

# Estimation de l'uni longitudinal des chaussées par filtrage du signal de l'analyseur de profil en long

## Estimation of Roads Longitudinal Roughness Using Longitudinal Profile Analyser Signal Filtering

par Jean-Marie PIASCO\*, Vincent LEGEAY\*\*

\* Institut de Recherche en Cybernétique de Nantes (IRCyN) - U.M.R. CNRS 6597

1 rue de la Noë, BP 92101, 44321 NANTES Cedex 03

\*\* Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (LCPC),  
Centre de Nantes BP 19 - 44340 Bouguenais

### *résumé et mots clés*

Les spécialistes du monde routier et des travaux public s'intéressent depuis longtemps aux aspérités présentes sur les chaussées. Ces défauts de la route par rapport à une surface idéalement plane constituent ce que l'on appelle son uni. L'analyseur de profil en long, l'APL, a été conçu par le Laboratoire Central des Ponts et Chaussées de Nantes afin de mesurer cet uni. Le signal que délivre cet appareil peut être considéré comme la sortie d'un système linéaire dont l'entrée est le profil inconnu de la route. Le signal que délivre cet appareil peut être considéré comme la sortie d'un système linéaire dont l'entrée est le profil de la route. L'image qu'il donne des défauts de la chaussée est déformée par rapport à la forme réelle de ces défauts, les utilisateurs sont demandeurs d'une estimation plus précise de ceux-ci. Il se pose donc le problème de la déconvolution du signal APL. Pour résoudre ce problème, on propose dans ce papier, deux approches, l'une déterministe utilisant un filtrage retour par la fonction de transfert de l'APL, l'autre stochastique par filtrage de Kalman. Dans un premier temps on modélise l'APL par une fonction de transfert du 5ème ordre construite à partir d'une description des différents organes mécaniques et électroniques qui le constituent et d'une analyse harmonique expérimentale. La technique du double filtrage permet alors d'éliminer les distorsions de phases du signal APL et d'obtenir ainsi un pseudo profil qui ne diffère du profil exact que par des atténuations pour des fréquences extérieures à la bande passante de l'analyseur. La deuxième approche utilise un modèle de l'APL obtenu par identification paramétrique (méthode du maximum de vraisemblance) et un modèle du profil du type signal de Wiener. On met alors en œuvre un filtre estimateur optimal stationnaire de Kalman. Après élimination des composantes polynomiales et basses fréquences le signal reconstruit suit fidèlement les variations de l'uni de la chaussée. Des résultats, obtenus à partir d'enregistrements effectués au banc d'essais et sur une piste expérimentale, sont présentés.

Reconstruction, profil, route, filtrage, Kalman, modélisation, identification

### *abstract and key words*

Experts of roads and public works have been interested for a long time in the bumps on the road ways. Such road defects with regard to a flat surface, are called the roughness of the road. The longitudinal profile analyser (LPA) was made by the « Laboratoire Central des Ponts et Chaussées » in Nantes, in order to measure the roughness. The signal given by this plant can be considered as the output of a linear system whose input is the unknown longitudinal section of the road. We present in this paper two methods for solving this problem : the first one is determinist and uses a back filtering by the transfer function of the LPA. The second one is stochastic and uses Kalman filtering. At first, we modelize the LPA by a fifth order transfert function built with a description of its different mechanic and electronic components and by an experimental frequency analysis. Then the double filtering technic eliminates the phase distortions of the LPA signal, so we obtain a pseudo profile reproducing the exact profile with an attenuation for frequencies outside the analyser band pass. The second method uses a LPA model obtained by parametric identification (maximum likelihood method) and a model of the profile type Wiener signal. Then we implement an optimal Kalman filter. After eliminating polynomial components and low frequencies, the reconstructed signal follows accurately variations of the roughness road. Results obtained from measurements made on a test bed and an experimental way are presented.

Reconstruction, profile, roads, filtering, Kalman, modeling, identification

# 1. introduction

Un des paramètres qui intéresse les spécialistes du monde routier et des travaux publics est le profil longitudinal de la route et, plus particulièrement, la contribution des variations de niveaux qui s'étendent sur des longueurs allant de quelques centimètres à 50 mètres, dénommée l'uni de la chaussée. La qualité de ce paramètre influence la tenue de route des véhicules, la sécurité, le coût à l'usage, le confort de l'automobiliste, la durée de vie de la chaussée...

Le LCPC, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, a développé un appareil destiné à analyser et quantifier la qualité de l'uni [1], [2], [3]. L'APL, Analyseur de Profil en Long, se compose d'une remorque mono-roue tractée par un véhicule à vitesse constante : son principe (figure 1) consiste en la mesure des variations de l'angle entre l'axe portant la roue et une référence horizontale donnée par un pendule inertiel, cet angle est ensuite traduit en hauteur de dénivellation. Un amortisseur permet de garder la roue de la remorque en contact avec le sol. La courbe de réponse de l'APL est unitaire pour les fréquences de 0.2 Hz à presque 30 Hz, mais la phase de sa fonction de transfert ne varie pas linéairement avec la fréquence comme le ferait celle d'un retardateur pur, ce qui introduit des distorsions entre la forme réelle des défauts de la route et l'image qu'en donne l'APL. Les metteurs en œuvre sont souvent demandeurs d'une évaluation plus précise à partir de l'image qu'en donne l'APL des caractéristiques des défauts de la route pour choisir le type de travaux susceptible de les corriger. Il se pose alors le problème de la déconvolution du signal APL afin de mieux reconstruire le profil longitudinal.

Deux approches de ce problème sont présentées ici : la première, menée par le LCPC, se limite à la suppression de la distorsion de phase à l'aide d'un filtrage du signal APL par un filtre numérique modélisant sa fonction de transfert en commençant par la fin du signal; la seconde, étudiée par Laboratoire d'Automatique de Nantes, est basée sur le filtrage de Kalman après application d'une méthode d'identification paramétrique.

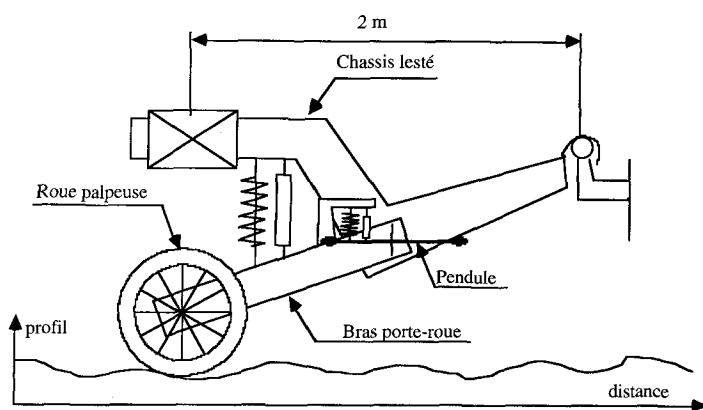


Figure 1. - Schéma simplifié de l'APL.

Dans une première partie, nous exposons la modélisation de la fonction de transfert de l'APL déterminée à partir de la connaissance de son fonctionnement mécanique, puis nous montrons comment il est possible de traiter le signal APL pour une meilleure reconnaissance de la forme des défauts à l'aide de la technique que nous nommons « double filtrage ».

Dans la seconde partie, l'identification de l'APL est déterminée à l'aide d'une méthode d'identification paramétrique, il s'agit d'utiliser des méthodes déjà éprouvées dans un domaine où elles n'ont jamais été employées. Le modèle identifié est ensuite utilisé pour reconstruire le profil réel de la chaussée : une méthode basée sur le filtrage de Kalman est proposée, elle nécessite la connaissance d'un modèle linéaire du processus, d'un modèle d'évolution de l'entrée et l'hypothèse de perturbations aléatoires. Ce problème, qui entre dans le cadre du problème de la déconvolution, consiste à déterminer l'entrée d'un système connaissant son modèle, sur la base d'un enregistrement bruité de sa sortie. Ce problème est largement traité dans la littérature, [4], [5], [7], [8], [9], [10], [12] et a donné lieu à de nombreuses applications dans les domaines du traitement des signaux sismiques, de la parole, biomédicaux, [6], [11], [13], [14], [15] ... Deux approches sont souvent utilisées : la méthode du maximum de vraisemblance et le filtrage de Kalman. Les deux méthodes fournissent un estimateur optimal de l'entrée. La mise en œuvre de ces méthodes d'estimation suppose également une modélisation du signal d'entrée. Par exemple, dans le cas de signaux sismiques on suppose que l'entrée est une séquence blanche bernouilli gaussienne [4]. Pour le profil longitudinal d'une route on choisira un modèle du type signal de Wiener. D'autres approches au problème de la déconvolution peuvent également être envisagées. On peut citer par exemple une approche du type « gradient » (optimisation sous contrainte) [9] ou du type « filtrage inverse régularisé » [10].

# 2. modélisation de l'APL

Dans cette partie, la modélisation de la fonction de transfert de l'APL est construite à partir d'une description des différents organes mécaniques ou électroniques qui le constituent. La fonction de transfert de l'APL est composée de trois parties : la première est un filtre passe-haut du premier ordre de type RC qui a essentiellement le rôle d'assurer une uniformisation des fréquences de coupure basse entre les diverses remorques APL, la deuxième représente le fonctionnement du pendule, filtre passe haut du second ordre, et la troisième le fonctionnement de l'amortisseur, filtre passe bas du second ordre.

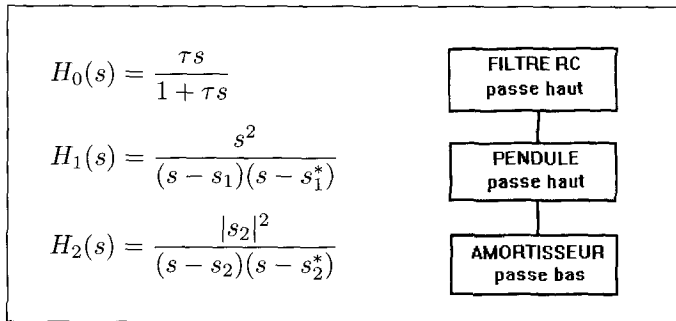


Figure 2. – Composition de la fonction de transfert de l'APL.

La fonction de transfert en  $z$  de l'APL peut donc s'écrire sous la forme :

$$H(z) = \frac{(1 - z^{-1})^3(1 + z^{-1})^2}{(1 - p_0z^{-1})(1 - p_1z^{-1})(1 - p_1^*z^{-1})(1 - p_2z^{-1})(1 - p_2^*z^{-1})} \quad (1)$$

avec  $k = \frac{(1 - p_1)(1 - p_1^*)(1 - p_2)(1 - p_2^*)}{16 \left(1 + \frac{dt}{2\tau}\right)}$  et  $p_0 = \frac{1 - \frac{dt}{2\tau}}{1 + \frac{dt}{2\tau}}$

où  $dt$  = pas d'échantillonnage.

Le paramètre  $\tau$  est fixe et déterminé en fonction de la courbe de réponse du filtre RC, il est égal à  $0.4\pi$  seconde. Les pôles  $p_1$  et  $p_2$  sont liés respectivement au pendule et à l'amortisseur, leurs valeurs sont déterminées par un calage du modèle de la fonction de transfert sur des données expérimentales mesurées à l'aide d'un banc de vibration. Il est nécessaire d'effectuer le calage de ces paramètres pour chaque pas d'échantillonnage  $dt$  donc pour chaque couple vitesse de mesure  $V$  et pas d'échantillonnage spatial  $dx$  ( $dt = \frac{dx}{V}$ ).

La vitesse de roulement à laquelle est tracté l'APL est de 20 m/s, le pas d'échantillonnage spatial peut être de 5 cm, 15 cm ou 20 cm, ce qui donne une fréquence d'échantillonnage respectivement de 400 Hz, 133 Hz ou 100 Hz. Pour certaines utilisations, la vitesse de roulement est seulement de 6 m/s, le pas d'échantillonnage est alors de 5 cm et la fréquence d'échantillonnage de 120 Hz. Le tableau 1 résume les valeurs issues du calage de ces paramètres pour les configurations les plus courantes avec et la figure 3 illustre

Tableau 1. – Valeurs des pôles obtenues par calage sur les données expérimentales relatives à la remorque n°1.

V en m/s et dx en cm	$ p_1 $	$f_1$	$ p_2 $	$f_2$
20 m/s et 5 cm	0.9976	0.2185	0.8002	19.28
20 m/s et 15 cm	0.9926	0.2252	0.5203	22.83
20 m/s et 20 cm	0.9901	0.2250	0.4922	25.0
6 m/s et 5 cm	0.9918	0.2243	0.4990	23.65

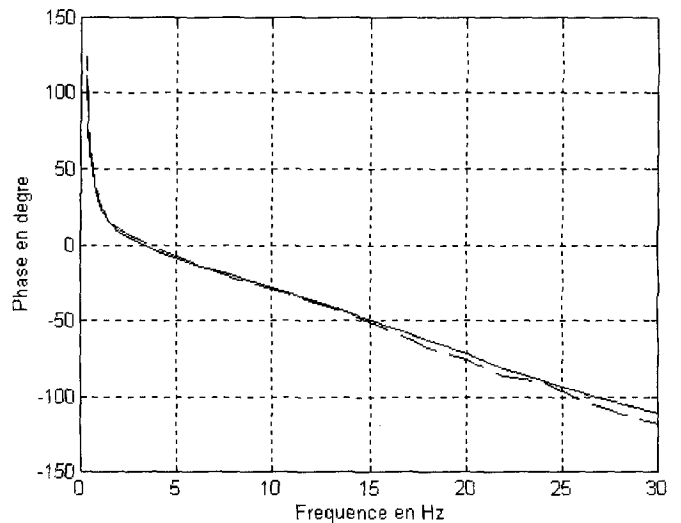
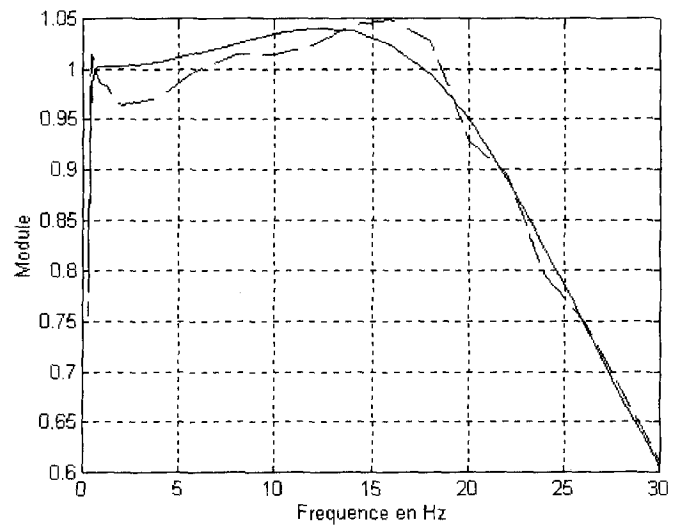


Figure 3. – Calage du modèle (en trait continu) en module et en phase sur les courbes expérimentales (en trait discontinu) pour une vitesse de 20 m/s et un pas d'échantillonnage de 5 cm.

la qualité du calage du module et de la phase du modèle sur les données expérimentales.

La qualité de cette modélisation est confirmée en comparant les réponses de l'APL à des sollicitations provoquées par un banc de vibration avec celles simulées numériquement. Il s'avère alors que le résultat est satisfaisant, la simulation suit fidèlement la réponse de l'APL (figure 4) puisqu'il est quelquefois difficile de différencier les deux réponses (seul l'exemple relatif à un creux de 50 m où la réponse au banc est arbitrairement décalée du zéro permet de distinguer les deux courbes).

Cependant les comparaisons au banc ne sont pas suffisantes puisque l'APL n'est pas réellement excité de la même façon que sur la route. En effet, il n'est pas tenu compte de la rotation de la roue et des variations qui peuvent être provoquées par la

## Estimation de l'uni longitudinal des chaussées par filtrage du signal A.P.L.

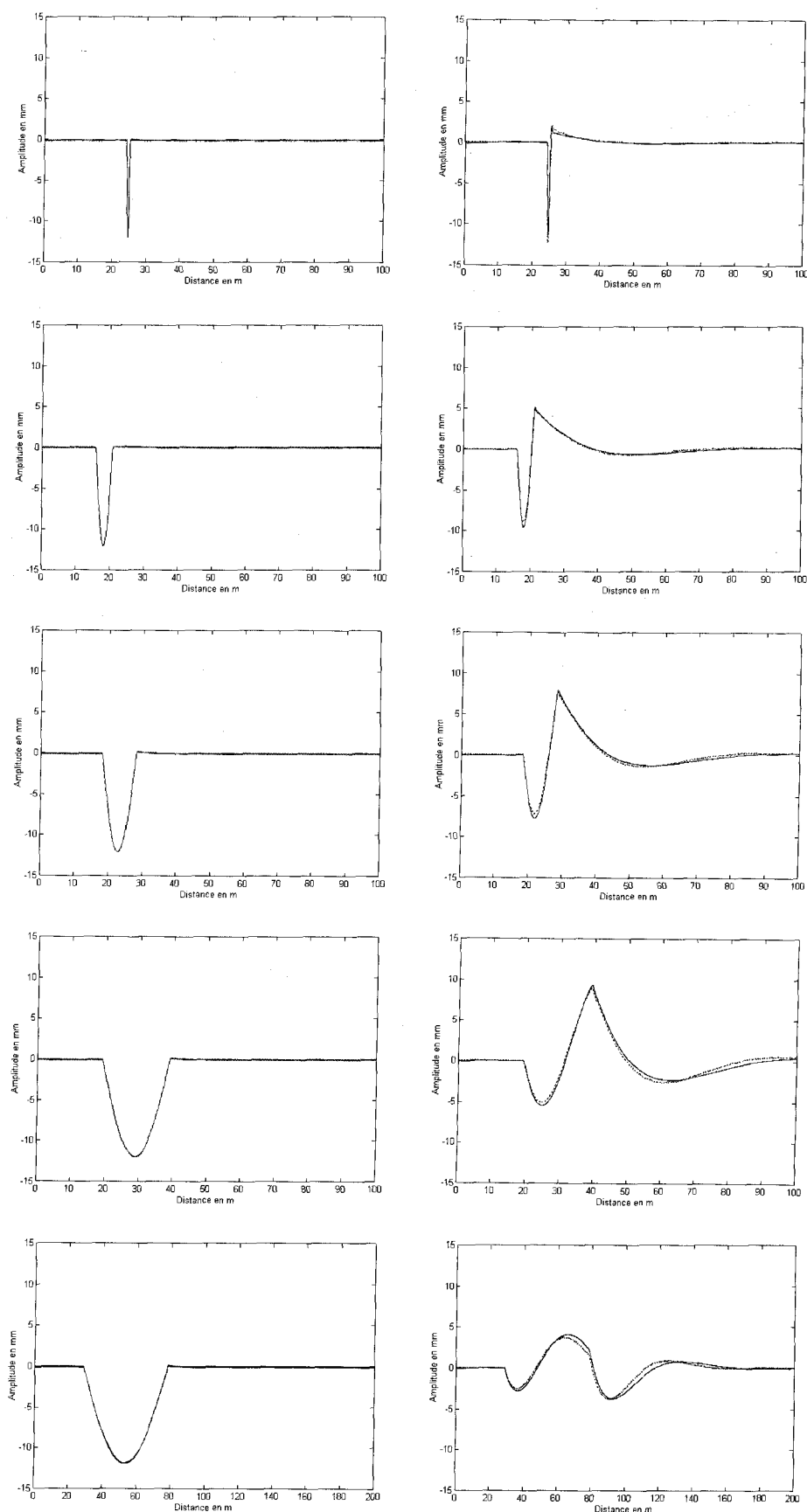


Figure 4. – Comparaison, colonne droite, de la réponse de l'APL et de la réponse du modèle à des sollicitations, au banc de vibration, en forme de creux, colonne gauche, de différentes longueurs à la vitesse de 20 m/s : a) 1m, b) 5 m, c) 10 m, d) 20 m, e) 50 m.

traction par un véhicule. On remédie à cela en utilisant une piste expérimentale instrumentée de façon à pouvoir déterminer son profil longitudinal réel, la figure 5 montre la comparaison entre la simulation de la réponse de l'APL à partir du modèle et du profil réel de la piste, et la vraie réponse de l'APL, pour une vitesse de 6 m/s. On constate, au-delà des 20 premiers mètres, une concordance très satisfaisante entre les deux réponses. La dissimilitude des 20 premiers mètres s'explique par la présence d'une brusque dénivellation au début de la piste qui peut engendrer des phénomènes transitoires non linéaires qui ne sont pas pris en compte dans le modèle.

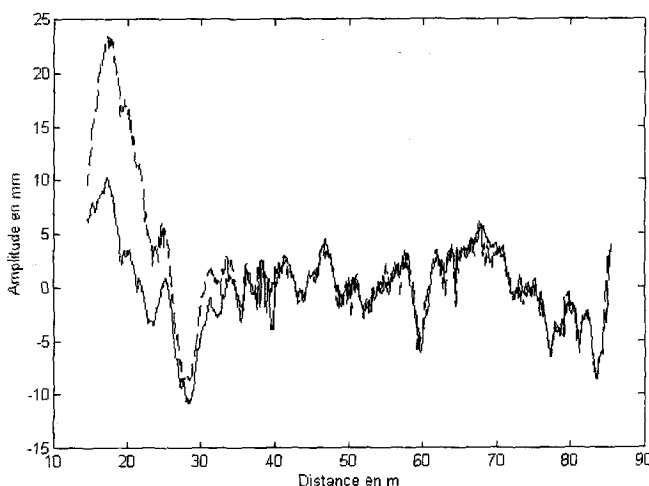


Figure 5. – Réponse du modèle en trait discontinu et de l'APL en roulement à 6 m/s en trait continu, tous les deux excités par le profil de la piste de répandage du LCPC.

Le modèle que nous avons défini représente donc le comportement de l'APL aussi bien de façon statique, au banc, qu'en roulement, tracté par un véhicule. Nous disposons ainsi d'un outil essentiel pour simuler numériquement le comportement de l'APL en régime stationnaire et, principalement, pour construire une procédure de traitement du signal APL en vue d'une amélioration de la reconnaissance des formes réelles des défauts du profil en long.

### 3. suppression de la distortion de phase par double filtrage

Le signal APL est une image modifiée du profil longitudinal de la route que l'on désigne sous le terme de pseudoprofil. Les différences entre le pseudoprofil  $y$  et le profil  $u$  résultent de l'action de la fonction de transfert de l'APL qui se traduit par deux symptômes. Le premier est lié au module de la fonction

de transfert de l'APL qui atténue les fréquences extérieures à la bande passante; le second provient de la non linéarité de la phase en fonction de la fréquence de la fonction de transfert qui impose des retards différents pour chaque fréquence. La technique d'amélioration du signal APL que nous décrivons ici a pour objectif de supprimer cette distorsion de phase.

Imaginons un système qui agisse comme une ligne à retard, c'est à dire qui retarde toutes les fréquences composant le signal de la même quantité  $t_0$ . Pour supprimer ce retard il suffit de refaire passer le signal dans ce système mais en commençant par la fin du signal.

Le signal APL  $y$  résulte de la transformation du profil  $u$  par la fonction de transfert de l'APL selon :

$$Y(z) = H(z)U(z) \quad (2)$$

où  $U(z)$  et  $Y(z)$  sont les transformées en  $z$  du profil  $u$  et du signal APL  $y$ ,  $H(z)$  fonction de transfert en  $z$  de l'APL avec :

$$H(z) = |H(z)|e^{-j\pi\phi(z)} \quad (3)$$

Décrivons les diverses étapes du schéma synoptique de la figure 6. L'inversion ou déroulement en sens inverse du signal APL fait passer de la transformée en  $z$   $Y(z)$  à la transformée  $Y(z^{-1})$ , celle-ci est multiplié par la fonction de transfert  $H(z)$  de l'APL ce qui donne

$$H(z)Y(z^{-1})$$

puis on déroule de nouveau en sens inverse pour retrouver le sens initial

$$G(z) = H(z^{-1})Y(z)$$

$$G(z) = H(z^{-1})H(z)U(z)$$

La technique du double filtrage (figure 6) donne un nouveau pseudoprofil  $g$  qui est alors lié au profil  $u$  par la relation :

$$G(z) = H(z^{-1})H(z)U(z) \quad (4)$$

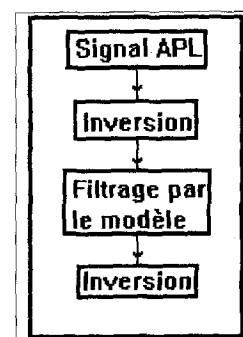


Figure 6. – Synoptique de la méthode dite « double filtrage » de suppression de la distortion de phase dans le signal APL : 1) Inversion de l'ordre des points du signal APL pour que le dernier point devienne le premier; 2) Filtrage de ce nouveau signal par la fonction de transfert du modèle qui a été précédemment défini; 3) Nouvelle inversion pour remettre les points dans le bon ordre.

## Estimation de l'uni longitudinal des chaussées par filtrage du signal A.P.L.

pour  $u(t)$  sinusoïdal,  $z = e^{j2\pi f dt}$  et :

$$G(f) = |H(f)|^2 U(f) \quad (5)$$

Cette technique supprime la distorsion de phase, mais elle impose deux fois l'atténuation du module de la fonction de transfert de l'APL. Si les fréquences de la bande passante ne sont pas altérées, les fréquences extérieures à cette bande sont deux fois plus atténuées que dans le signal APL.

On conçoit aisément que cette technique puisse donner des résultats satisfaisants pour les défauts dont les spectres ont leur parties principales incluses dans la bande passante de l'APL, et soit moins performante dans les autres cas. Par construction, l'image des défauts que l'on obtient présente toujours un centre

de symétrie et n'est pas décalée dans l'espace par rapport à ces défauts.

L'image d'une bosse de longueur 10 m à la vitesse de 20 m/s par la méthode du « double filtrage » ressemble plus à la bosse initiale que celle donnée par le signal APL lui-même (figure 7), de même que l'image d'une succession de créneaux positif et négatif (figure 8).

Un résultat spectaculaire est obtenu par cette méthode avec l'image d'un ralentisseur (le profil longitudinal réel est semblable à un créneau de 5 mètres de long et de quelques centimètres de haut) telle que celle présentée à la figure 9 : le nouveau pseudo-profil a une forme plus proche de la réalité que celle découlant directement du signal APL.

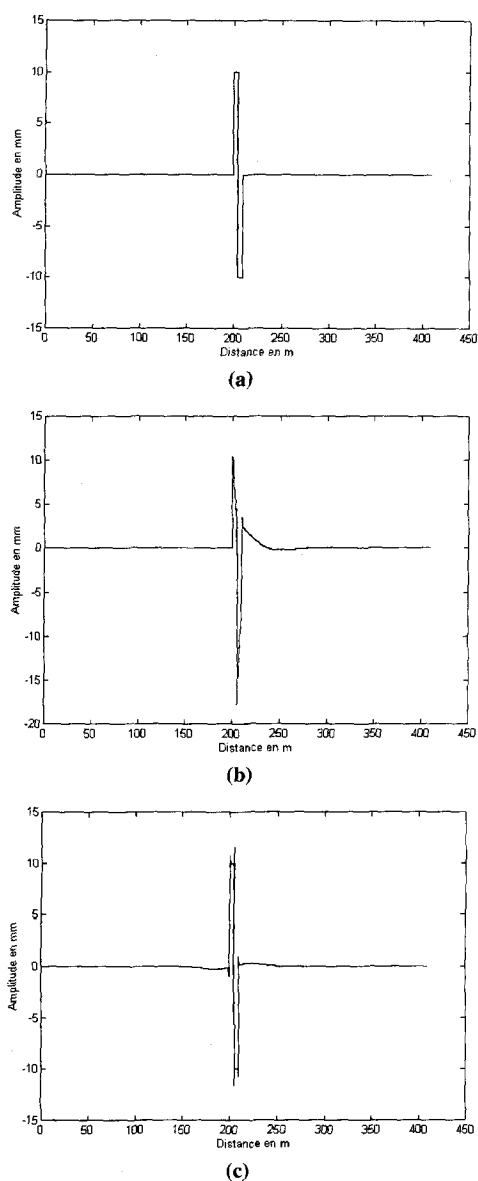
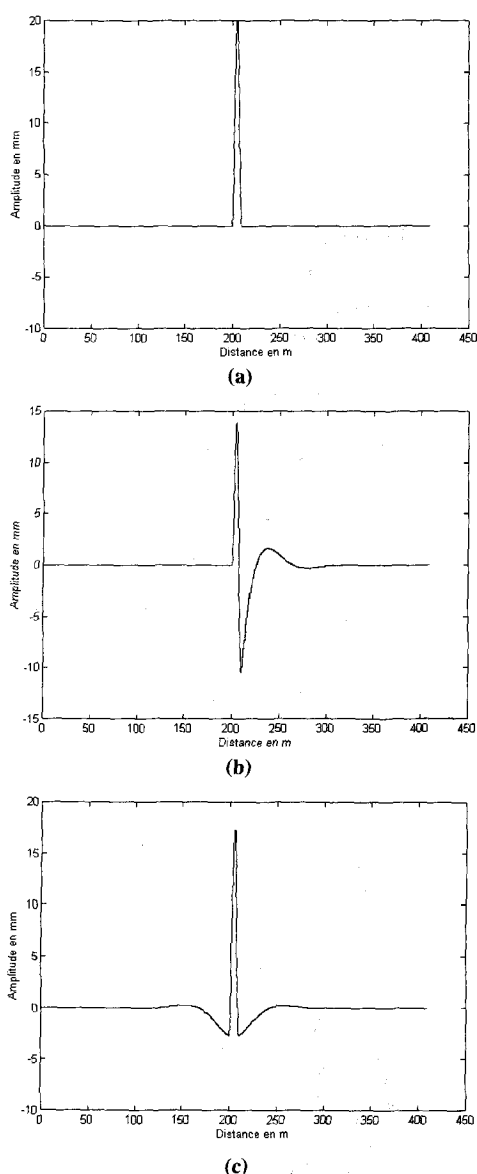


Figure 7. – Double filtrage appliquée à une bosse de largeur 10m et d'amplitude 20 mm, vitesse = 20 m/s et pas d'échantillonnage 5 cm : a) forme de la bosse, b) réponse APL, c) pseudoprofil après double filtrage.

Figure 8. – Double filtrage appliquée à un créneau de largeur 10 m et d'amplitude 10 mm, vitesse = 20 m/s et pas d'échantillonnage 5 cm : a) forme du créneau, b) réponse APL, c) pseudoprofil après double filtrage

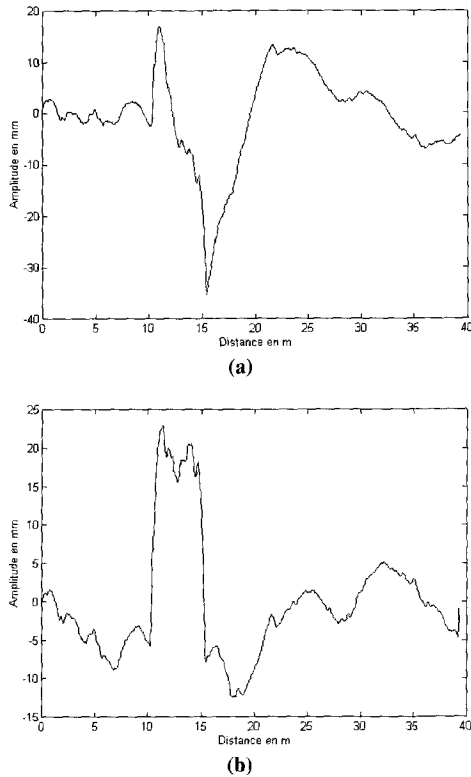


Figure 9. – Méthode du double filtrage appliquée à un signal APL réel contenant l'image d'un ralentisseur, vitesse = 6 m/s et pas d'échantillonnage = 5cm : a) signal APL, b) pseudoprofil après Filfilt.

Ces exemples montrent l'intérêt de cette technique : elle s'applique aisément à tout un signal APL quelque soit sa longueur et donne une autre image du profil longitudinal de la route qui, pour certains défauts, peut être moins déformée que l'image donnée par le signal APL seul.

La simplicité de la méthode du double filtrage est un de ses avantages, elle ne nécessite aucune modélisation du profil longitudinal. D'autres méthodes d'estimation du profil vrai à partir du signal APL peuvent être élaborées faisant appel à des techniques différentes du traitement du signal, c'est ce que nous proposons dans les paragraphes suivants où nous détaillons une méthode basée sur une phase d'identification paramétrique de l'APL suivie d'une estimation du profil longitudinal par filtrage de Kalman.

## 4. identification paramétrique de l'APL

### 4.1. principe de l'identification

L'APL constitue un processus monovarié dont l'entrée  $u_k$  est le profil de la route et la sortie  $y_k$ , la position du pendule. On

adopte une représentation ARMAX du processus et des perturbations supposées aléatoires [16], [20]. Dans ce modèle (figure 10),  $e_k$ , l'erreur de prédiction, est une séquence indépendante. Pour identifier les coefficients des polynômes  $A(z)$ ,  $B(z)$  et  $C(z)$  on utilise la méthode du maximum de vraisemblance [16], [17], [18], [19]. Si on introduit l'hypothèse que le bruit sur la sortie est indépendant ( $C(z) = A(z)$ ), on obtient alors la méthode dite du modèle d'erreur de sortie. Les propriétés de la méthode du maximum de vraisemblance sont très satisfaisantes, puisque le biais est asymptotiquement nul et la variance d'erreur d'estimation est asymptotiquement minimale. Une approximation de la variance d'erreur d'estimation est fournie par la borne de Cramer-Rao. Cette méthode conduit à minimiser la somme des carrés des erreurs de prédiction. Pour ce faire, on utilise ici la méthode connue sous le nom de Gauss-Newton [16].

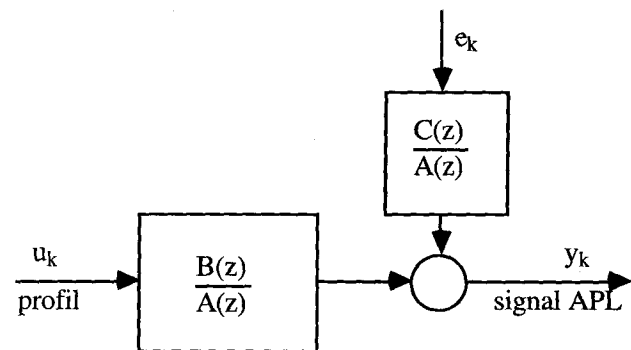


Figure 10. – Modèle ARMAX de l'APL

D'après la modélisation effectuée au paragraphe 2 on choisit un ordre 5 pour les polynômes  $A(z)$  et  $B(z)$  ainsi qu'un retard unité pour  $B(z)$ .

### 4.2. résultats

Deux types d'essais ont été effectués au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées de Nantes. les premiers au banc d'essais, où l'APL est monté en un point fixe et où la roue est excitée par un servo-vérin hydraulique, les signaux de consigne du servo-vérin choisis sont des créneaux, des arcs de sinusoides ou des bruits blancs. Le dernier essai a été effectué sur la piste expérimentale du LCPC dont une mesure précise du profil longitudinal a été relevé en statique.

Les caractéristiques des enregistrements utilisés sont :

1. Créneaux : 5 000 Points (10 fronts) (banc d'essais)  $T_e = 7.5$  ms
2. Arcs de sinusoides : 5 000 Points (5 arcs) (banc d'essais)  $T_e = 7.5$  ms
3. Bruit blanc : 5 000 Points (banc d'essais)  $T_e = 7.5$  ms
4. Piste expérimentale : 1 779 Points (profil réel)  $T_e = 8.3333$  ms

Pour chaque essai on présente les coefficients du système identifié, l'écart type objet-modèle, et une figure (essais 1 et 4) avec les

## Estimation de l'uni longitudinal des chaussées par filtrage du signal A.P.L.

signaux réels d'entrée et de sortie, une comparaison entre la sortie réelle du système et celle simulée à l'aide du modèle identifié, et la réponse indicielle du système identifié.

### 4.2.1. identification pour une excitation de type créneaux

La méthode de Gauss-Newton converge en 34 itérations. La transmittance identifiée est la suivante :

$$\frac{B(z)}{A(z)} = \frac{-0,2960z^{-1} + 0,9482z^{-2} - 1,0688z^{-3} + 0,4769z^{-4} - 0,0603z^{-5}}{1 - 3,7854z^{-1} + 5,6833z^{-2} - 4,3245z^{-3} + 1,7410z^{-4} - 0,3144z^{-5}}$$

L'écart type entre la sortie réelle et la sortie du modèle est de 0,1409. Les réponses réelles et simulées sont confondues (figure 11). La réponse indicielle du système se stabilise à zéro en régime permanent (on retrouve une caractéristique du triple dérivateur).

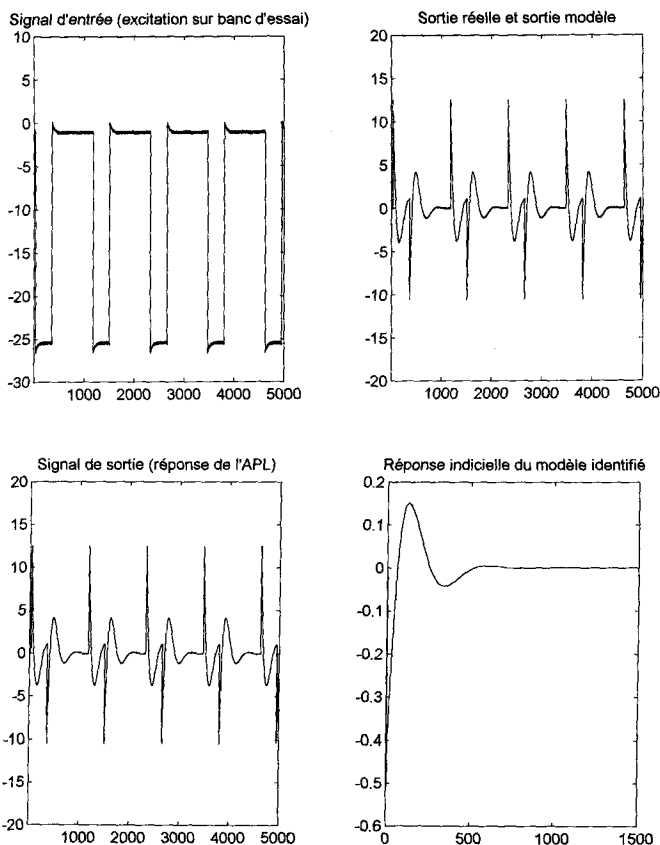


Figure 11. – Identification pour une excitation de type créneaux.

### 4.2.2. identification pour une excitation de type arcs de sinusoides

La méthode de Gauss-Newton converge en 20 itérations. La transmittance identifiée est la suivante :

$$\frac{B(z)}{A(z)} = \frac{-0,1575z^{-1} + 0,5974z^{-2} - 0,8475z^{-3} + 0,5325z^{-4} - 0,1250z^{-5}}{1 - 4,5968z^{-1} + 8,4689z^{-2} - 7,8239z^{-3} + 3,6285z^{-4} - 0,6766z^{-5}}$$

L'écart type entre la sortie réelle et la sortie du modèle est de 0,0441. L'identification est aussi satisfaisante comme en témoigne la réponse simulée à l'aide du modèle identifié, qui est confondue avec la réponse réelle de l'APL. La réponse indicielle du système a les mêmes caractéristiques que celles obtenues à l'aide de l'enregistrement précédent (minimum à -0.5 environ et stabilisation à zéro en régime permanent du fait du triple dérivateur).

### 4.2.3. identification pour une excitation de type bruit blanc :

La méthode de Gauss-Newton converge en 9 itérations. La transmittance identifiée est la suivante :

$$\frac{B(z)}{A(z)} = \frac{-0,3369z^{-1} + 0,0887z^{-2} - 0,1522z^{-3} + 0,1597z^{-4} - 0,1150z^{-5}}{1 - 0,0830z^{-1} + 0,6564z^{-2} - 0,0530z^{-3} + 0,1951z^{-4} - 0,0481z^{-5}}$$

L'écart type entre la sortie réelle et la sortie du modèle est de 0,1845. Les écarts types d'erreur d'estimation sont faibles. La consigne du servo-vérin est ici un bruit blanc. L'excitation  $u(t)$  de l'APL est donc un signal à large bande. Toutefois, dans le cas présent on ne peut pas considérer que l'identification soit satisfaisante. Les dynamiques du système sont bien identifiées puisque la réponse simulée est très proche de la sortie réelle de l'APL. En revanche, l'absence de phases de régime permanent, par nature même du signal d'entrée, fausse l'identification des paramètres. Ainsi, la réponse indicielle du système identifié ne se stabilise pas en zéro comme dans les cas précédents. L'identification à l'aide de signaux d'excitation de type bruit blanc est donc à écarter.

### 4.2.4. identification à partir de la piste expérimentale :

L'identification de l'APL à partir de la piste expérimentale est fournie à titre indicatif. En effet, si le passage au banc d'essais sur vérin est facile à réaliser, il est en revanche beaucoup moins courant de pouvoir acquérir des signaux à partir d'une piste expérimentale dont il est nécessaire en outre de mesurer le profil réel, à l'aide de procédés difficiles à mettre en œuvre. La transmittance identifiée est la suivante :

$$\frac{B(z)}{A(z)} = \frac{-0,4932z^{-1} + 0,7430z^{-2} - 0,2204z^{-3} + 0,6956z^{-4} - 0,2254z^{-5}}{1 - 1,9183z^{-1} + 0,1451z^{-2} - 1,6193z^{-3} + 0,9894z^{-4} - 0,1434z^{-5}}$$

L'écart type entre la sortie réelle et la sortie du modèle est de 1,9748. La réponse simulée est très proche de la réponse réelle de l'APL (figure 12). La méthode converge en 43 itérations. On



## Estimation de l'uni longitudinal des chaussées par filtrage du signal A.P.L.

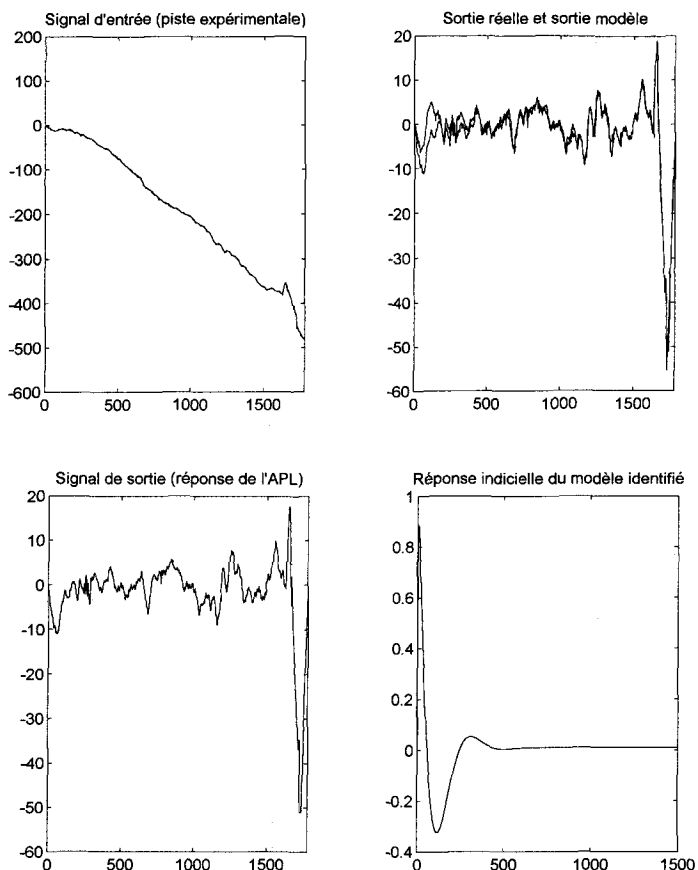


Figure 12. – Identification à partir de la piste expérimentale.

obtient bien la même réponse indicielle que dans les deux premiers essais, à un coefficient multiplicatif de  $-2.1$  près, lié au gain du capteur utilisé sur piste, différent de celui utilisé sur banc d'essais.

### 4.3. conclusions et choix d'un modèle

Les résultats précédents montrent que l'on parvient à une identification satisfaisante de l'APL à partir d'excitations à base d'arcs de sinus ou de créneaux. En revanche, des signaux de type bruit blanc ne semblent pas contenir suffisamment d'information pour conduire à une identification performante, c'est pourquoi on écartera dès à présent ce type de signaux d'excitation.

On calcule alors les écarts types des erreurs entre les sorties réelles et simulées pour les modèles 1 et 2 et les 4 types d'excitations. On retient le modèle qui conduit en moyenne à des écarts types les plus faibles. Le choix définitif se portera sur celui obtenu à partir de l'entrée en créneaux. Ce type de signal est en effet plus excitant vis à vis des modes du système, ce qui laisse espérer des informations plus riches en sortie, donc finalement une meilleure identification de l'APL.

Les zéros de ce modèle sont :

$$\begin{aligned} z_1 &= 1.0012 \\ z_2 &= 0.9992 + 0.00119i \\ z_3 &= 0.9992 - 0.00119i \\ z_4 &= 0.02039 \end{aligned}$$

On retrouve bien trois zéros très proche de 1 (les 3 dérivateurs).

Les pôles du modèle sont :

$$\begin{aligned} p_1 &= 0.9915 \\ p_2 &= 0.9921 + 0.0132i \\ p_3 &= 0.9921 - 0.0132i \\ p_4 &= 0.4047 + 0.3978i \\ p_5 &= 0.4047 - 0.3978i \end{aligned}$$

On retrouve bien les pôles du filtre RC ( $p_1$ ), de l'amortisseur ( $p_2$  et  $p_3$ ), et du pendule ( $p_4$  et  $p_5$ ).

Les figures qui suivent montrent les réponses réelle et simulée, respectivement de l'APL et de son modèle retenu, pour différents signaux d'entrée.

1. Succession de créneaux (Sur une partie de l'enregistrement initial différente de celle ayant servi à identifier le système). (Figure 13)
2. Succession d'arcs de sinus. (Figure 14)
3. Bruit blanc. (Figure 15)
4. Piste expérimentale. (Figure 16)

Dans chacun des cas, on constate que la réponse du système réel et celle du système identifié sont confondues, ce qui atteste de la validité du modèle. On peut noter, enfin, que le modèle identifié au banc d'essais, avec un APL immobile, permet de simuler fidèlement le comportement dynamique de l'analyseur tracté à vitesse constante sur une chaussée réelle.

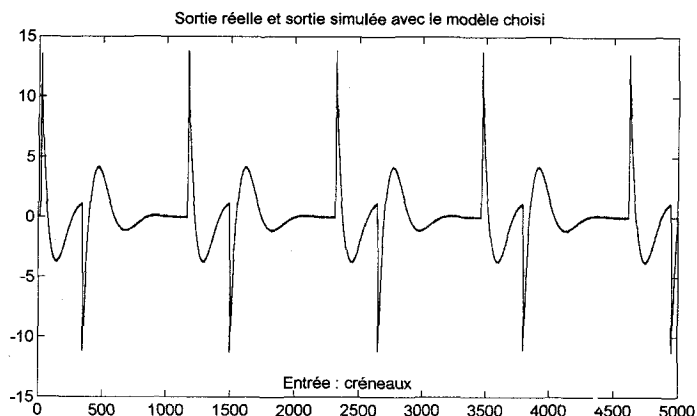


Figure 13. – Réponses de l'APL et du modèle à une excitation de type créneaux.

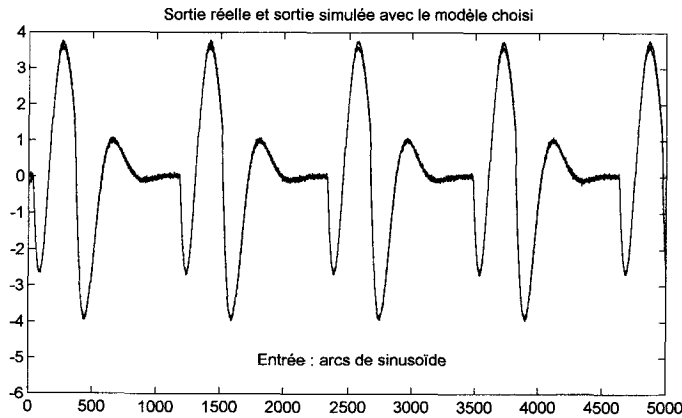


Figure 14. – Réponses de l'APL et du modèle à une excitation de type arcs de sinusoïdes.

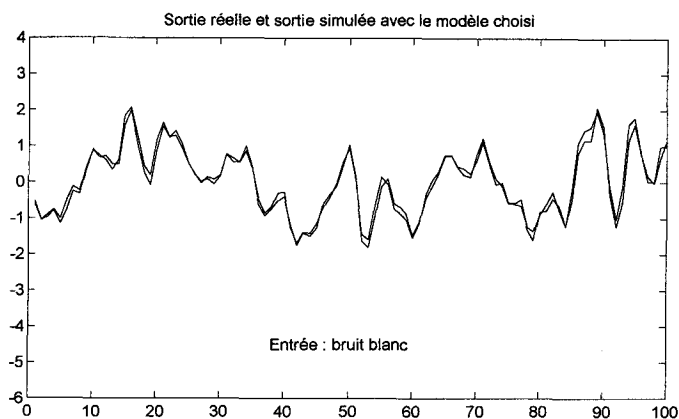


Figure 15. – Réponses de l'APL et du modèle à une excitation de type bruit blanc.

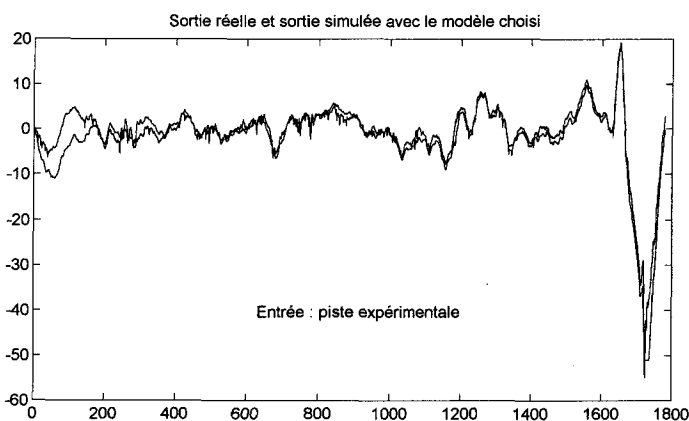


Figure 16. – Réponses de l'APL et du modèle au profil de la piste expérimentale.

## 5. reconstruction du profil longitudinal par filtrage de Kalman

### 5.1. principe de la méthode

Dans cette partie on suppose connu un modèle discret de l'APL. A partir de celui-ci, de l'enregistrement d'un signal de sortie du système, et d'un modèle d'évolution de l'entrée on souhaite reconstruire le signal d'entrée correspondant. Sous l'hypothèse d'une absence totale de bruit on a, en discret :

$$y_k = h_k * u_k \quad (6)$$

où  $h_k$  est la séquence de pondération de l'APL et où « \* » représente le produit de convolution. Il s'agit de reconstruire  $u_k$  à partir de  $y_k$  donc de procéder à une déconvolution. Pour résoudre ce problème deux approches sont souvent utilisées : la méthode du maximum de vraisemblance et le filtrage de Kalman, [4], [5], [6], [7], [8]. La méthode proposée devant être utilisée en temps réel nous choisissons ici la deuxième approche utilisant le filtrage de Kalman. Il convient alors de choisir pour l'entrée, un modèle susceptible de représenter convenablement le profil d'une route et ceci pour des types de routes différents. Le signal de Wiener semble être un modèle satisfaisant :

$$u_{k+1} = u_k + v_k \quad (7)$$

où  $v_k$  est une séquence blanche dont la variance  $\mathbf{q}$  est un paramètre du modèle susceptible d'être adapté selon le type de profil reconstruit.

Le système ARMAX (APL) s'écrit sous forme d'état :

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k + Ge_k \\ y_k &= Cx_k + Du_k + e_k \end{aligned} \quad (8)$$

où  $e_k$  est une séquence blanche de variance  $\mathbf{r}$ . D'autre part, dans le cas où  $C(z) = A(z)$  (bruit indépendant sur la sortie), le gain  $G$  du filtre prédicteur stationnaire est nul. Tous les résultats d'identification montrent que le système  $(A, B, C, D)$  est stable (tous les pôles sont situés à l'intérieur du cercle unité) et observable. On propose d'augmenter la dimension de l'état en  $y$  incluant une composante supplémentaire : l'entrée  $u$  à l'instant  $k - 1$ . Le modèle de l'entrée est alors pris en compte. On dispose donc d'un nouveau vecteur d'état  $z_k$  :

$$z_k = \begin{bmatrix} x_k \\ \vdots \\ u_{k-1} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Les équations d'évolution et d'observation deviennent donc :

$$z_{k+1} = \begin{bmatrix} x_{k+1} \\ \dots \\ u_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & \dots & B \\ 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} z_k + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$y_k = [C0]z_k + e_k$$

Nous adopterons pour le système étendu les notations suivantes :

$$\begin{aligned} z_{k+1} &= A'z_k + w_k \\ y_k &= C'z_k + e_k \end{aligned} \quad (11)$$

$$\text{avec } E[w_k^T w_k] = Q = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \dots & q \end{bmatrix} \quad (12)$$

On met alors en œuvre sur le système étendu un filtre estimateur, stationnaire, de Kalman afin d'obtenir une estimation de l'état  $z_k$ . La dernière composante du vecteur d'état constitue donc une estimation de  $u_{k-1}$ . Il est indispensable pour toute visualisation des tracés de décaler l'entrée d'un pas du fait que l'on a reconstruit  $u_{k-1}$  et non  $u_k$ .

Notons enfin que si la représentation du profil longitudinal par un signal de Wiener est traditionnellement adopté par les spécialistes des chaussées, on peut envisager d'autres modélisations : modèles AR ou ARMA par exemple. Dans ce cas le vecteur d'état  $z_k$  présente des composantes supplémentaires, mais le principe de la méthode reste inchangé.

## 5.2. existence du filtre de Kalman stationnaire associé

Dans cette partie on nommera « APL » le système d'état  $(A, B, C, D)$  et « système étendu » le système d'état  $(A', B', C', D')$ .

$$\text{On a ici } D = [0], D' = [0] \text{ et } B' = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Le filtre de Kalman stationnaire associé à un système  $(A', B', C', D')$  de covariance  $Q$  (bruit sur l'état) et  $R$  (bruit sur la mesure) existe si [19], [20] : la matrice  $R$  est symétrique et définie positive, la matrice  $Q$  est symétrique et semi-définie positive, enfin si la paire  $(A', C')$  est détectable.

– La matrice  $R$  associée au bruit de mesure se réduit ici au scalaire  $r$ , sa variance. Elle est définie positive ( $r > 0$ ).

– La matrice  $Q$  est liée au bruit d'état donc au bruit de variance  $q$  générant le signal de Wiener modélisant l'entrée.  $Q$  est ici semi-définie positive ( $q > 0$ ) :

– Le sous-système constitué par l'APL est observable. En revanche le système étendu ne l'est pas, ce qui apparaît nettement si l'on modélise le système sous sa forme transfert. On observe en

effet une simplification possible de l'intégrateur du filtre générateur du Wiener avec l'un des dérivateurs au numérateur de la fonction de transfert de l'APL. D'autre part, l'inobservabilité se situe au niveau de la dernière composante de l'état étendu, relative à un mode instable du système. De ce fait l'hypothèse de détectabilité de la paire  $(A', C')$  n'est pas vérifiée. Le filtre de Kalman stationnaire associé au système étendu n'existe donc pas en théorie.

Deux opportunités se présentent pour parvenir à un gain d'observabilité au niveau de la dernière composante :

1. Modéliser l'évolution de l'entrée du système par un modèle ARMA (du premier ordre par exemple). De ce fait, le mode relatif au modèle de l'entrée devient stable, et le système observable.

2. Les erreurs d'identification sont telles que les zéros du numérateur ne sont pas estimés exactement à 1, mais à des valeurs très proches de 1 en module. Ces erreurs entraînent dans la pratique un gain d'observabilité qui rend possible le calcul du filtre de Kalman stationnaire associé au système. Dans la suite de cette étude, on profitera du gain d'observabilité dû aux erreurs d'identification des zéros de la fonction de transfert de l'APL sans modifier le modèle d'évolution de l'entrée. Le modèle du Wiener présente en effet l'avantage de pouvoir s'adapter à de nombreux profils de route. D'autre part, la modélisation de l'entrée par un modèle ARMA du premier ordre introduirait un paramètre supplémentaire de réglage du filtre. Il convient de noter que le gain d'observabilité ainsi provoqué est faible mais suffisant pour reconstruire l'entrée.

Limitations de la reconstruction :

Le triple dérivateur intrinsèque à l'APL, limite la reconstruction. En effet, si le modèle d'évolution de l'entrée, joint au gain d'observabilité que l'on peut obtenir, permettent d'espérer retrouver certaines informations concernant le profil de la route, il est en revanche impossible de reconstruire toute composante de type polynôme de degré inférieur à 3 présente initialement dans le signal d'entrée. Si la route, par exemple, présente une pente régulière, celle-ci ne sera pas observable dans le signal de sortie de l'APL, donc non reconstructible. La reconstruction du profil s'effectuera donc au mieux modulo un polynôme de degré deux qu'il faudra par la suite tenter de lisser afin d'obtenir un résultat exploitable.

## 5.3. résultats

Les estimations de  $q$  et de  $r$  sont des paramètres de réglage du filtre permettant d'optimiser la reconstruction. En effet, selon les conditions dans lesquelles sont réalisées les campagnes de mesure, on peut jouer sur ces deux grandeurs :

–  $q$ , variance du bruit blanc générateur du signal de Wiener d'entrée, sera jugée d'autant plus élevée que le profil à reconstruire sera estimé perturbé.

–  $r$ , variance du bruit en sortie, sera jugée d'autant plus élevée que les conditions de mesure seront elles aussi perturbées. Une

## Estimation de l'uni longitudinal des chaussées par filtrage du signal A.P.L.

première approximation peut être faite en considérant que le bruit de mesure est égal à celui déterminé lors de l'identification à partir de la piste expérimentale. On assimile ainsi l'écart type du bruit à environ la moitié de celui de l'erreur entre la réponse réelle de l'APL et celle simulée à partir du modèle identifié (L'identification étant concluante, on peut considérer que cet écart est réparti équitablement entre d'une part les erreurs de mesure et de modélisation, d'autre part l'erreur due à l'absence d'identification des conditions initiales), sans oublier de tenir compte du changement de gain éventuel si les capteurs utilisés sont différents. Lors des essais de reconstruction de la piste, on fixera donc  $r = 1$ , qui paraît un ordre de grandeur convenable compte-tenu de la valeur 1.97 obtenue lors de la première phase de cette étude (paragraphe 4.2.1).

Plus le rapport  $q/r$  est faible, plus le signal est filtré et atténué. Il est important de noter que si seul le rapport de ces deux paramètres détermine le filtre reconstituer, il est tout de même nécessaire d'initialiser  $r$  à une valeur aussi réaliste que possible, afin d'obtenir en fin de filtrage une valeur de l'écart type d'erreur d'estimation ayant un sens, et témoignant de la validité de la reconstruction.

Les figures qui suivent présentent les résultats des essais effectués à partir de différents enregistrements de réponses de l'APL. Dans

chaque cas, un tracé comparatif des signaux d'entrée réel et reconstruit est présenté, avant, puis après lissage.

Essai 1 : Reconstruction d'une entrée de type créneaux.  $q = 10$ ,  $r = 1$ . Lissage sur 5000 points. (Figure 17)

Essai 2 : Reconstruction d'une entrée de type arcs de sinusoides.  $q = 10$ ,  $r = 1$ . Lissage sur 5000 points. (Figure 18)

Les essais 1 et 2 permettent de mettre en évidence deux propriétés importantes de la reconstruction : celle-ci permet d'une part de localiser parfaitement dans l'espace les formes présentes dans le signal d'entrée réel (ici, les créneaux et les arcs de sinusoides et plus tard les défauts de l'uni) sans induction de « retard », en respectant d'autre part l'amplitude des sauts. En revanche, on observe un phénomène de dérive du signal reconstruit et on ne peut pas considérer que l'on reconstitue correctement le profil réel. Ceci est dû au fait que contrairement au cas du profil d'une route, la modélisation de ces signaux d'entrée par des Wiener est loin d'être optimale.

Essai 3 : Reconstruction d'une entrée de type bruit blanc.  $q = 100$ ,  $r = 1$ . Lissage sur 1000 points. Présentation des résultats sur une portion de 100 points prélevée à la fin de l'enregistrement du signal reconstruit (Figure 19).

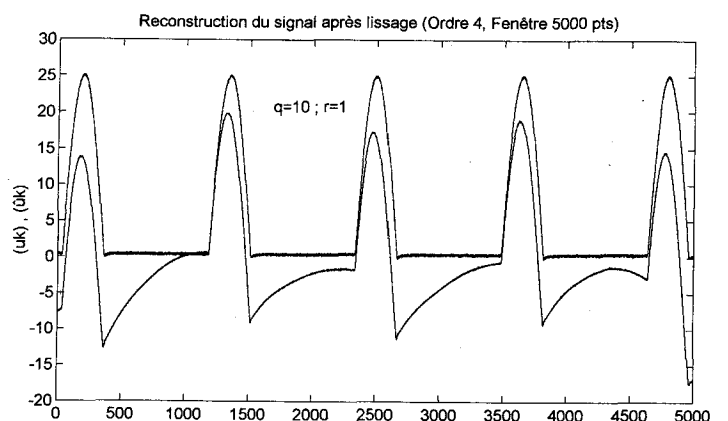
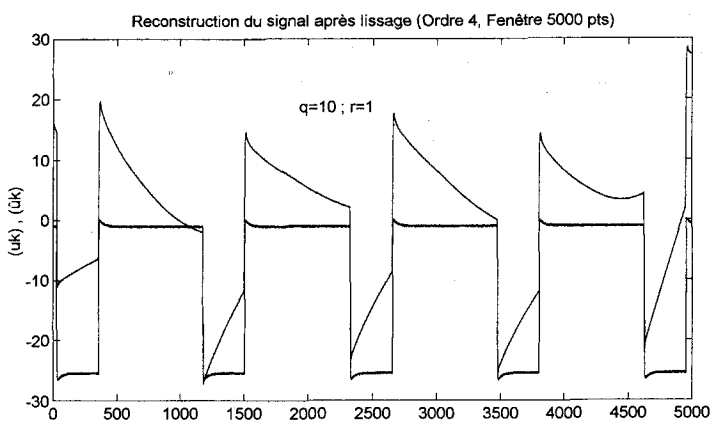
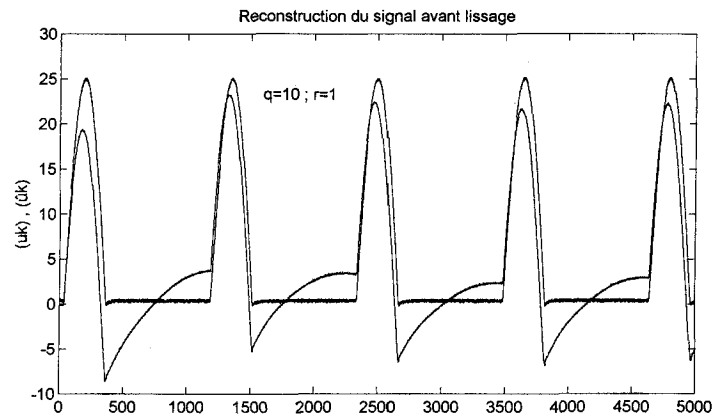
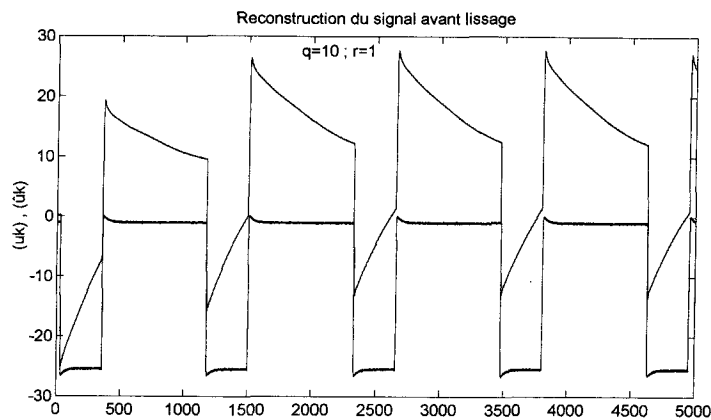


Figure 17. - Reconstruction d'un profil de type créneaux.

Figure 18. - Reconstruction d'un profil de type arcs de sinusoides.

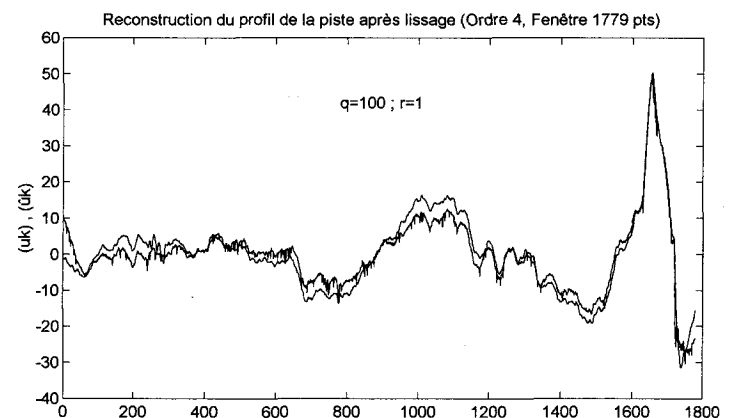
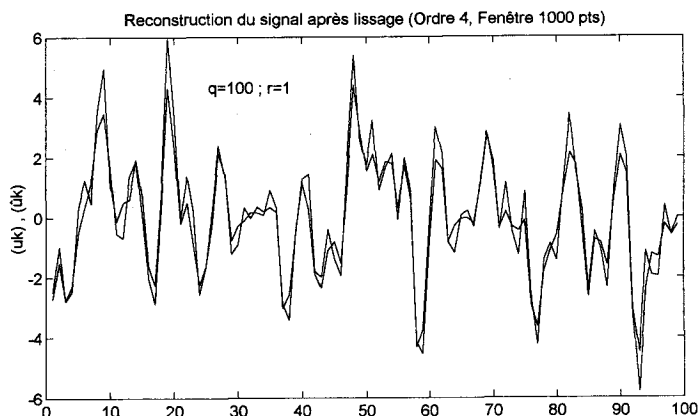
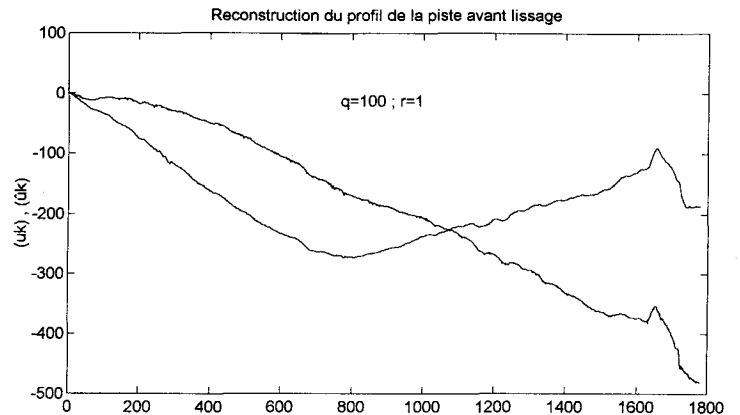
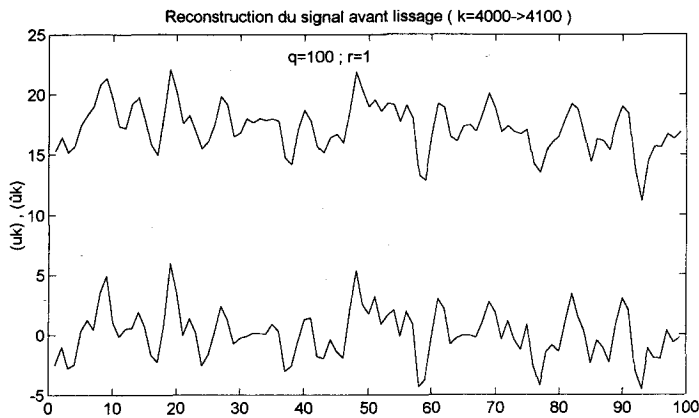


Figure 19. – Reconstruction d'un profil de type bruit blanc.

Figure 20. – Reconstruction du profil de la piste expérimentale 6.

La sollicitation par un bruit blanc est moins éloignée du modèle de Wiener que la précédente. C'est pourquoi la reconstruction par le filtre de Kalman conduit dans l'essai 3, à des résultats plus satisfaisants. Là aussi, on constate une dérive, conduisant à un écart croissant entre l'entrée réelle et celle reconstruite. Le lissage élimine totalement cette dérive, s'il n'est pas réalisé sur une fenêtre trop large. La qualité de la reconstruction met en évidence le fait que l'on peut reconstituer des profils présentant des variations rapides et des défauts de faible longueur.

Essai 4 : Reconstruction du profil de la piste expérimentale.  $q = 100$ ,  $r = 1$ . Lissage sur 1779 points. (Figure 20).

L'essai 4, relatif à la piste expérimentale, illustre le fait que l'on ne peut reconstruire la pente du fait du triple dérivateur. De ce fait, le lissage est nécessaire afin de pouvoir comparer le profil réel à celui que l'on a reconstruit. La perte d'information induite par le lissage n'est pas conséquente puisque la composante éliminée ne constitue pas un défaut de l'uni. Après lissage, on constate que le signal reconstruit présente bien les mêmes petites variations que le profil réel.

Remarque : Pour les trois premiers essais, l'initialisation de  $q$  et de  $r$  a été faite uniquement en fonction du rapport entre ces deux grandeurs. En revanche, pour le dernier essai qui se réfère à un

profil réaliste s'apparentant mieux à un signal de type Wiener,  $r$  a été initialisé à une valeur réaliste, soit 1 comme il en a été convenu.

## 6. conclusion

La simplicité de la méthode du double filtrage, présentée dans la première partie, est un de ses avantages. Elle ne nécessite aucune modélisation du profil longitudinal et est facilement mise en œuvre. Elle ne donne pas toutefois la forme réelle des défauts de la route, mais présente un nouveau pseudoprofil avec des signatures de défauts qui ne sont plus décalées longitudinalement par rapport à la position exacte de ceux-ci.

Après identification de l'APL par la méthode du maximum de vraisemblance on a proposé, dans une deuxième partie, une technique de reconstruction utilisant un filtre estimateur stationnaire de Kalman. Le profil est ici modélisé par un signal de Wiener. Ce modèle caractérise assez fidèlement une très grande majorité de profils routier et autoroutier. Cette deuxième méthode permet de reconstruire les défauts de l'uni à condition d'effectuer en fin de

traitement un lissage afin d'éliminer les composantes polynômiales et basses fréquences des profils estimés.

L'intervention du lissage peut être un inconvénient de cette deuxième méthode car il est évident que l'allure du profil obtenue est dépendante du lissage choisi. Aussi cette méthode sera surtout appliquée sur de courtes longueurs du signal APL pour lesquelles on saura que l'influence des variations de niveau de très basses fréquences est négligeable. Cette méthode ne peut être appliquée avec succès sur l'ensemble du signal APL lorsque celui-ci est trop long (une section de mesure est le plus souvent de 1000 mètres), il est nécessaire de le tronçonner. Pour ces raisons, on a recours de préférence à cette deuxième méthode pour affiner les informations données par la méthode du double filtrage.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] V. Legeay - Les méthodes d'analyse du signal de l'analyseur de profil en long - *Bulletin de liaison Labo. Ponts et Chaussées*, n° 192, juillet-Août 1994, réf 3769, pp 3 à 9.
- [2] V. Legeay - Localisation et détection des défauts d'uni dans le signal APL - Rapport interne, LCPC, Nantes, 1993.
- [3] V. Legeay - Exemples d'applications des méthodes d'analyse spectrale du signal de l'analyseur de profil en long - *Bulletin de liaison Labo. Ponts et Chaussées*, n° 192, juillet-Août 1994, réf 3840, pp. 11 à 17.
- [4] J.M. Mendel - Maximum likelihood deconvolution - Springer-Verlag, New-York, 1990.
- [5] M. Najim - Modélisation et identification en traitement du signal - Masson, Paris, 1988.
- [6] A. Guerchaoui, J.C. Balluet, J.L. Lacoume - Etude comparatives des principales méthodes de déconvolution sur données sismiques - *Traitement du Signal*, Vol 6, n°3, 1989, p. 187-203.
- [7] A. Tarantola - Inverse problem theory : methods for data fitting and model parameter ELSEVIER - April 1987
- [8] Y. Biraud - Les méthodes de déconvolution et leurs limitations fondamentales - *Revue de Physique Appliquée*, tome 11, Mars 1976.
- [9] D. Commenges - The deconvolution problem : fast algorithms including the preconditioned conjugate-gradient to compute a MAP estimator - *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 29, n°3, March 1984.
- [10] L. Desbat - Critères de choix des paramètres de régularisation : application à la déconvolution - Thèse de doctorat de l'Université Joseph Fourier, Grenoble I, 1990.
- [11] G. Demoment, R. Reynaud - Fast minimum variance deconvolution - *IEEE Trans. Acoustic, Speech & Signal Processing*, ASSP 33, pp. 899-911
- [12] Y. Goussard, G. Demoment, Y. Grenier - Déconvolution de processus multi-impulsionnels par algorithmes rapides : approches AR et MA - 11ème Colloque GRETSI, Nice 1-5 Juin 1987, pp 761-764.
- [13] A.K. Mahalanabis et al. - On the application of the fast Kalman algorithm to deconvolution of seismic data - *IEEE Trans. on GR*, Vol 21, n°4, 1983, p. 426-433.
- [14] N. Ott, H.G. Meder - The Kalman filter as a predictor error filter - *Geophysical Prospecting*, Vol 20, 1972, p.549-560.
- [15] R.B. Kuc - Application of Kalman filtering techniques to diagnostic ultrasound - *Ultrasound Imaging*, Vol 1, 1979, p. 105-120.
- [16] L. Ljung - System identification, theory for the user - Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1987.
- [17] A.P. Sage, J.L. Melsa - System identification - Academic Press, New-York and London, 1971.
- [18] T. Söderström, P. Stoica - System identification - Prentice Hall, London, 1989.
- [19] P. Borne et al. - Modélisation et identification des processus - tome 2 - Technip, Paris, 1992.
- [20] P.S. Maybee - Stochastic models, estimation and control - Academic Press, Vol 1, New- York, 1982.

## LES AUTEURS

Jean-Marie PIASCO



né en 1946, est Maître de conférences à l'Ecole Centrale de Nantes. Il effectue ses travaux de recherche à l'IRCyN (ex Laboratoire d'Automatique de Nantes) depuis 1970 dans l'équipe Traitement du Signal. Ses thèmes de recherche sont le filtrage des signaux aléatoires, l'estimation d'état des systèmes et l'identification des signaux et des systèmes.

Vincent LEGEAY



né en 1953, après une thèse en acoustique appliquée, est chargé de recherche au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées depuis 1981, où il applique les techniques de traitement du signal et de l'image à divers domaines du génie civil : analyse du profil longitudinal des chaussées en liaison avec le confort de l'utilisateur, pouvoir d'adhérence des pneumatiques en fonction de la macrotexture et de la microtexture des revêtements routiers...