

# Segmentation d'images multisenseur par fusion évidentielle dans un contexte Markovien

## Segmentation of Multisensor Images using Evidential Combination in a Markovian Environment

par Azzeddine BENDJEBBOUR\*, Wojciech PIECZYNSKI\*\*

\* Laboratoire de Statistique Théorique et Appliquée,  
Université Paris VI, 4, Place Jussieu, 75005 Paris, France

\*\* Département Signal et Image,  
Institut National des Télécommunications,  
9, rue Charles Fourier, 91000 Evry, France

### *résumé et mots clés*

L'utilisation de la fusion de Dempster-Shafer en segmentation d'images multisenseur s'avère pertinente dans de nombreuses situations. L'intérêt des modélisations par champs de Markov cachés en segmentation statistique a par ailleurs été mis en évidence par les auteurs depuis une vingtaine d'années. Nous proposons dans cet article diverses démarches permettant l'utilisation de la fusion évidentielle dans le contexte des modèles markoviens cachés. L'intérêt des méthodes proposées ainsi que les différences de leur comportement sont étudiés à partir des simulations effectuées sur des images de synthèses.

**Théorie de l'évidence, champs de Markov cachés, fusion de Dempster-Shafer, segmentation d'images.**

### *abstract and key words*

The Dempster-Shafer combination rule turns out to be quite efficient in the segmentation of multisensor images in numerous situations. On the other hand, in a Bayesian framework the Hidden Markov Random Fields have been of interest for some twenty years. The aim of our work is to propose some methods capable of merging both evidential and Markovian field advantages. The interest of the methods proposed and the differences in their behaviour are studied through simulations on synthetic images.

**Theory of evidence, Hidden Markov fields, Dempster-Shafer combination rule, Image segmentation.**

## 1. introduction

La diversité croissante des techniques d'acquisition d'images a motivé ces dernières années de nombreuses recherches visant l'élaboration des modèles de plus en plus efficaces de fusion de données. En effet, aussi bien en imagerie médicale, aérienne, ou satellitaire, il peut arriver qu'aucune des images disponibles ne contienne, seule, une information suffisante. La théorie la plus utilisée dans la littérature pour modéliser l'information extraite

des images est sans conteste la théorie des probabilités, associée à la théorie bayésienne de la décision [12]. Cependant, si les probabilités représentent bien l'incertain qui entache cette information, elles ne permettent pas aisément de représenter son imprécision [5], [27]. Il est par exemple, parfois difficile de distinguer sur une image médicale la surface du cerveau de l'enveloppe crânienne [4] ou de repérer une route sur une image satellite [8]. De nombreuses méthodes visant à pallier cette lacune ont alors été proposées. La théorie des ensembles flous de Zadeh [28] offre un cadre déterministe riche pour représenter l'imprécision,

et la théorie des possibilités [11] permet de représenter à la fois l'imprécision et l'incertitude. La théorie des croyances de Dempster-Shafer permet également de représenter ces deux natures de l'information à l'aide de fonctions de masse induisant des fonctions de plausibilité et des fonctions de crédibilité [15], [20]. Nous retenons cette dernière pour deux raisons essentielles. D'une part, cette théorie permet d'effectuer la fusion des informations issues de différents senseurs « indépendants » simplement, par la règle de Dempster-Shafer. Parmi les nombreuses définitions de l'indépendance proposées [21], [22], [27], [30], nous retenons celle utilisant la notion de « sources distinctes » [1], [11], [24], [25]. D'autre part, cette théorie nous semble la plus adaptée au problème considéré dans le sens où elle est un prolongement du modèle bayésien. Les probabilités apparaissent en effet comme un cas particulier des fonctions de croyances lorsqu'il n'y a pas d'ambiguïté et que seul l'incertain est pris en compte. Par ailleurs, en segmentation d'images les méthodes statistiques de classification utilisant les modélisations par champs de Markov cachés donnent des résultats satisfaisants dans de nombreuses situations [3], [13], [17], [19]. Dans le contexte mutisenseur et évidentiel, nous montrons qu'il est possible d'utiliser, dans un certain nombre de situations, la puissance de ces modélisations au niveau de la prise de décision. En effet, en supposant l'une au moins, parmi les masses à fusionner, probabiliste, dans certains cas on peut obtenir, après fusion, un champ de Markov classique.

Nous proposons dans cet article six algorithmes de segmentation qui nous permettront d'étudier l'apport de la markovianité, d'une part, et de la fusion de Dempster-Shafer, d'autre part. Ces différents apports sont étudiés par le biais des simulations dans le cadre du modèle classique d'affaiblissement, et dans celui d'un modèle plus général.

L'organisation de l'article est la suivante. Dans la section 2 nous présentons une description rapide des principes des différentes segmentations statistiques et des outils de la théorie de l'évidence. Dans la section 3 nous décrivons le modèle markovien affaibli, définissons les algorithmes, et présentons les résultats des simulations. Le même plan est repris dans la section 4 dans le cadre d'un modèle plus général. La section 5 contient les conclusions.

## 2. segmentations statistiques et théorie de l'évidence

Cette section est consacrée à un bref rappel des principes des différentes segmentations statistiques et des notions de base de la théorie de l'évidence. Nous précisons également dans quel sens les modèles « évidentiels » sont une généralisation des modèles « probabilistes » et illustrons l'intérêt de leur utilisation en télédétection par un exemple.

### 2.1. segmentation statistique

Parmi les nombreux algorithmes de segmentation d'images, la famille des méthodes statistiques s'avère, dans certains cas, d'une remarquable efficacité. Les segmentations statistiques s'appuient sur la modélisation par champs aléatoires.  $S$  étant l'ensemble de pixels on considère deux collections de variables aléatoires  $X = (X_s)_{s \in S}$ ,  $Y = (Y_s)_{s \in S}$  dites « champs aléatoires ». Chaque  $X_s$  prend ses valeurs dans un ensemble fini  $\Omega$  de classes et, dans le cas de  $m$  senseurs,  $Y_s$  prend ses valeurs dans  $\mathbb{R}^m$ . Dans ce cadre le problème de la segmentation est celui de l'estimation de la réalisation invisible  $X = x$  à partir de la réalisation observée  $Y = y$ . La procédure d'estimation la plus simple consiste en estimation de la réalisation de chaque  $X_s$  à partir du seul  $Y_s$ . Une telle procédure sera dite « aveugle », ce qui signifie que la méthode est aveugle du contexte spatial du pixel  $s$  considéré. Nous utiliserons dans cet article la stratégie bayésienne correspondante à la fonction de perte 0-1 : l'estimation de la réalisation de  $X_s$  est alors donnée par la classe dont la probabilité conditionnelle à  $Y_s = y_s$  est la plus grande. Une démarche du type « globale » consiste en estimation de la réalisation de chaque  $X_s$  à partir de l'ensemble des données  $Y = y$ . En gardant la même fonction de perte on arrive à la méthode dite du « maximum du mode *a posteriori* » (MPM) : l'estimation de la réalisation de  $X_s$  est alors donnée par la classe dont la probabilité conditionnelle à  $Y = y$  est maximale. Contrairement aux méthodes locales, le calcul analytique de la solution du MPM n'est pas possible, cependant, moyennant une modélisation par champs de Markov cachés, cette solution peut être approchée par l'algorithme itératif de Marroquin *et al.* [17].

### 2.2. théorie de l'évidence

Considérons l'ensemble de classes  $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_k\}$  et  $\Omega^* = \{\Omega_1, \dots, \Omega_{2^k}\}$  l'ensemble de sous-ensembles de  $\Omega$ . Une fonction de masse élémentaire  $M$  est une probabilité sur  $\Omega^*$  vérifiant  $M(\{\phi\}) = 0$ . Notons que  $M$ , en tant que probabilité, est une application de  $(\Omega^*)^*$ , l'ensemble d'ensembles de  $\Omega^*$ , dans  $[0,1]$ . Nous sommes cependant dans le cas discret et  $M$  est entièrement déterminée par ces valeurs sur les éléments de  $\Omega^* = \{\Omega_1, \dots, \Omega_{2^k}\}$ . On dira donc, par abus de langage, que  $M$  est une « probabilité sur  $\Omega^*$  ». De même, en considérant une probabilité classique, on dit que c'est une « probabilité sur  $\Omega$  », alors que c'est une application de  $\Omega^*$  dans  $[0,1]$ . Finalement, une « probabilité sur  $\Omega$  » est une application de  $\Omega^*$  dans  $[0,1]$ , et une « probabilité sur  $\Omega^*$  » est une application de  $(\Omega^*)^*$  dans  $[0,1]$ . Une probabilité classique  $p$  est déterminée par  $p_1 = p(\omega_1), \dots, p_k = p(\omega_k)$  et une fonction de masse élémentaire  $M$  est déterminée par  $M_1 = M(\Omega_1), \dots, M_{2^k} = M(\Omega_{2^k})$ . Notons que lorsqu'une masse élémentaire  $M$  ne charge que des éléments de la forme  $\Omega_i = \{\omega_i\}$ , elle est assimilable à une probabilité classique. Dans ce cas nous l'appellerons « probabiliste » ou « bayésienne ».

Chaque fonction de masse élémentaire  $M$  définit une fonction de crédibilité, notée  $Cr$ , par

$$\forall B \subset \Omega, Cr(B) = \sum_{A \subset B} M(A) \quad (2.2.1)$$

et une fonction de plausibilité, notée  $Pl$ , par

$$\forall B \subset \Omega, Pl(B) = \sum_{A \cap B \neq \emptyset} M(A) \quad (2.2.2)$$

En désignant  $A^c$  le complémentaire de  $A$  on peut alors montrer que  $Cr(A^c) + Pl(A) = 1$ . Par ailleurs, lorsqu'une masse élémentaire  $M$  ne charge que des éléments de la forme  $\Omega_i = \{\omega_i\}$ ,  $Cr$  et  $Pl$  sont confondues et désignent la probabilité classique définie par  $M$ . Notons que la crédibilité et la plausibilité sont, comme une probabilité classique, des fonctions de  $\Omega^*$  dans  $[0,1]$ . Cependant, contrairement à la probabilité classique, ces fonctions ne sont pas, sauf dans le cas particulier où ce sont des probabilités, définies par leurs valeurs sur les singletons. Les fonctions  $Cr$  et  $Pl$  peuvent également être définies de façon axiomatique et la masse élémentaire associée est alors donnée par des opérations « inverses » à (2.2.1) ou (2.2.2). Finalement, chacune des fonctions  $Cr$ ,  $Pl$ , ou masse élémentaire définit les deux autres. Considérons  $m + 1$  masses élémentaires  $M_0, M_1, \dots, M_m$  définies sur  $\Omega^*$ . Chacune de ces masses modélise une information et, selon la règle de fusion de Dempster-Shafer, l'information résultante est donnée par la masse élémentaire  $M$  définie par

$$m(A) = \frac{1}{1 - H} \sum_{A_0 \cap \dots \cap A_m = A \neq \emptyset} \left[ \prod_{j=0}^m M_j(A_j) \right] \quad (2.2.3)$$

avec  $H = \sum_{A_0 \cap \dots \cap A_m = \emptyset} \left[ \prod_{j=0}^m M_j(A_j) \right]$  constante normalisatrice.

Notons la propriété suivante, importante pour la suite : si l'une au moins des masses élémentaires est probabiliste, alors le résultat de la fusion est probabiliste.

### 2.3. théorie de l'évidence et classification bayésienne

Cette sous-section est consacrée à la description, illustrée par un exemple, des possibilités d'utilisation de la théorie de l'évidence en classification bayésienne.

Considérons  $\Omega = \{a, b\}$  et  $\pi_a, \pi_b$  une probabilité sur  $\Omega$ . Dans le cadre classique de la classification bayésienne, on observe des versions « bruitées » des éléments de  $\Omega$ , ce qui est modélisé par deux densités de probabilité  $f_a, f_b$ . Si on considère la fonction de perte 0-1, on attribue à l'observation  $y \in \mathbb{R}$  l'élément de  $\Omega$  qui maximise  $\pi_a f_a(y), \pi_b f_b(y)$ . Plaçons nous maintenant dans le cadre de la théorie de l'évidence et modélisons l'information contenue dans l'observation  $y \in \mathbb{R}$  par la masse élémentaire « probabiliste »  $M_1(\{a\}) = \frac{f_a(y)}{f_a(y) + f_b(y)}, M_1(\{b\}) =$

$\frac{f_b(y)}{f_a(y) + f_b(y)}$ . De même, modélisons l'information *a priori* en posant  $M_0(\{a\}) = \pi_a$  et  $M_0(\{b\}) = \pi_b$ . Le résultat  $M$  de la fusion (2.2.3) est donné par  $M(\{a\}) = \frac{\pi_a f_a(y)}{\pi_a f_a(y) + \pi_b f_b(y)}$  et

$M(\{b\}) = \frac{\pi_b f_b(y)}{\pi_a f_a(y) + \pi_b f_b(y)}$ , ce qui est exactement la probabilité *a posteriori*. La démarche évidentielle apparaît ainsi comme

une généralisation de la démarche bayésienne. Afin de mettre en évidence l'existence des situations où le modèle bayésien est insuffisant, considérons le problème de télédétection suivant. Nous sommes intéressés par une règle permettant de décider, à partir des mesures dans deux senseurs (un « optique » et un autre « radar »), à quelle classe, parmi les classes « maisons » et « objet métallique », le pixel appartient. Notons  $a, b$  les deux classes. Supposons que les deux senseurs différencient, au bruit près, les deux classes lorsque le temps est ensoleillé et, lorsqu'il y a des nuages, seul le senseur « radar » est capable de les différencier. Ainsi, physiquement, il n'y a que deux classes mais, pour le senseur optique, tout se passe comme s'il y en avait trois. Une modélisation probabiliste classique d'une telle situation n'est pas aisée. Par contre, cette situation se modélise immédiatement en considérant que la présence d'un nuage induit une incertitude absolue pour le senseur optique, ce qui se traduit par une masse sur  $\{a, b\}$ . L'information fournie par le senseur optique est ainsi modélisée par le jeu de masses  $M_2 = (M_2(\{a\}), M_2(\{b\}), M_2(\{a, b\}))$ , avec  $M_2(\{a\}) = \alpha g_a(y^2), M_2(\{b\}) = \alpha g_b(y^2)$ , et  $M_2(\{a, b\}) = \alpha g_{ab}(y^2)$ . Les fonctions  $g_a, g_b, g_{ab}$  sont les densités des bruits des classes « maisons », « objet métallique », « nuages », et  $\alpha$  la constante normalisatrice :  $\alpha = [g_a(y^2) + g_b(y^2) + g_{ab}(y^2)]^{-1}$ . L'information du senseur « radar » étant modélisée par  $M_1$ , on obtient l'information fournie par les deux senseurs, qui est une probabilité, en effectuant la fusion des deux masses  $M_1$  et  $M_2$  :

$$\begin{aligned} M^{sen} &= (M^{sen}(\{a\}), M^{sen}(\{b\})) \\ &\propto (f_a(y^1)g_a(y^2) + f_a(y^1)g_{ab}(y^2), f_b(y^1)g_b(y^2) \\ &\quad + f_b(y^1)g_{ab}(y^2)) \end{aligned}$$

Nous nous retrouvons ainsi dans la situation précédente d'un senseur : l'information modélisée par  $M^{sen}$  pourra éventuellement être fusionnée avec une probabilité *a priori*.

## 3. modèle d'affaiblissement

Considérons un système formé de deux senseurs (radar, caméra IR par exemple) fournissant chacun l'image d'une même scène. Chaque image est censée représenter trois régions distinctes, par exemple un terrain constitué d'eau, de forêt, et des habitations. Le premier senseur différencie relativement bien les trois régions

symbolisées par les classes  $\{a\}$ ,  $\{b\}$  et  $\{c\}$ . Par contre, le second, peu fiable, rencontre des difficultés sur un certain nombre de pixels. Sur certaines régions, il distingue  $\{a\}$ ,  $\{b\}$ ,  $\{c\}$  et sur d'autres, lorsqu'aucune différenciation n'est possible, on supposera que la mesure qu'il observe désigne  $\{a,b,c\}$ , l'ensemble  $\Omega$  représentant toute son ignorance. On adopte ainsi le modèle d'affaiblissement le plus couramment rencontré dans la littérature. La première image de classes est modélisée par un champ markovien  $X^B$  ( $B$  pour « Bayésien »). La seconde, notée  $X^E$  ( $E$  pour « Evidentiel »), en sera déduite de façon à garder une certaine compatibilité spatiale. Les images  $X^B$ ,  $X^E$  sont ensuite bruitées classiquement et on obtient les images numériques  $Y^B$  et  $Y^E$  réellement observées. Nous proposons dans ce paragraphe une étude comparative, fondée sur les simulations, de l'efficacité de six algorithmes de segmentation. D'une part, nous étudions l'apport du modèle markovien et, d'autre part, nous cherchons à mettre en lumière la meilleure manière de tenir compte du senseur évidentiel.

### 3.1. création des images

Les réalisations de  $X^B$ , qui sont des images à trois classes  $\{a\}$ ,  $\{b\}$  et  $\{c\}$ , sont simulées classiquement à l'aide de l'échantillonneur de Gibbs [3], [13], en utilisant les probabilités conditionnelles

$$P[X_s^B = x_s^B / X_{V_s} = x_{V_s}] = \frac{\exp(-\sum_{t \in V_s} \phi(x_s^B, x_t^B))}{\sum_{\omega \in \Omega} \exp(-\sum_{t \in V_s} \phi(\omega, x_t^B))} \quad (3.1.1)$$

où  $V_s$  est le voisinage formé des quatres plus proches voisins de  $s$ ,  $s$  exclu, et l'énergie définie par la fonction potentiel

$$\phi(x_s, x_t) = \begin{cases} -1 & \text{si } x_s = x_t, \quad t \in V_s \\ 1 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (3.1.2)$$

Afin d'avoir une « vérité terrain évidentielle » compatible, nous proposons de simuler la réalisation de  $X^E$  de la manière suivante.

Soient  $p \in ]0, 1[$ ,  $A = \{a\}$ ,  $B = \{b\}$ ,  $C = \{c\}$ ,  $D = \{a, b, c\}$ .

$$\begin{aligned} P(X_s^E = A / X_s^B = a) \\ &= P(X_s^E = B / X_s^B = b) = P(X_s^E = C / X_s^B = c) = p \\ P(X_s^E = D / X_s^B = a) \\ &= P(X_s^E = D / X_s^B = b) = P(X_s^E = D / X_s^B = c) = 1 - p \end{aligned} \quad (3.1.3)$$

Les lois marginales *a priori* sur chaque image sont estimées en comptant le nombre de pixels de classes  $\{a\}$ ,  $\{b\}$ ,  $\{c\}$  sur  $X^B = x^B$ , ce qui donne  $\pi_a, \pi_b, \pi_c$ , et on procède de manière analogue pour  $X^E = x^E$ , ce qui donne  $\pi_A, \pi_B, \pi_C, \pi_D$ .

### 3.2. bruitage des images

On bruite classiquement les réalisations des champs  $X^B$  et  $X^E$  en posant :

$$\begin{aligned} p(Y_s^B = y_s^B / X_s^B = x_s^B) &= \mathcal{N}(m_{x_s^B}, 1) \quad x_s^B = a, b, c \\ p(Y_s^E = y_s^E / X_s^E = x_s^E) &= \mathcal{N}(m_{x_s^E}, 1) \quad x_s^E = A, B, C, D \end{aligned} \quad (3.2.1)$$

Le problème de la segmentation est alors celui de l'estimation de la réalisation invisible de  $X^B = x^B$  à partir des réalisations observées  $Y^B = y^B$  et  $Y^E = y^E$ .

### 3.3. segmentation aveugle

La segmentation, la plus simple parmi les méthodes bayésiennes, consiste à classer chaque pixel à partir des observations faites uniquement sur ce pixel. Ces méthodes sont ainsi « aveugles » du contexte spatial.

#### 3.3.1. segmentation aveugle sans fusion

La stratégie bayésienne de classification correspondante dite « aveugle » est obtenue par la maximisation des probabilités marginales *a posteriori*

$$\begin{aligned} P_{y_s^B}(a) &= \pi_a \times p(Y_s^B = y_s^B / X_s^B = a) / \\ &[ \sum_{x_s^B = a, b, c} \pi_{x_s^B} \times p(Y_s^B = y_s^B / X_s^B = x_s^B) ] \\ P_{y_s^B}(b) &= \pi_b \times p(Y_s^B = y_s^B / X_s^B = b) / \\ &[ \sum_{x_s^B = a, b, c} \pi_{x_s^B} \times p(Y_s^B = y_s^B / X_s^B = x_s^B) ] \\ P_{y_s^B}(c) &= \pi_c \times p(Y_s^B = y_s^B / X_s^B = c) / \\ &[ \sum_{x_s^B = a, b, c} \pi_{x_s^B} \times p(Y_s^B = y_s^B / X_s^B = x_s^B) ] \end{aligned} \quad (3.3.1)$$

L'algorithme utilisant cette règle de décision sera noté AV1. Ainsi AV1 n'utilise pas l'information évidentielle.

#### 3.3.2. segmentation aveugle après fusion

Conformément au paragraphe 2.3, nous proposons de tenir compte de l'information évidentielle en considérant le jeu de masses défini sur  $E = \{A, B, C, D\}$  par

$$\begin{aligned} P_{y_s^E}(A) &= p(Y_s^E = y_s^E / X_s^E = A) / K, \\ P_{y_s^E}(B) &= p(Y_s^E = y_s^E / X_s^E = B) / K \\ P_{y_s^E}(C) &= p(Y_s^E = y_s^E / X_s^E = C) / K, \\ P_{y_s^E}(D) &= p(Y_s^E = y_s^E / X_s^E = D) / K \end{aligned} \quad (3.3.2)$$

$$K = \sum_{x_s^E \in E} p(Y_s^E = y_s^E / X_s^E = x_s^E).$$

La fusion est alors obtenue en effectuant la somme orthogonale de Dempster-Shafer entre la probabilité définie par (3.3.1) et le jeu de masses défini par (3.3.2) :

$$P(\{u\}/y_s^B, y_s^E) = (P^{y_s^B} \oplus P_{y_s^E}), (\{u\}) u = a, b, c.$$

Après fusion on maximise donc

$$\begin{aligned} P(\{a\}/y_s^B, y_s^E) &= \frac{1}{1-k} P^{y_s^B}(a)[P_{y_s^E}(A) + P_{y_s^E}(D)] \\ P(\{b\}/y_s^B, y_s^E) &= \frac{1}{1-k} P^{y_s^B}(b)[P_{y_s^E}(B) + P_{y_s^E}(D)] \quad (3.3.3) \\ P(\{c\}/y_s^B, y_s^E) &= \frac{1}{1-k} P^{y_s^B}(c)[P_{y_s^E}(C) + P_{y_s^E}(D)] \end{aligned}$$

où

$$\begin{aligned} 1-k &= P^{y_s^B}(a)[P_{y_s^E}(A) + P_{y_s^E}(D)] \\ &+ P^{y_s^B}(b)[P_{y_s^E}(B) + P_{y_s^E}(D)] \\ &+ P^{y_s^B}(c)[P_{y_s^E}(C) + P_{y_s^E}(D)] \end{aligned}$$

L'algorithme utilisant cette règle de décision sera noté AV2. Ainsi AV2 utilise l'information évidentielle de manière aveugle.

### 3.4. segmentation globale

Nous présentons dans ce paragraphe trois algorithmes de segmentation globale obtenus par différentes fusions de Dempster-Shafer. Les résultats seront comparés à ceux obtenus par la segmentation bayésienne classique MPM utilisant la seule information du canal bayésien.

#### 3.4.1. segmentation globale sans fusion

Nous appliquons l'algorithme de Marroquin *et al.* [17], qui approxime la solution de la méthode bayésienne dite « maximum des marginales *a posteriori* » (MPM), au couple  $(X^B, Y^B)$ . La décision est prise sur chaque pixel  $s$  en maximisant la loi marginale *a posteriori* estimée

$$\hat{P}^{y^B}(x_s^B) = \hat{p}(X_s^B = x_s^B / Y^B = y^B) \quad (3.4.1)$$

L'algorithme utilisant cette règle de décision sera noté A1.

#### 3.4.2. segmentation globale après fusion

Le champ  $Y^B$  nous fournit en chaque pixel  $s$ , un premier jeu de masses qui est la loi marginale *a posteriori* (3.4.1), estimée par l'échantillonneur de Gibbs. Le deuxième jeu évidentiel (3.3.2) est

donné par l'image  $Y^E$  toujours de façon « aveugle ». On considère alors la probabilité *a posteriori*  $P(\cdot/y_s^B, y_s^E)$  obtenue par fusion :

$$\begin{aligned} P(\{a\}/y_s^B, y_s^E) &= \frac{1}{1-k} \hat{P}^{y^B}(a)[P_{y_s^E}(A) + P_{y_s^E}(D)] \\ P(\{b\}/y_s^B, y_s^E) &= \frac{1}{1-k} \hat{P}^{y^B}(b)[P_{y_s^E}(B) + P_{y_s^E}(D)] \quad (3.4.2) \\ P(\{c\}/y_s^B, y_s^E) &= \frac{1}{1-k} \hat{P}^{y^B}(c)[P_{y_s^E}(C) + P_{y_s^E}(D)] \end{aligned}$$

où  $1-k$  est le coefficient de normalisation.

La segmentation se fait alors en maximisant cette loi pour chaque pixel. L'algorithme utilisant cette règle de décision sera noté A2. Ainsi A2 utilise l'information bayésienne de manière globale et l'information évidentielle de manière aveugle.

#### 3.4.3. champ $X^E$ markovien

Nous supposons dans ce paragraphe que  $X^E$  est markovien avec les mêmes paramètres que le champ  $X^B$ . Il est alors possible de considérer les lois marginales *a posteriori* (3.4.3) estimées comme précédemment en utilisant l'échantillonneur de Gibbs :

$$\hat{P}^{y^E}(x_s^E) = \hat{p}(X_s^E = x_s^E / y^E) \quad (3.4.3)$$

La probabilité *a posteriori*  $P(\cdot/y_s^B, y_s^E)$  du système s'obtient alors par fusion donnée par les formules (3.4.2) avec  $P^{y^E}(x_s^E)$  à la place de  $P_{y_s^E}(x_s^E)$ .

La décision est prise sur chaque pixel en choisissant la classe qui maximise la loi ainsi fusionnée. L'algorithme utilisant cette règle de décision sera noté A3.

#### 3.4.4. champ évidentiel de markov caché

Nous proposons dans ce paragraphe d'effectuer la fusion au niveau des densités de probabilité  $p(Y_s^B = y_s^B / X_s^B = x_s^B)$ ,  $p(Y_s^E = y_s^E / X_s^E = x_s^E)$  de manière à ce qu'elle soit compatible avec la modélisation comportant deux canaux bayésiens. Si le canal évidentiel considéré était bayésien, on serait amené à considérer le produit de ces deux densités. Nous proposons d'effectuer la fusion en posant

$$\begin{aligned} \Pi(y_s^B, y_s^E / \{a\}) &= \frac{1}{1-k} p(Y_s^B = y_s^B / X_s^B = a)[P_{y_s^E}(A) + P_{y_s^E}(D)], \\ \Pi(y_s^B, y_s^E / \{b\}) &= \frac{1}{1-k} p(Y_s^B = y_s^B / X_s^B = b)[P_{y_s^E}(B) + P_{y_s^E}(D)], \quad (3.4.4) \\ \Pi(y_s^B, y_s^E / \{c\}) &= \frac{1}{1-k} p(Y_s^B = y_s^B / X_s^B = c)[P_{y_s^E}(C) + P_{y_s^E}(D)]. \end{aligned}$$

La fusion, effectuée de façon indépendante sur chaque pixel, est ainsi la fusion classique de Dempster-Shafer d'un jeu de

masses  $p(Y_s^E = y_s^E / X_s^E = x_s^E)$  avec une probabilité  $p(Y_s^B = y_s^B / X_s^B = x_s^B)$  en considérant ces quantités aux constantes normalisatrices près. Notons que si l'on considère la fonction ainsi obtenue comme le bruitage conditionnel à  $X_s = x_s$ , tout se passe comme si l'on était dans le cas d'un champ de Markov caché classique. La distribution *a posteriori* du champ d'étiquette  $X$  recherché est alors une distribution de Gibbs avec l'énergie définie par

$$\eta(x, y^B, y^E) = \sum_{s \in S} \left[ \sum_{t \in V_s} \phi(x_s, x_t) - \log(\Pi(y_s^B, y_s^E / x_s)) \right], \tag{3.4.5}$$

donc

$$P_{X^B, y^E}^{y^B, y^E}(x) = \xi e^{-\eta(x, y^B, y^E)}. \tag{3.4.6}$$

Il est alors possible d'appliquer classiquement l'algorithme MPM; la méthode de segmentation ainsi obtenue sera notée A4. Comme l'algorithme précédent, l'algorithme A4 tient ainsi compte de l'information évidentielle globalement : la fusion est cependant effectuée au niveau des densités du bruit, de façon indépendante sur chaque pixel, au lieu d'être effectuée au niveau des lois marginales *a posteriori*. Notons que l'algorithme A4 utilise uniquement la structure du champ  $X^B$  et la structure de  $X^E$  n'intervient pas. Ce fait pourrait être un avantage non négligeable car l'hypothèse, selon laquelle les deux champs ont la même structure markovienne, faite précédemment pourrait apparaître comme forte : elle n'est en effet étayée ni par la manière de simuler la vérité terrain évidentielle, ni par son aspect visuel.

### 3.5. simulations

Nous proposons dans ce paragraphe les résultats des diverses simulations. La vérité terrain bayésienne (Im1) est représentée par une réalisation du champ de Markov à trois classes, dont l'énergie est donnée par (3.1.2) du paragraphe 3.1, simulée classiquement par l'échantillonneur de Gibbs. Nous considérons alors deux vérités terrain évidentielles, correspondant à deux degrés d'affaiblissement, simulées en utilisant les formules (3.1.3) du paragraphe 3.1. L'image Im2 représente celle dont le degré d'affaiblissement est le plus important. L'estimation des lois marginales dans les images Im1 et Im2 donne

$$\begin{aligned} \pi_a &= 0.30, \pi_b = 0.27, \pi_c = 0.43, \\ \pi_A &= 0.18, \pi_B = 0.16, \pi_C = 0.26, \pi_D = 0.40. \end{aligned} \tag{3.5.1}$$

Six cas de bruitages différents et les résultats des segmentations par les six algorithmes considérés sont présentés dans le tableau 1. Les aspects visuels des images bruitées et des segmentations par les méthodes globales correspondant au cas 1.4 du tableau 1 sont par ailleurs donnés par les images Im3 à Im8.

Nous pouvons faire les remarques suivantes :

1. La segmentation bayésienne globale sans fusion est dans tous les cas plus efficace que la segmentation aveugle sans fusion :

lorsqu'on tient compte des interactions spatiales dans l'image  $X^B$ , la segmentation s'améliore nettement. Quand le senseur bayésien est de bonne qualité on passe de 19.92 % d'erreurs dans la classification à 2.02 % et pour un canal très bruité on passe de 55.84 % à 46.07 %.

2. Dans tous les cas, aussi bien dans le contexte aveugle que le contexte global, la fusion améliore les résultats. Ainsi l'algorithme AV2 est toujours plus efficace que l'algorithme AV1 et l'algorithme A1 est toujours le moins performant des quatre méthodes globales considérées. L'importance de l'amélioration des performances des divers algorithmes globaux est cependant fonction de l'importance relative des bruitages bayésien et évidentiel. Conformément à l'intuition, cette amélioration est surtout intéressante lorsque le bruitage du canal bayésien est important par rapport au bruitage du canal évidentiel (cas 1.3-1.6, où la différence des taux obtenus avec A1 et A4 est spectaculaire).

En conclusion, dans le cas du modèle d'affaiblissement l'algorithme A4, utilisant les informations bayésiennes et évidentielles de façon globale grâce à la modélisation markovienne, s'avère le plus efficace des six algorithmes testés. Il est particulièrement intéressant lorsque le canal bayésien est fortement bruité et le canal évidentiel bruité moyennement. En effet, le fort bruitage du canal bayésien rend inopérante, malgré l'adéquation de la vérité terrain au modèle markovien, la segmentation globale faite à partir de ce seul canal. L'utilisation de manière globale du canal évidentiel seul pourrait être envisagée : une telle démarche pose cependant un problème au niveau de la modélisation (le champ évidentiel n'est pas nécessairement markovien) et au niveau de la prise de décision [1]. La construction de l'algorithme A4 proposée permet d'éviter ces deux écueils : la fusion au niveau des senseurs fait apparaître un champ de Markov caché classique, ce qui rend possible la segmentation par MPM sans aucune modélisation supplémentaire du champ évidentiel.

Une deuxième série de résultats, exposés dans le tableau 2, correspond à un affaiblissement moins important, avec la masse évidentielle sur chaque pixel définie par (3.5.2).

$$\pi_A = 0.21, \pi_B = 0.19, \pi_C = 0.30, \pi_D = 0.30. \tag{3.5.2}$$

Conformément à l'intuition, plus l'image  $X^E$  est précise, c'est-à-dire plus la masse de la classe  $D$  est faible, plus l'apport de ce canal est important. C'est l'algorithme A3 qui bénéficie le plus de cette augmentation de précision. Par contre A4 procure sensiblement le même taux d'erreurs dans les deux cas.

Enfin, une troisième série de résultats, exposés dans le tableau 3, correspond au cas où la classe  $D = \{a, b, c\}$  est « bien discriminée », à savoir  $m_D$  est loin des autres moyennes.

Nous constatons que dans ce cas, l'algorithme A4 voit son efficacité redoublée par rapport aux résultats du tableau 1. Cependant, lorsque le canal bayésien est très bruité, l'algorithme A3 fournit des résultats plus mauvais, que si la classe  $D$  était moins bien discriminée.

## Segmentation d'images multisenseur par fusion évidentielle

**Tableau 1. – Résultats des segmentations, en % de pixels mal classés, de divers bruitages des images Im1, Im2.**

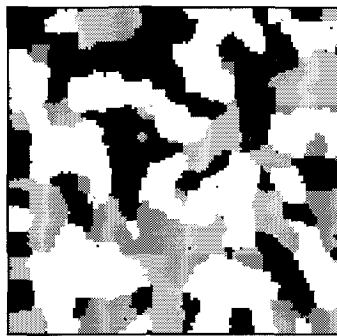
Cas	Moyennes	Cl.1	Cl.2	Cl.3	Cl.4	segmentation aveugle		segmentation globale			
						AV1	AV2	A1	A2	A3	A4
1.1	$m_{xB}$	0.0	2.0	4.0							
	$m_{xE}$	0.0	2.0	4.0	1.0	19.92	16.49	2.02	1.74	1.83	1.54
1.2	$m_{xB}$	0.0	1.0	2.0							
	$m_{xE}$	0.0	2.0	4.0	1.0	37.70	29.73	7.11	6.09	5.04	3.99
1.3	$m_{xB}$	0.0	0.5	1.0							
	$m_{xE}$	0.0	2.0	4.0	1.0	48.91	37.09	20.97	18.93	13.58	6.75
1.4	$m_{xB}$	0.0	0.2	0.4							
	$m_{xE}$	0.0	2.0	4.0	1.0	55.84	40.14	46.07	34.78	19.51	8.58
1.5	$m_{xB}$	0.0	0.1	0.2							
	$m_{xE}$	0.0	2.0	4.0	1.0	57.26	40.36	54.09	38.88	21.09	8.87
1.6	$m_{xB}$	0.0	0.1	0.2							
	$m_{xE}$	0.0	3.0	6.0	1.0	57.26	33.14	54.09	33.00	18.11	4.24

**Tableau 2. – Résultats des segmentations, en % de pixels mal classés, des divers bruitages de l'image Im1 et d'une image évidentielle moins imprécise que Im2.**

Cas	Moyennes	Cl.1	Cl.2	Cl.3	Cl.4	segmentation aveugle		segmentation globale			
						AV1	AV2	A1	A2	A3	A4
2.1	$m_{xB}$	0.0	2.0	4.0							
	$m_{xE}$	0.0	2.0	4.0	1.0	19.92	15.60	2.02	1.69	1.70	1.37
2.2	$m_{xB}$	0.0	1.0	2.0							
	$m_{xE}$	0.0	2.0	4.0	1.0	37.70	27.79	7.11	5.41	4.44	3.58
2.3	$m_{xB}$	0.0	0.5	1.0							
	$m_{xE}$	0.0	2.0	4.0	1.0	48.91	34.19	20.97	16.97	9.60	6.86
2.4	$m_{xB}$	0.0	0.2	0.4							
	$m_{xE}$	0.0	2.0	4.0	1.0	55.84	35.71	46.07	31.03	11.89	8.56
2.5	$m_{xB}$	0.0	0.1	0.2							
	$m_{xE}$	0.0	2.0	4.0	1.0	57.26	35.26	54.09	34.51	12.59	8.86
2.6	$m_{xB}$	0.0	0.1	0.2							
	$m_{xE}$	0.0	3.0	6.0	1.0	57.26	27.33	54.09	27.23	12.31	3.66

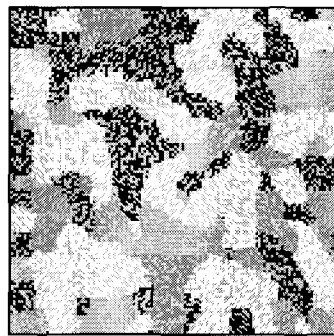
**Tableau 3. – Résultats des segmentations, en % de pixels mal classés, des bruitages des images utilisées dans le tableau 2 avec la classe D mieux localisée.**

Cas	Moyennes	Cl.1	Cl.2	Cl.3	Cl.4	segmentation aveugle		segmentation globale			
						AV1	AV2	A1	A2	A3	A4
3.1	$m_{xB}$	0.0	2.0	4.0							
	$m_{xE}$	0.0	2.0	4.0	9.0	19.92	13.06	2.02	1.15	1.37	0.97
3.2	$m_{xB}$	0.0	1.0	2.0							
	$m_{xE}$	0.0	2.0	4.0	9.0	37.70	23.04	7.11	4.75	3.84	2.04
3.3	$m_{xB}$	0.0	0.5	1.0							
	$m_{xE}$	0.0	2.0	4.0	9.0	48.91	28.08	20.97	14.57	8.39	2.78
3.4	$m_{xB}$	0.0	0.2	0.4							
	$m_{xE}$	0.0	2.0	4.0	9.0	55.84	30.48	46.07	27.58	16.31	3.13
3.5	$m_{xB}$	0.0	0.1	0.2							
	$m_{xE}$	0.0	2.0	4.0	9.0	57.26	30.78	54.09	31.26	18.77	3.30
3.6	$m_{xB}$	0.0	0.1	0.2							
	$m_{xE}$	0.0	3.0	6.0	9.0	57.26	22.66	54.09	22.14	18.84	2.72



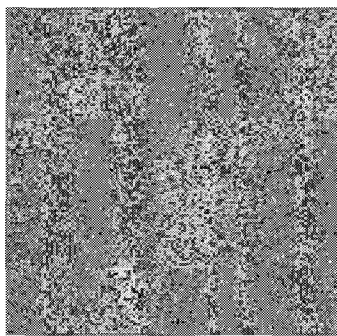
Im1

Image bayésienne  $X^B = x^B$   
du tableau 1



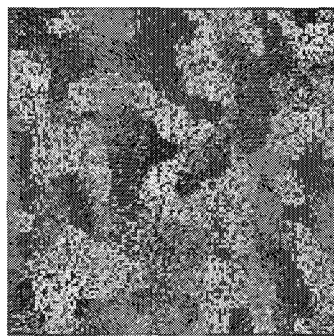
Im2

Image évidentielle  $X^E = x^E$   
du tableau 1



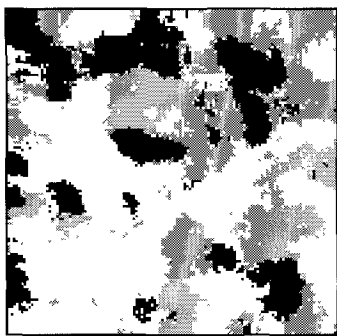
Im3

Image bruitée  $Y^B = y^B$   
tableau 1, cas 1.4



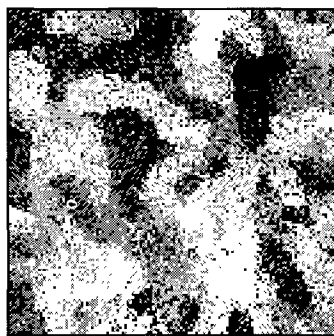
Im4

Image bruitée  $Y^E = y^E$   
tableau 1, cas 1.4



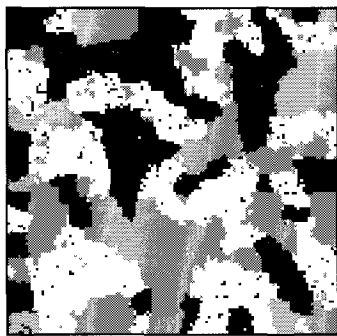
Im5

Image Im3 segmentée par  
l'algorithme A1



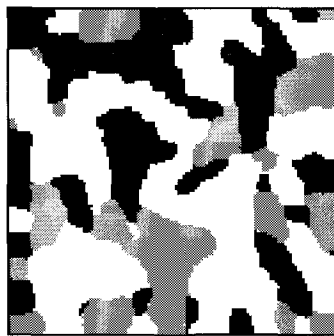
Im6

Image (Im3, Im4) segmentée  
par l'algorithme A2



Im7

Image (Im3, Im4) segmentée  
par l'algorithme A3



Im8

Image (Im3, Im4) segmentée  
par l'algorithme A4

## 4. modèle général

Considérons un modèle plus général en posant  $A = \{a\}$ ,  $B = \{b\}$ ,  $C = \{c\}$ ,  $D = \{a, b\}$  et  $E = \{a, b, c\}$ . L'image évidentielle, qui sera notée  $X^R$ , proviendrait alors d'un capteur incertain qui pour certaines régions ne sachant pas distinguer entre les deux classes  $\{a\}$  et  $\{b\}$  déciderait la classe  $\{a, b\}$  et pour d'autres régions, quand son ignorance est totale, déciderait  $\{a, b, c\}$ .

### 4.1. création de $X^R$

A partir de l'image  $X^B$ , on crée l'image  $X^R$  à valeurs dans  $\{A, B, C, D, E\}$  en tirant avec les probabilités

$$\begin{aligned}
 P(X_s^R = A/X_s^B = a) &= P(X_s^R = B/X_s^B = b) \\
 &= P(X_s^R = C/X_s^B = c) = p \\
 P(X_s^R = D/X_s^B = a) &= P(X_s^R = E/X_s^B = a) \\
 &= (1-p)/2 \\
 P(X_s^R = D/X_s^B = b) &= P(X_s^R = E/X_s^B = b) \\
 &= (1-p)/2 \\
 P(X_s^R = E/X_s^B = c) &= 1-p
 \end{aligned}
 \tag{4.1.1}$$

où  $p \in ]0, 1[$ .

### 4.2. bruitage des images

On bruité chaque région avec le bruit gaussien correspondant.

Pour chaque image, on a :

$$\begin{aligned}
 p(Y_s^B = y_s^B/X_s^B = x_s^B) &= \mathcal{N}(m_{x_s^B}, 1), \quad x_s^B = a, b, c \\
 p(Y_s^R = y_s^R/X_s^R = x_s^R) &= \mathcal{N}(m_{x_s^R}, 1), \quad x_s^R = A, B, C, D, E
 \end{aligned}
 \tag{4.2.1}$$

Les algorithmes de segmentation sans fusion utilisant l'image  $Y^B$  seule restent inchangés et les algorithmes de segmentation après fusion sont légèrement modifiés.

### 4.3. segmentation aveugle

#### 4.3.1. segmentation aveugle après fusion

Les résultats de l'algorithme AV2 sont cette fois obtenus en maximisant les trois probabilités suivantes :

$$\begin{aligned}
 P(\{a\}/y_s^B, y_s^R) &= \frac{1}{1-k} P^{y_s^B}(a) [P_{y_s^R}(A) + P_{y_s^R}(D) + P_{y_s^R}(E)] \\
 P(\{b\}/y_s^B, y_s^R) &= \frac{1}{1-k} P^{y_s^B}(b) [P_{y_s^R}(B) + P_{y_s^R}(D) + P_{y_s^R}(E)] \\
 P(\{c\}/y_s^B, y_s^R) &= \frac{1}{1-k} P^{y_s^B}(c) [P_{y_s^R}(C) + P_{y_s^R}(E)]
 \end{aligned}
 \tag{4.3.1}$$



où

$$1 - k = P^{y^B}(a)[P_{y_s^R}(A) + P_{y_s^R}(D) + P_{y_s^R}(E)] \\ + P^{y^B}(b)[P_{y_s^R}(B) + P_{y_s^R}(D) + P_{y_s^R}(E)] \\ + P^{y^B}(c)[P_{y_s^R}(C) + P_{y_s^R}(E)].$$

#### 4.3.2. segmentation globale après fusion

Les résultats de l'algorithme A2 sont obtenus en maximisant les trois probabilités suivantes :

$$P(\{a\}/y_s^B, y_s^R) = \frac{1}{1-k} \hat{P}^{y^B}(a)[P_{y_s^R}(A) + P_{y_s^R}(D) + P_{y_s^R}(E)] \\ P(\{b\}/y_s^B, y_s^R) = \frac{1}{1-k} \hat{P}^{y^B}(b)[P_{y_s^R}(B) + P_{y_s^R}(D) + P_{y_s^R}(E)] \\ P(\{c\}/y_s^B, y_s^R) = \frac{1}{1-k} \hat{P}^{y^B}(c)[P_{y_s^R}(C) + P_{y_s^R}(E)] \quad (4.3.2)$$

où

$$1 - k = \hat{P}^{y^B}(a)[P_{y_s^R}(A) + P_{y_s^R}(D) + P_{y_s^R}(E)] \\ + \hat{P}^{y^B}(b)[P_{y_s^R}(B) + P_{y_s^R}(D) + P_{y_s^R}(E)] \\ + \hat{P}^{y^B}(c)[P_{y_s^R}(C) + P_{y_s^R}(E)].$$

#### 4.3.3. champ $X^R$ markovien

Les résultats de l'algorithme A3 sont obtenus en maximisant les trois probabilités suivantes :

$$P(\{a\}/y^B, y^R) = \frac{1}{1-k} \hat{P}^{y^B}(a)[\hat{P}^{y^R}(A) + \hat{P}^{y^R}(D) + \hat{P}^{y^R}(E)] \\ P(\{b\}/y^B, y^R) = \frac{1}{1-k} \hat{P}^{y^B}(b)[\hat{P}^{y^R}(B) + \hat{P}^{y^R}(D) + \hat{P}^{y^R}(E)] \\ P(\{c\}/y^B, y^R) = \frac{1}{1-k} \hat{P}^{y^B}(c)[\hat{P}^{y^R}(C) + \hat{P}^{y^R}(E)] \quad (4.3.3)$$

où

$$1 - k = \hat{P}^{y^B}(a)[\hat{P}^{y^R}(A) + \hat{P}^{y^R}(D) + \hat{P}^{y^R}(E)] \\ + \hat{P}^{y^B}(b)[\hat{P}^{y^R}(B) + \hat{P}^{y^R}(D) + \hat{P}^{y^R}(E)] \\ + \hat{P}^{y^B}(c)[\hat{P}^{y^R}(C) + \hat{P}^{y^R}(E)].$$

#### 4.3.4. champ évidentiel de markov caché

Enfin, de manière analogue à la démarche décrite dans le paragraphe 3.4.4, les résultats de l'algorithme A4 sont obtenus en maximisant la loi marginale *a posteriori*  $\hat{P}^{y^B, y^R}(x_s^B)$ ,  $x_s^B = a, b, c$ , estimée par l'échantillonneur de Gibbs appliqué aux densités des bruits fusionnées de façon indépendante.

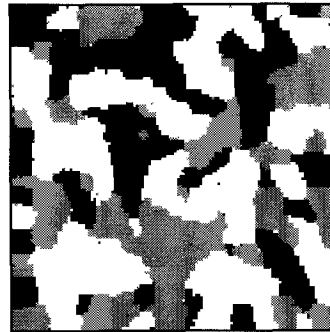
Considérons les probabilités données par (4.3.4).

$$\pi_a = 0.30, \pi_b = 0.27, \pi_c = 0.43 \\ \pi_A = 0.21, \pi_B = 0.19, \pi_C = 0.30, \pi_D = 0.10, \pi_E = 0.20. \quad (4.3.4)$$

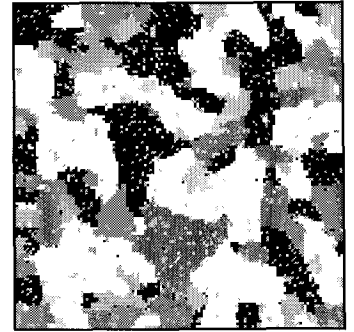
L'examen des résultats, présentés dans le tableau 4, montre que l'ajout de la classe *D* peut améliorer la qualité des segmentations de façon sensible (voir tableau 2). L'apport du canal évidentiel est d'autant meilleur que celui-ci est de bonne qualité. On peut également remarquer que lorsque le canal bayésien est très bruité, l'algorithme AV2 donne des résultats comparables à ceux de A2 ce qui permet l'économie de la modélisation markovienne du champ  $X^B$ . Les aspects visuels des images traitées au cas 4.4 de ce tableau sont donnés par les images *Im9* à *Im18*.

Enfin, une dernière série de résultats est présentée dans le tableau 5.

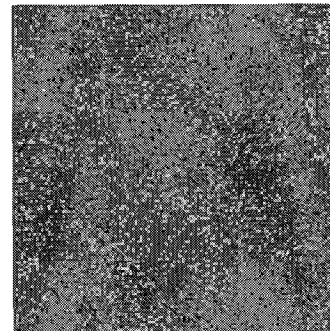
Nous constatons que les résultats des algorithmes A3 et A4, plus performants que les autres, sont souvent comparables. En fonction du bruitage et du niveau d'ignorance du canal évidentiel, ils donnent l'un ou l'autre la meilleure classification.



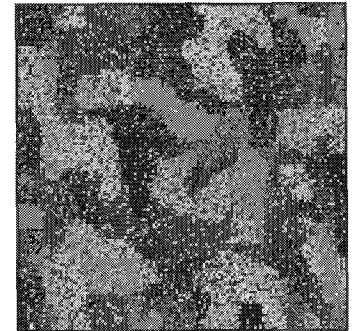
**Im9**  
Image bayésienne  $X^B = x^B$   
du tableau 4.



**Im10**  
Image évidentielle  $X^E = x^E$   
du tableau 4.



**Im11**  
Image bruitée  $Y^B = y^B$   
tableau 4, cas 4.4.



**Im12**  
Image bruitée  $Y^E = y^E$   
tableau 4, cas 4.4.

## Segmentation d'images multisenseur par fusion évidentielle

Tableau 4. – Résultats des segmentations, en % de pixels mal classés, de divers bruitages des images  $X^B, X^R$ .

Cas	Moyennes	Cl.1	Cl.2	Cl.3	Cl.4	Cl.5	segmentation aveugle		segmentation globale			
							AV1	AV2	A1	A2	A3	A4
4.1	$m_{x_B}$	0.0	2.0	4.0								
	$m_{x_R}$	0.0	2.0	4.0	1.0	6.0	19.92	13.49	2.02	1.34	1.48	1.09
4.2	$m_{x_B}$	0.0	1.0	2.0								
	$m_{x_R}$	0.0	2.0	4.0	1.0	6.0	37.70	22.68	7.11	4.91	3.91	3.13
4.3	$m_{x_B}$	0.0	0.5	1.0								
	$m_{x_R}$	0.0	2.0	4.0	1.0	6.0	48.91	26.13	20.97	14.69	5.83	4.85
4.4	$m_{x_B}$	0.0	0.2	0.4								
	$m_{x_R}$	0.0	2.0	4.0	1.0	6.0	55.84	26.61	46.07	24.93	7.81	5.85
4.5	$m_{x_B}$	0.0	0.1	0.2								
	$m_{x_R}$	0.0	2.0	4.0	1.0	6.0	57.26	26.28	54.09	28.46	8.35	6.02
4.6	$m_{x_B}$	0.0	0.1	0.2								
	$m_{x_R}$	0.0	3.0	6.0	1.0	6.0	57.26	18.14	54.09	18.85	7.16	4.76

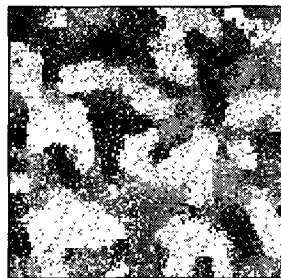
Tableau 5. – Résultats des segmentations, en % de pixels mal classés, où seul le bruitage de la classe  $E$  varie.

Cas	Moyennes	Cl.1	Cl.2	Cl.3	Cl.4	Cl.5	segmentation aveugle		segmentation globale			
							AV1	AV2	A1	A2	A3	A4
5.1	$m_{x_B}$	0.0	0.2	0.4								
	$m_{x_R}$	0.0	2.0	4.0	1.0	7.0	55.84	26.77	46.07	25.08	8.93	4.65
5.2	$m_{x_B}$	0.0	0.2	0.4								
	$m_{x_R}$	0.0	2.0	4.0	1.0	6.0	55.84	26.61	46.07	24.93	7.81	5.85
5.3	$m_{x_B}$	0.0	0.2	0.4								
	$m_{x_R}$	0.0	2.0	4.0	1.0	5.0	55.84	26.42	46.07	24.68	6.93	8.90
5.4	$m_{x_B}$	0.0	0.2	0.4								
	$m_{x_R}$	0.0	2.0	4.0	1.0	4.0	55.84	26.87	46.07	25.34	6.76	9.35
5.5	$m_{x_B}$	0.0	0.2	0.4								
	$m_{x_R}$	0.0	2.0	4.0	1.0	3.0	55.84	29.65	46.07	28.12	5.91	8.65



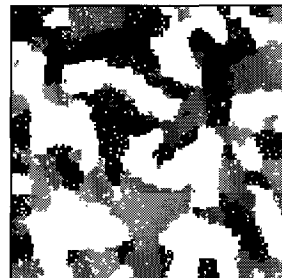
Im13

Image Im11 restaurée par l'algorithme AV1.



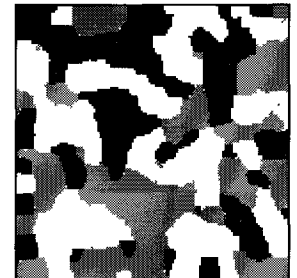
Im14

Image (Im11, Im12) restaurée par l'algorithme AV2.



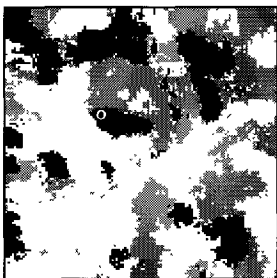
Im17

Image (Im11, Im12) restaurée par l'algorithme A3.



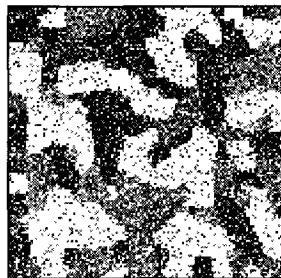
Im18

Image (Im11, Im12) restaurée par l'algorithme A4.



Im15

Image Im11 restaurée par l'algorithme A1.



Im16

Image (Im11, Im12) restaurée par l'algorithme A2.

### 4.4. estimation des paramètres

L'application des diverses méthodes proposées dans des situations réelles nécessiterait la solution, dans une phase préalable, du problème de l'identification du modèle. Dans le cas classique le problème de l'identification du modèle est celui de l'estimation des paramètres d'un champ de Markov caché. Lorsque la

forme du bruit est connue, diverses méthodes, dont le comportement est généralement satisfaisant, ont été proposées par les auteurs [19]. Mentionnons également quelques méthodes récentes permettant, en plus, d'identifier les formes des bruits correspondant aux classes [9], [14]. Dans le cas étudié dans le présent article une difficulté supplémentaire apparaît : comment déterminer la correspondance entre les étiquettes dans les différents senseurs? Plus précisément, supposons que nous savons être en présence de trois classes,  $\Omega = \{a, b, c\}$ , et nous savons que l'un des senseurs, noté  $X^B$ , est bayésien. Par contre, nous ignorons la nature d'un deuxième senseur noté  $X^R$ . En supposant la structure du champ de Markov connu (aux paramètres près) et les bruits gaussiens, le problème de l'identification est le suivant : (i) déterminer les étiquettes dans le senseur  $X^R$ , (ii) déterminer la correspondance entre les étiquettes du senseur  $X^R$  et celles du senseur  $X^B$  (qui correspondent aux classes), (iii) estimer les paramètres des gaussiennes, (iv) estimer les paramètres du champ markovien des classes. Le point (i) pourrait être abordé de la façon suivante : étant donné que le nombre de classes est trois, le nombre maximal des étiquettes dans le senseur  $X^R$  est huit. En choisissant un échantillon des pixels dans l'image on peut alors appliquer un algorithme d'estimation de mélange, de type ICE [19] ou SEM [6]. On commence avec huit classes et on évalue, après un certain nombre d'itérations, la loi *a priori*. Si la probabilité d'une classe est inférieure à un seuil, on la supprime et on recommence avec sept classes. On continue jusqu'à ce que toutes les probabilités soient toujours supérieures au seuil, d'une part, et que la suite aléatoire des paramètres se stabilise, d'autre part. On obtient alors le nombre d'étiquettes, leurs probabilités *a priori*, et les paramètres des gaussiennes correspondantes. Une piste possible pour résoudre le point (ii) pourrait être la suivante : supposons, afin d'illustrer la démarche, que la procédure décrite ci-dessus ait abouti à cinq étiquettes. Le problème est de savoir quels sont les cinq sous-ensembles (parmi les huit sous-ensembles de  $\Omega = \{a, b, c\}$ ) qui correspondent aux cinq étiquettes  $e_1, \dots, e_5$  estimées. Considérons une segmentation aveugle, notée  $S_a, S_b, S_c$ , obtenue à partir du senseur bayésien et une autre, notée  $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5$ , obtenue à partir du senseur évidentiel. La correspondance entre les étiquettes et les sous-ensembles de  $\Omega = \{a, b, c\}$  pourrait alors être évaluée en considérant les compatibilités entre les ensembles  $S_a, S_b, S_c$  et les ensembles  $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5$ . Par exemple, si  $S_1 \subset S_a$  alors l'étiquette  $e_1$  est nécessairement  $\{a\}$ . Si  $S_2$  contient des éléments de  $S_b$  et de  $S_c$  et, dans le même temps son intersection avec  $S_a$  est vide, l'étiquette  $e_2$  est  $\{b, c\}$ , et ainsi de suite ... Bien entendu, l'efficacité d'une telle démarche serait fonction de la qualité des segmentations aveugles  $S_a, S_b, S_c$  et  $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5$ . Dans le cas simple de deux classes « maisons » (classe  $a$ ) et « objet métallique » (classe  $b$ ) décrit dans la sous-section 2.3 le problème serait d'établir la correspondance entre  $e_1, e_2, e_3$  et  $\{a\}, \{b\}$  et  $\{a, b\}$ . La démarche décrite ci-dessus nous amènerait alors à faire correspondre à  $\{a, b\}$  l'étiquette  $e_i$  telle que l'ensemble  $S_i$  serait « le plus à cheval » sur les ensembles  $S_a$  et  $S_b$ , ce qui peut se formaliser de diverses manières. Par exemple, on pourrait prendre

l'étiquette  $e_i$  telle que  $\inf(\text{Card}[S_i \cap S_a], \text{Card}[S_i \cap S_b])$  est le plus grand.

## 5. conclusion

Nous avons présenté dans cet article une étude des simulations mettant en lumière les diverses possibilités de la fusion de Dempster-Shafer dans le contexte des champs de Markov cachés, avec pour objectif final la segmentation des images multisenseur. Le modèle retenu est celui d'un champ de classes markovien classique et de deux senseurs, dont un bayésien et un évidentiel. L'apport de la markovianité ainsi que l'apport de l'information évidentielle ont été étudiés à partir du comportement de six algorithmes de segmentation de conceptions différentes. L'apport de la markovianité, bien connu dans le cadre classique, ou « bayésien », est préservé. Lorsque le canal bayésien est très bruité et le canal évidentiel bruité raisonnablement, l'exploitation de l'information évidentielle peut s'avérer tout à fait pertinente. Nous avons présenté deux algorithmes originaux permettant l'exploitation de cette information dans le cadre markovien. Le premier consiste en l'introduction d'un champ de Markov évidentiel, ce qui permet de considérer les deux champs cachés (bayésien et évidentiel) séparément. Les lois marginales *a posteriori* de chacun d'entre eux, qui peuvent être estimées, sont alors fusionnées. La fusion donne une loi de probabilité sur l'ensemble des classes que l'on utilise classiquement pour obtenir la décision par maximum de vraisemblance. Le deuxième utilise la fusion, de façon indépendante sur chaque pixel, au niveau des densités du bruit. Cette démarche, qui permet d'éviter l'introduction d'un champ évidentiel, aboutit à un champ de Markov caché classique; la segmentation est alors effectuée par la méthode MPM. Le deuxième algorithme, plus facile à mettre en œuvre, s'avère également plus efficace. Etant par ailleurs plus performant que les quatre autres algorithmes considérés, il pourra être retenu dans des situations proches du cadre de la modélisation considérée. Notons que sa généralisation à un nombre quelconque de senseurs, à condition que l'un au moins soit bayésien, ne pose pas de problème majeur : en fusionnant les senseurs évidentiels et les senseurs bayésiens on se ramène au cas étudié. Le problème de l'estimation des paramètres, dont la solution permettrait l'application automatique de l'algorithme proposé en situations réelles, constitue une perspective naturelle pour la continuation de l'étude. Un certain nombre de méthodes d'estimation des paramètres dans les champs de Markov cachés bayésiens, dont l'efficacité est généralement suffisante dans le cadre de la segmentation non supervisée, a été proposé par les auteurs ces dernières années; on trouvera dans [19] des éléments de la bibliographie correspondante. Dans le cadre de l'étude du présent article, il existe cependant une difficulté supplémentaire, qui est celle de la reconnaissance des éléments focaux des masses associées à chacun des senseurs évidentiels.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] A. Appriou : Probabilités et incertitude en fusion de données multi-senseurs, *Revue Scientifique et Technique de la Défense*, n° 11, pp. 27-40, 1991.
- [2] J.A. Barnett : Computational Methods for a mathematical theory of evidence, *proc. 7th Int. joint conf. Artificial Intell.*, Vancouver, BC, pp. 868-875, 1985.
- [3] J. Besag : On the statistical analysis of dirty pictures, *Journal of the Royal Statistical Society*, Series B, vol. 48, pp. 259-302, 1986.
- [4] I. Bloch : Some aspect of Dempster-Shafer evidence theory for classification of multi-modality medical images taking partial volume effect into account, *Pattern Recognition Letters*, n° 17, pp. 905-919, 1996.
- [5] I. Bloch, H. Maître : Fusion de données en traitement des images : Modèles d'information et décision, *Traitement Du Signal*, vol. 11, n° 6, pp. 435-446, 1994.
- [6] M. Broniatowski, G. Celeux, J. Diebolt : Reconnaissance de mélanges de densités par un algorithme d'apprentissage probabiliste. In *Data Analysis and Informatics 3*, E. Diday (Ed.) North-Holland, Amsterdam, 1983.
- [7] G. Casella, E.I. George : Explaining the Gibbs Sampler, *The American Statistician*, vol. 46, n° 3, 1992.
- [8] J. Van Cleynenbreugel, S. A. Osinga, F. Fierens, P. Suetens, A. Oosterlinck : Road Extraction from Multi-temporel Satellite Images by an Evidential Reasoning Approach, *Pattern Recognition Letters* n° 12, pp. 371-380, 1991.
- [9] Y. Delignon, A. Marzouki, W. Pieczynski : Estimation of Generalized Mixture and Its Application in Image Segmentation, *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 6, n° 10, 1997.
- [10] A.P. Dempster : Upper and Lower probabilities induced by a multivalued mapping, *Annals of Mathematical statistics*, AMS-38, pp. 325-339, 1967.
- [11] D. Dubois, H. Prade : Théorie des possibilités, application à la représentation des connaissances en Informatique, *Masson*, Paris, 1988.
- [12] R. Duda and P. Hart : *Pattern Classification and Scene Analysis*, New-York, Willey, 1973.
- [13] S. Geman, G. Geman : Stochastic relaxation, Gibbs distribution and the bayesian restoration of images, *IEEE Transactions on PAMI*, vol. 6, pp. 721-741, 1984.
- [14] N. Giordana, Pieczynski : Estimation of Generalized Multisensor Hidden Markov Chains and Unsupervised Image Segmentation, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 19, n° 5, pp. 465-476, 1997.
- [15] J. Guan, D.A. Bell : *Evidence Theory and its applications*, Amsterdam, Nort-Holland, 1991.
- [16] G.J. Klir, T.A. Folger : *Fuzzy sets, Uncertainty and Information*. Englewood Cliffs, NJ : Prentice Hall, 1988.
- [17] J. Marroquin, S. Mitter, T. Poggio : Probabilistic solution of ill-posed problems in computational vision, *Journal of the American Statistical Association*, 82, pp. 76-89, 1987.
- [18] J. Pearl : Probabilistic reasoning in intelligent system : networks of plausible inference. *Morgan Kaufmann pub.*, San Mateo, ca, USA, 1988.
- [19] W. Pieczynski : Champs de Markov cachés et estimation conditionnelle itérative, *Traitement du Signal*, vol. 11, n° 2, pp. 141-153, 1994.
- [20] G. Shafer : *A Mathematical theory of Evidence*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1976.
- [21] G. Shafer : Constructive probability, *Synthese*, vol. 48, pp. 1-60, 1981.
- [22] G. Shafer : Perspective on the theory and practice of belief function, *International Journal of Approximate Reasoning*, vol. 4, pp. 323-362, 1990.
- [23] P. Smets : Un modèle mathématico-statistique simulant le processus du diagnostic médical, *Doctoral Dissertation at the free Unersivity of Brussels*, Presses Universitaires de Bruxelles, 1978.
- [24] P. Smets : Belief functions versus probability functions. In B. Bouchon, L. Saitta and R.R. Yager (eds), *Uncertainty and intelligent systems*, pp. 17-24. Berlin : Springer-Verlag, 1988.
- [25] F. Voorbaark : On the justification of Dempster's rule of combination, *Artificial Intelligence*, vol. 48, pp. 171-197, 1991.
- [26] R.R. Yager : A general approach to decision making with evidential knowledge, *Uncertainty in Artificial Intelligence*, L.N. Kanal et J.F. Lemmer ed., Elsevier Science Publishers, BV North-Holland, 1986.
- [27] P. Walley : *Statistical reasoning with imprecise probabilities*, Chapman and Hall, London, 1991.
- [28] L. A. Zadeh : Fuzzy sets, *Inform. Contr.*, vol. 8, pp. 338-353, 1965.
- [29] L. A. Zadeh : A simple view of the Dempster-Shafer theory of evidence, *AI Magazine*, Summer, pp. 85-90, 1986.
- [30] L. Zhang : Representation, Independence, and Combination of evidence in the Dempster-Shafer theory, *Advances in the Dempster-Shafer Theory of Evidence*, R. R. Yager, M. Fedrizzi and J. Kacprzyk (eds), Willey, 1994.

Manuscrit reçu le 26 novembre 1996.

## LES AUTEURS

Azzedine BENDJEBBOUR



Après avoir obtenu un diplôme d'études approfondies en Statistique à l'Université Paris VI en 1993, Azzedine Bendjebbour y prépare une thèse de doctorat sur le thème de la Segmentation d'Images par Champs de Markov et Théorie des Croyances de Dempster-Shafer. Ses recherches portent sur les modélisations de l'imprécision et la fusion de données dans un contexte markovien appliquées à la segmentation d'images.

Wojciech PIECZYNSKI



Titulaire d'un Doctorat d'Etat en Mathématiques obtenu à l'Université de Paris IV en 1986, Wojciech Pieczynski a enseigné au Centre Universitaire de Tiaret, Algérie, à l'Université de Brazzaville, Congo, et à l'Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications de Bretagne, Brest. Actuellement Professeur à l'Institut Nationale des Télécommunications, Evry. Ses recherches portent sur les modélisations probabilistes et les traitements statistiques des images.