des conditions plus favorables, ce réajustement semblerait sans effet et donc une telle méthode aurait un comportement plus proche avec celui de la méthode du minimum d'affectation. Rappelons enfin que cette méthode possède l'inconvénient de ne fournir que la plausibilité des hypothèses simples. Son utilisation conduit donc à une perte d'information, les autres grandeurs (jeu de masses, crédibilité) ne pouvant être déterminées. Toutefois, elle fournit la seule grandeur nécessaire dans le cas où une décision devant être prise in fine utilise le critère de décision du maximum de plausibilité.

Dans le prochain chapitre, les différentes méthodes envisagées dans cet article sont confrontées lors de quelques simulations.

5. simulations

5.1. introduction

Une première simulation, ne figurant pas dans cet article, a permis de montrer qu'une source même incomplète peut contribuer de façon intéressante au bon discernement des hypothèses lorsqu'elle est combinée avec une source complète. En effet, leur fusion selon les méthodes proposées a donné des performances globales meilleures que celles de la seule source complète prise isolément. Ci-dessous, nous présentons des simulations qui correspondent à un contexte plus général puisque deux sources S_1 et S_2 non

exhaustives, définies respectivement sur $\Theta_{S_1} = \{H_1, H_2, H_3\}$ et $\Theta_{S_2} = \{H_2, H_3, H_4\}$ sont combinées. La première utilise un attribut a_1 et la seconde un attribut a_2 . Pour chacun d'eux, on supposera connues les densités de probabilité, relativement à chaque hypothèse, à savoir $p(a_1 / H_i)$ et $p(a_2 / H_i)$ ($i = 1, 2, 3$). Nous les prendrons comme des gaussiennes. Les jeux de masses ont été construits selon la méthode proposée par Appriou [3] qui se prête particulièrement bien à leur modélisation lorsque l'on connaît les densités de probabilité a priori. La loi de décision choisie est celle du maximum de plausibilité justifiée dans [3]; elle permet de donner le maximum de chances à toutes les hypothèses. Elle donne par ailleurs la possibilité d'utiliser la méthode de correction des plausibilités. Un cadre applicatif possible pour ces simulations est par exemple le cas où chaque source a été définie sur ce cadre de discernement non exhaustif parce que l'apprentissage n'a pu se faire sur certaines hypothèses faute d'échantillons représentatifs les concernant. Nous avons réalisé trois simulations et comparé les performances obtenues par chacune des trois méthodes proposées; pour les deux premières simulations, nous nous sommes placés dans les conditions d'utilisation adaptées à chacune des méthodes de déconditionnement, et pour la troisième dans celles de la méthode de correction des plausibilités, mais défavorables à l'utilisation des méthodes de déconditionnement. Pour évaluer les performances des différentes méthodes, nous avons généré successivement pour chaque hypothèse et pour chacun des attributs, 100 000 valeurs aléatoires d'observation qui suivent les lois correspondantes à cette hypothèse. Pour chaque observation, nous avons alors construit les jeux de masses correspondants, puis nous avons appliqué les différentes méthodes envisagées. En appliquant ensuite la loi de décision avant et après la combinaison des deux sources, nous avons pu construire la matrice de confusion correspondante à chaque source prise isolément, ainsi que celle résultant de l'agrégation des deux sources pour chaque méthode envisagée. Les lignes de cette matrice correspondent aux hypothèses présentées et les colonnes aux hypothèses reconnues. Ainsi, les éléments de cette matrice représentent les probabilités conditionnelles d'avoir reconnu une certaine hypothèse sachant que c'était telle hypothèse présentée. Par exemple, la seconde ligne donne la proportion de décider respectivement H_1 , H_2 , H_3 et H_4 lorsqu'on présente un certain nombre de fois l'hypothèse H_2 . Les éléments diagonaux sont alors les taux de bonne reconnaissance de chaque hypothèse dont leur moyenne donne le taux global de bonne reconnaissance (TGR). Les autres éléments donnent les taux de confusion inter-hypothèses.

5.2. performances de chaque source

Pour chaque simulation, les performances obtenues par chaque source prise isolément définie sur son cadre de discernement sont données par les matrices de confusion (cf tableaux 1-3).

| | | | |
|------------|------|------|-----|
| 97.8 | 2.2 | 0.0 | 0.0 |
| 1.5 | 84.1 | 14.4 | 0.0 |
| 0.2 | 25.0 | 74.8 | 0.0 |
| 1.8 | 30.1 | 68.1 | 0.0 |
| TGR : 64.2 | | | |

a) S_1 incomplète

| | | | |
|------------|------|------|------|
| 0.0 | 59.8 | 37.8 | 5.4 |
| 0.0 | 63.8 | 35.0 | 1.2 |
| 0.0 | 36.3 | 57.7 | 5.9 |
| 0.0 | 0.0 | 3.9 | 96.1 |
| TGR : 54.4 | | | |

b) S_2 incomplète

| | | | |
|------------|------|------|------|
| 97.8 | 2.2 | 0.0 | 0.0 |
| 1.5 | 84.1 | 14.4 | 0.0 |
| 0.2 | 25.0 | 62.8 | 11.9 |
| 1.8 | 30.1 | 47.8 | 20.3 |
| TGR : 66.2 | | | |

c) S_1 complète

| | | | |
|------------|------|------|------|
| 20.1 | 39.7 | 34.8 | 5.4 |
| 11.9 | 51.9 | 35.0 | 1.2 |
| 3.0 | 33.3 | 57.7 | 5.9 |
| 0.0 | 0.0 | 3.9 | 96.1 |
| TGR : 56.5 | | | |

d) S_2 complète**Tableau 1.** – Matrices de confusion des sources prises isolément : conditions adaptées à la méthode du minimum d'affectation.

| | | | |
|------------|------|------|-----|
| 92.3 | 0.0 | 7.7 | 0.0 |
| 0.5 | 81.8 | 17.6 | 0.0 |
| 21.2 | 36.1 | 42.7 | 0.0 |
| 5.6 | 23.6 | 70.8 | 0.0 |
| TGR : 54.2 | | | |

a) S_1 incomplète

| | | | |
|------------|------|------|------|
| 0.0 | 58.8 | 28.9 | 12.3 |
| 0.0 | 41.2 | 13.6 | 45.2 |
| 0.0 | 17.9 | 76.5 | 5.6 |
| 0.0 | 19.7 | 0.5 | 79.7 |
| TGR : 49.3 | | | |

b) S_2 incomplète

| | | | |
|------------|------|-----|------|
| 92.3 | 0.0 | 7.7 | 0.0 |
| 0.5 | 74.6 | 0.3 | 24.5 |
| 21.2 | 29.9 | 3.5 | 45.4 |
| 5.6 | 14.3 | 3.0 | 77.1 |
| TGR : 61.9 | | | |

c) S_1 complète

| | | | |
|------------|-----|------|------|
| 69.2 | 7.6 | 10.9 | 12.3 |
| 39.9 | 9.2 | 5.7 | 45.2 |
| 27.5 | 2.1 | 64.7 | 5.6 |
| 12.3 | 7.9 | 0.1 | 79.7 |
| TGR : 55.7 | | | |

d) S_2 complète**Tableau 2.** – Matrices de confusion des sources prises isolément : conditions adaptées à la méthode par association des hypothèses les plus fortement compatibles.

| | | | |
|------------|------|------|-----|
| 55.7 | 24.8 | 19.5 | 0.0 |
| 29.9 | 66.0 | 4.0 | 0.0 |
| 32.0 | 9.8 | 58.2 | 0.0 |
| 81.3 | 12.0 | 6.8 | 0.0 |
| TGR : 45.0 | | | |

a) S_1 incomplète

| | | | |
|------------|------|------|------|
| 0.0 | 31.8 | 68.1 | 0.0 |
| 0.0 | 85.5 | 6.4 | 8.1 |
| 0.0 | 34.0 | 44.2 | 21.8 |
| 0.0 | 12.9 | 0.3 | 86.8 |
| TGR : 54.1 | | | |

b) S_2 incomplète

| | | | |
|------------|------|------|------|
| 3.3 | 23.6 | 19.5 | 53.6 |
| 0.9 | 64.8 | 4.0 | 30.2 |
| 3.1 | 9.3 | 58.2 | 29.3 |
| 3.2 | 10.7 | 6.8 | 79.3 |
| TGR : 51.4 | | | |

c) S_1 complète

| | | | |
|------------|------|------|------|
| 80.0 | 15.9 | 4.0 | 0.0 |
| 15.9 | 75.9 | 0.0 | 8.1 |
| 30.8 | 27.5 | 19.9 | 21.8 |
| 0.2 | 12.8 | 0.2 | 86.8 |
| TGR : 65.7 | | | |

d) S_2 complète**Tableau 3.** – Matrices de confusion des sources prises isolément : conditions adaptées à la méthode de correction des plausibilités.

Sont également présentes les matrices de confusion relatives à ces sources montrant les performances qu'elles auraient obtenues si elles avaient été complètes (tableaux en pointillé).

On constate pour les trois simulations qu'une source discerne d'autant mieux les hypothèses qu'elle considère qu'elle est incomplète. Ceci s'explique de par le fait qu'en présence de trop d'hypothèses, une plus grande confusion règne entre elles, liée aux ressemblances existantes entre certaines (par exemple, entre H_3 et H_4 pour la source S_1 : cf tableau 1-c).

Pour les deux premières simulations, on remarque d'après les tableaux 1-a et 2-a que l'hypothèse H_4 présentée à la source S_1 définie sur le référentiel ne la considérant pas, est davantage reconnue comme étant l'hypothèse H_3 que les autres hypothèses considérées; ceci explique notre choix de prendre ces deux hypothèses fortement compatibles pour la méthode de déconditionnement utilisant cette connaissance. De même, on prendra H_1 fortement compatible avec H_2 pour la seconde source (cf tableaux 1-b, 2-b). Ce même raisonnement peut être alors appliqué pour la troisième simulation pour le choix des liens de compatibilité.

Nous avons vu que l'ambiguïté que crée le déconditionnement sur les hypothèses considérées par une source doit être levée par d'autres sources (cf § 4.1). Pour cela, ces dernières devront bien discerner parmi les hypothèses qu'elles traitent celles qui sont communes avec la source considérée de celles qui ne le sont pas et donc manquantes à cette source. Pour la méthode du minimum d'affectation, l'ambiguïté devra être levée pour cette source sur toutes les hypothèses qu'elle considère alors que pour la méthode par association des hypothèses les plus fortement compatibles, uniquement sur les hypothèses qui présentent des liens de compatibilités. D'après les taux de confusion significatifs du discernement entre hypothèses, on constate pour la première simulation que pour chaque source, ces taux entre les hypothèses qu'elle considère et l'hypothèse manquante à l'autre source sont faibles (cf tableaux 1-a et 1-b); on se situe donc dans des conditions favorables d'utilisation de la méthode du minimum d'affectation qui correspondent aussi à celles de la méthode par association des hypothèses les plus fortement compatibles (cf § 4.1.2). Pour la seconde simulation, ces taux sont faibles uniquement pour les hypothèses considérées qui présentent des liens de compatibilité avec l'hypothèse manquante à l'autre source (cf tableaux 2-a et 2-b); on se situe donc dans des conditions favorables d'utilisation de la méthode par association des hypothèses les plus fortement compatibles. Enfin, dans la troisième simulation, ces taux sont élevés (cf tableaux 3-a et 3-b); on se situe donc dans les conditions défavorables d'utilisation des méthodes de déconditionnement. De plus, on remarque d'après le tableau 3-a que l'hypothèse H_4 est souvent reconnue comme étant l'hypothèse H_1 ; si cette dernière se réalise alors la source S_1 trouvera la plausibilité de H_1 élevée. Dans ce cas, la plausibilité de la partie commune sera également élevée puisque qu'avec cette source il y a une grande confusion entre l'hypothèse H_1 et les hypothèses communes. Or l'autre source S_2 discerne bien H_4 et a peu de

confusion avec les hypothèses communes. En cas de sa réalisation, sa plausibilité sera élevée mais par contre la plausibilité de la partie commune sera faible. Dans ce cas, le coefficient de réajustement sera important et consistera ici à réajuster la plausibilité de H_1 et donc à l'affaiblir, permettant ainsi de mieux discerner H_4 . La méthode du minimum d'affectation qui ne réalise pas un tel réajustement aura tendance à confondre H_4 avec H_1 .

5.3. performances globales

Après fusion des deux sources selon les méthodes proposées, les taux de bonne reconnaissance relatifs à chaque hypothèse sont présentés sous forme d'histogrammes ci-dessous. Pour une hypothèse donnée, la première colonne de couleur noire correspond au taux de bonne reconnaissance relatif à cette hypothèse lorsque les deux sources sont complètes et combinées selon Bayes; il représente donc le taux de référence pour cette hypothèse. Les trois autres colonnes donnent également le taux de bonne reconnaissance relatif à cette hypothèse mais dans le cas où les sources sont incomplètes et donc sont combinées selon les méthodes proposées, à savoir la méthode du minimum d'affectation (MA), la méthode par association des Hypothèses les Plus Fortement Compatible (HPFC) et la méthode de correction des plausibilités (CP).

D'après la figure 2-a, on constate que dans les conditions d'utilisation adaptées à la méthode du minimum d'affectation, les trois méthodes obtiennent des performances similaires, très proches des performances optimales. Par contre, dans des conditions plus défavorables d'utilisation de la méthode du minimum d'affectation (cf figures 2-b et 2-c), la méthode par association des hypothèses les plus fortement compatibles se démarque nettement des deux autres méthodes. D'ailleurs, dans les conditions qui lui sont adaptées (cf figure 2-b), elle donne des performances qui se rapprochent beaucoup de celles obtenues de la combinaison des deux sources complètes. De plus, dans celles qui lui sont pourtant défavorables (cf figure 2-c), elle donne quand même les meilleures performances mais néanmoins plus éloignées des performances optimales. Ceci permet d'illustrer le comportement plus robuste de cette méthode par rapport aux deux autres qui s'explique par le fait qu'avec chaque source prise isolément, cette méthode ne dégrade pas la qualité de discernement des hypothèses qui sont non compatibles avec des hypothèses manquantes (les hypothèses H_2 et H_3 pour S_1 et les hypothèses H_2 et H_4 pour S_2). Elle nécessite néanmoins une connaissance supplémentaire que sont les liens de compatibilité entre les hypothèses manquantes et les hypothèses considérées.

Dans les conditions adaptées aux méthodes de déconditionnement (cf figures 2-a et 2-b), la méthode du minimum d'affectation et la méthode de correction des plausibilités obtiennent des performances comparables. Au contraire, la troisième simulation a été choisie pour mettre en avant les deux aspects de la méthode de correction des plausibilités qui la différencient, à savoir l'étape de fusion sur la partie commune rendue plus importante et surtout

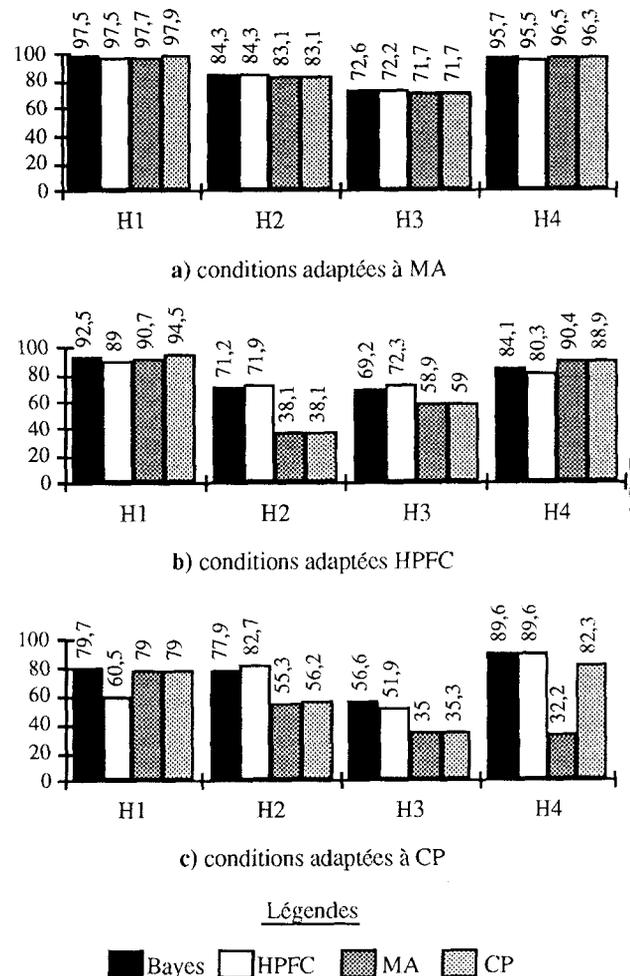


Figure 2. – Performances globales.

l'étape de réajustement (cf § 4.2). Elle a montré alors (cf figure 2-c) un comportement plus sain puisqu'elle a permis de donner des performances identiques sur H_1 , légèrement meilleures sur les hypothèses communes et nettement meilleures sur H_4 . Cette différence de performances peut paraître surprenante dans la mesure où ces deux méthodes utilisent la même quantité d'information en entrée; en fait, elles ne l'utilisent pas à un même niveau : en effet, la méthode du minimum d'affectation utilise la connaissance de chaque source redéfinie selon le principe du minimum de spécificité sur un même référentiel commun, alors que la méthode de correction des plausibilités interprète directement l'information de chaque source définie sur son propre référentiel. Cette dernière démarche occasionne donc une perte d'information moindre en traitant des éléments focaux plus précis.

Notons que les simulations ont été réalisées uniquement pour quatre hypothèses et testées sur des données générées aléatoirement selon des gaussiennes; il serait donc intéressant de tester les différentes méthodes sur des données réelles et pour davantage d'hypothèses.

6. conclusion générale

Dans cet article, nous nous sommes intéressés à la possibilité d'exploiter au mieux une source d'information définie sur un cadre de discernement non exhaustif. Les applications potentielles motivant cette démarche ont été cernées dans le troisième chapitre (cf § 3.1). Cette étude a été réalisée sous le formalisme de la théorie de l'évidence, présentée comme ayant le cadre conceptuel le mieux adapté pour traiter ce type de problème (cf § 1). Une solution pertinente consiste alors à combiner une telle source avec d'autres sources complémentaires capables de discerner les hypothèses qui lui sont manquantes; ces autres sources pourront elles-mêmes être éventuellement définies sur un cadre de discernement non exhaustif. Néanmoins, la loi de Dempster ne peut être appliquée directement sur ces cadres de discernement différents. Une première stratégie consiste dans ces conditions à ramener leur connaissance selon une technique de déconditionnement sur le référentiel composé des hypothèses considérées conjointement par toutes les sources; ce dernier constitue d'une part un référentiel commun à toutes les sources, et d'autre part contient le maximum d'hypothèses pour lesquelles on peut prétendre à une discrimination compte tenu de l'information disponible. Nous avons proposé alors deux méthodes différentes de déconditionnement dont nous avons défini en plus complètement les conditions d'utilisation adaptées. La première (cf § 4.1.1), développée par Smets et appelée « méthode du minimum d'affectation », utilise le principe du minimum de spécificité; elle constitue l'attitude la plus prudente au sens qu'elle permet d'obtenir sur le référentiel commun un nouveau jeu de masses qui ne contienne pas plus d'information que celle contenue dans le jeu de masses initial. La seconde que nous avons développée (cf § 4.1.2) est appelée « méthode par association des hypothèses les plus fortement compatibles ». Elle permet d'introduire par rapport à la méthode précédente une connaissance supplémentaire que forment les liens de compatibilité pouvant exister entre les hypothèses. Cette méthode permet alors de définir sur le référentiel commun un jeu de masses plus spécifique que celui obtenu avec la méthode du minimum d'affectation. Cette attitude conduit naturellement à de meilleures performances (cf § 5). De plus, cette méthode présente l'avantage d'être moins contraignante que la méthode précédente sur le choix des autres sources. Néanmoins, sa principale difficulté de mise en œuvre réside dans l'établissement des liens de compatibilité entre les hypothèses. De plus, pour notre part, nous avons tronqué les degrés de compatibilité pour ne garder que les plus importants et que nous avons ramené à des degrés certains; la fiabilité de ces liens dépend donc totalement de la manière dont on réalise cette opération. Il serait donc intéressant d'étendre la méthode en conservant tous les degrés de compatibilité; une stratégie de déconditionnement devra alors être définie pour les intégrer au mieux.

Nous avons également proposé une méthode qui permet de combiner l'ensemble des sources sans réaliser préalablement de

déconditionnement. Appelée méthode de correction des plausibilités (cf § 4.2), elle consiste à choisir l'une des sources comme référence pour laquelle les autres sources permettent de corriger par fusion et compléter par réajustement sa connaissance. Elle possède la contrainte de pouvoir déterminer uniquement un jeu de plausibilités. Elle est donc adaptée dès lors qu'un critère de décision est choisi comme le maximum de plausibilité. Ses conditions d'utilisation adaptées restent encore à approfondir.

Les différentes simulations nous ont permis de montrer qu'une source d'information même incomplète peut contribuer de façon intéressante à la résolution d'un problème de classification, moyennant quelques modifications (déconditionnement ou correction des plausibilités) et un choix judicieux des autres sources. En particulier, nous avons pu constater les bonnes performances des méthodes de déconditionnement lorsqu'elles sont testées dans les conditions adaptées à leur utilisation. La méthode de correction des plausibilités donne alors des performances comparables avec celles de la méthode du minimum d'affectation. Par contre, dans ses conditions d'utilisation adaptées qui sont défavorables aux méthodes de déconditionnement, cette dernière a montré un comportement plus robuste que la méthode du minimum d'affectation, utilisant pourtant la même quantité d'information que celle-ci. Nous avons expliqué ce meilleur résultat par une meilleure utilisation de l'information disponible (cf § 5.3). Néanmoins, la méthode par association des hypothèses les plus fortement compatibles est plus robuste que les deux autres méthodes puisqu'elle utilise une connaissance supplémentaire; elle est donc moins contraignante sur le choix des autres sources et d'autre part, elle montre un comportement plus sain lorsqu'elle se situe dans des conditions pourtant défavorables à son utilisation.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Abidi M.A. et Gonzalez R.C., « Data Fusion in Robotics and Machine Intelligence », Academic Press, 1992.
- [2] Appriou A., « Perspectives liées à la Fusion de Données », *Sciences et défense* 90, Dunod, Paris, Mai 1990.
- [3] Appriou A., « Probabilités et Incertitude en Fusion de Données Multi-Senseurs », *Revue Scientifique et Technique de la Défense*, 1991, N° 11, p. 27-40.
- [4] Bloch I., « Incertitude, Imprécision et Additivité en Fusion de Données : Point de Vue Historique », Soumis à la revue *Traitement du Signal* en Avril 1995.
- [5] Chatalic P., « Raisonnement déductif en présence de connaissances imprécises et incertaines : Un système basé sur la théorie de Dempster-Shafer », Thèse, Université Paul Sabatier de Toulouse, Déc. 1986.
- [6] Dempster A.P., « Upper and Lower Probabilities Induced by a Multi-valued Mapping », *Annals of Mathematical Statistics*, vol. 38, 1967.
- [7] Dempster A.P., « A Generalization of Bayesian Inference », *Journal of the Royal Statistical Society*, vol. 30, série B, 1968.
- [8] Dubois D. et Prade H., « The Principle of Minimum Specificity as a Basis for Evidential Reasoning », *1ère Conférence IPMU*, Paris, 1986, (version révisée dans Springer Verlag, LNCS Vol. 286).
- [9] Dubois D. et Prade H., « Théorie des Possibilités : Applications à la Représentation des Connaissances en Informatique », Edition Masson, 2ème Edition, Paris, 1988.
- [10] Shafer G., « A Mathematical Theory Of Evidence », Princeton University Press, Princeton, 1976.

- [11] Shafer G., « Belief Functions and Parametric Models », *Journal of the Royal Statistical Society*, 1982, Vol. 44, N°3, pp. 322–352.
- [12] Smets P., « Un Modèle Mathématico-Statistique Simulant le Processus du Diagnostic Médical », Doctoral dissertation, Université Libre de Bruxelles, Faculté de Médecine, 1978.
- [13] Smets P., « Belief Functions », Article tiré du livre *Non-Standard Logics for Automated Reasoning* de Smets P., Mamdani E., Dubois H. et Prade H., Academic Press, Londres, 1988, pp.253–286.
- [14] Smets P., « The Combination of Evidence in the Transferable Belief Model », *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1990, Vol. 12, n°5, pp. 447–458.
- [15] Smets P., « Belief Functions : The Disjunctive Rule of Combination and the Generalized Bayesian Theorem », *International Journal of Approximate Reasoning*, 1993, Vol. 9, pp. 1–35.
- [16] Smets P. et Kennes R., « The Transferable Belief Model », *Artificial Intelligence*, 1994, Vol. 66, n°2, pp. 191–234.
- [17] Yen J., « Generalizing the Dempster-Shafer Theory to Fuzzy Sets », *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 1990, Vol. 20, n°3, pp. 559–570.

Manuscrit reçu le 27 mars 1995.

LES AUTEURS

Fabrice JANEZ



Fabrice Janez est né le 14 mars 1968 à Angers. Il a obtenu une Maîtrise Sciences et Techniques en automatique à Angers, puis un D.E.A. en génie informatique à Poitiers. Il effectue actuellement son doctorat au sein de l'O.N.E.R.A. sur la théorie de l'évidence.

Alain APPRIOU



Alain Appriou est né le 26 juin 1952 au Havre. Il est ingénieur diplômé de l'Ecole Nationale Supérieure de Mécanique (1975) et de l'Ecole Supérieure d'Électricité (1977). Il a par ailleurs obtenu une habilitation à diriger des Recherches en Sciences. Entré à l'O.N.E.R.A. en 1978 comme Ingénieur de Recherche à la Direction de la Physique, il est actuellement Maître de Recherches à la Direction des Etudes de Synthèse. Il y dirige depuis janvier 1990 la Division Traitement de Données, chargée d'études prospectives en matière de traitement du signal, de l'information, et de l'image. Ces études portent sur le développement de systèmes radar, optroniques, sonar, ou multi-capteurs.