

Un nouvel opérateur de fusion adaptatif

A new adaptive operator of fusion

par François DELMOTTE

LAMIH, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, Le Mont Houy, BP 311, 59313 Valenciennes CEDEX 9
fdelmott@flore.univ-valenciennes.fr

résumé et mots clés

La théorie des possibilités permet de représenter et de manipuler les informations incertaines et imprécises. Une de ses importantes caractéristiques est de pouvoir fusionner des informations de différentes origines afin de pouvoir définir une information globale de meilleure qualité. Différents opérateurs ont été définis dans la littérature, chacun avec ses avantages et ses défauts. Cependant habituellement ces opérateurs traitent mal les données conflictuelles. Ce papier présente la construction d'un nouvel opérateur qui utilise des informations contextuelles pour assurer la fusion. La version définitive présentée dans cet article est beaucoup plus robuste en cas de données conflictuelles. Des simulations en montrent tout l'intérêt.

Possibilités, fusion, conflit

abstract and key words

Possibility Theory aims at representing and handling uncertain information. An important property of this theory is the ability to merge different data sources in order to increase the quality of the information. Different fusion rules have been defined in the literature, each with its own advantages and drawbacks. Yet usually these rules cannot deal rigorously with contradictory data. This paper proposes a new operator requiring context information to carry out the fusion. The final release shown here is much more robust in case of conflict.

Possibility, fusion, conflict

1. introduction

Les problèmes abordant des données imparfaites apparaissent de plus en plus fréquemment. Lorsqu'il s'efforce de résoudre un problème, l'esprit humain commence souvent par rassembler un maximum d'information provenant de diverses sources. Ces données sont de plus très souvent entachées d'imprécision. La théorie des possibilités a été conçue pour prendre en compte l'imprécision ou l'incertitude des informations [6, 7, 17]. Elle

est utilisée dans des problèmes variés rencontrés dans l'agrégation d'information (fusion de capteurs, d'opinions d'experts...) [13]. Différents opérateurs de fusion ont été présentés dans la littérature, chacun présupposant certaines caractéristiques, comme la fiabilité par exemple. Ce concept de fiabilité a reçu différentes interprétations et représentations, et il n'est toujours pas bien établi. Une nouvelle règle de fusion fut proposée dans [2]. Elle fait partie de la famille des opérateurs qui dépendent du contexte, car elle nécessite une connaissance quantifiée de la fiabilité des sources. Bien qu'ayant un domaine d'utilisation englobant

les principaux modes de fusion, le nouvel opérateur apparaît être trop imprécis en cas de fusion d'information très en conflit.

Cet article revient sur ce nouvel opérateur et en propose une version beaucoup plus robuste dans de telles conditions.

La première partie présente les principales méthodes classiques d'agrégation rencontrées dans la théorie des possibilités. La seconde partie présente la construction de la nouvelle version de fusion adaptative, et la troisième partie compare ces opérateurs sur un exemple classique de fusion. Enfin un problème de fusion impliquant un grand nombre de sources conflictuelles et de fiabilités différentes sera abordé.

2. théorie des possibilités : des règles classiques aux règles adaptatives

2.1. distributions de possibilité

Il est possible d'introduire les possibilités avec des considérations de logique. En logique classique, toute proposition $A \subset X$ peut appartenir à trois ensembles V , F et U , correspondant respectivement aux ensembles des propositions certainement vraies ou fausses, ou au contraire incertaines. Ce dernier ensemble représente l'ensemble des propositions indécidables en l'état actuel des informations.

Les possibilités peuvent alors être présentées facilement car elles généralisent ces notions en introduisant des nuances.

Une première mesure $N(A) : X \rightarrow [0, 1]$ quantifie dans quelle mesure la proposition A appartient à l'ensemble V des propositions certainement vraies.

Si $N(A) = 1$, alors A est certainement vraie, si $N(A) = 0$ alors A ne peut pas être classée pour l'instant dans cet ensemble.

Il faut alors introduire une deuxième mesure $\Pi(A) : X \rightarrow [0, 1]$ pour savoir si éventuellement la proposition pourra être classée dans l'ensemble des propositions vraies ou non. Si $\Pi(A) = 0$, A est définitivement fausse, si $\Pi(A) = 1$, A pourra être éventuellement classée vraie.

Il est possible de calculer ces deux fonctions d'ensemble à l'aide d'une fonction appelée distribution de possibilité π des propositions élémentaires dans $[0, 1]$.

On a alors les relations suivantes :

$$N(A) = 1 - \max_{x \notin A} \pi(x) \tag{1}$$

$$\Pi(A) = \max_{x \in A} \pi(x) \tag{2}$$

avec la contrainte :

$$\max_{x \in X} \pi(x) = 1 \tag{3}$$

2.2. règles classiques de fusion

Une solution est de fusionner le maximum d'informations possible afin de diminuer l'incertitude sur les données, soit en faisant tendre $N(A)$ vers 1, soit $\Pi(A)$ vers 0. La méthode abordée par la suite concerne la fusion en parallèle de plusieurs sources d'informations, des capteurs ou des experts par exemple. Elle ne doit pas être confondue avec la mise à jour, rencontrée notamment avec l'approche bayésienne, qui concerne la modification au cours du temps d'une information par une autre, considérée définitivement vraie [4].

La plupart des opérateurs ont tendance à privilégier les informations concourantes, ce qui est naturel, sauf lorsque justement certaines sources sont des doublons d'autres. Dans ce cas il ne faut pas en tenir compte, puisque certaines informations seraient artificiellement renforcées. La reconnaissance et le traitement de sources dépendantes étant complexes, dans la suite est supposée l'indépendance des informations.

La plupart des opérateurs de fusion en théorie des possibilités sont basés sur les t -normes et les t -conormes de la théorie des ensembles flous, qui généralisent l'union et l'intersection [15] :

Table 1. – quelques t -normes et t -conormes.

t -norme	t -conorme duale	Nom
$\min(x,y)$	$\max(x,y)$	Zadeh
xy	$x + y - xy$	Probabiliste
$\begin{cases} x \text{ si } y = 1 \\ y \text{ si } x = 1 \\ 0 \text{ autrement} \end{cases}$	$\begin{cases} x \text{ si } y = 0 \\ y \text{ si } x = 0 \\ 1 \text{ autrement} \end{cases}$	Minimale
$\max(x + y - 1, 0)$	$\min(x+y, 1)$	Lukasiewicz

La règle la plus communément utilisée est une intersection : si deux sources sont fiables, l'une disant que la proposition élémentaire $x \in A$, l'autre que $x \in B$, il est raisonnable de penser que $x \in A \cap B$. En choisissant l'opérateur \min , la règle, dans le cas le n sources, est :

$$\forall x \in X \quad \pi_{\cap}^*(x) = \cap(\pi_1(x), \dots, \pi_n(x)) \hat{=} \min_i \pi_i(x) \tag{4}$$

La quantité $h = \max_{x \in X} \pi_{\cap}^*(x)$ est reliée à la contradiction du résultat. En effet la quantité de conflit $(1 - h)$ est égale à 0 si les sources sont en accord, et à 1 si l'intersection entre les sources est vide. Habituellement les sources sont en léger désaccord

($h \neq 1$) et aussi une étape de normalisation est requise afin de respecter la contrainte (3) :

$$\forall x \in X \quad \pi_{\cap}(x) \hat{=} \frac{\pi_{\cap}^*(x)}{h} = \frac{\inf_i \pi_i(x)}{\max_x \inf_i \pi_i(x)} \quad (5)$$

Une autre normalisation a été proposée sous la forme :

$$\pi_Y(x) \hat{=} \pi_{\cap}^*(x) + 1 - h = \inf_i \pi_i(x) + 1 - \max_x \inf_i \pi_i(x) \quad (6)$$

La principale normalisation, donnée par (5), effectuée en fait un rééchantonnage linéaire des valeurs par h de telle sorte que le nouveau h atteigne 1. La normalisation proposée dans [6] est due à Yager [16]. Son principe est de distribuer la quantité de conflit parmi tous les éléments hormis \emptyset . Avec (5), un problème de stabilité numérique apparaît si h devient proche de 0 [4], et la règle n'est pas définie si h égale 0. L'inconvénient de (6) est que le support du résultat (l'ensemble des x tels que $\pi(x) > 0$) devient l'ensemble X tout entier (voir la discussion 2.4 sur la modélisation de la fiabilité). En fait la quantité de conflit est fondamentale dans le domaine de la fusion, et est utilisée comme un indice de la qualité du résultat: si h est faible, alors cela veut dire que les informations sont en grand conflit, ce qui signifie que l'intersection ne devrait pas être utilisée.

L'opération duale de l'intersection est l'union, fournie par la règle disjonctive :

$$\forall x \in X \quad \pi_{\cup}(x) = \cup(\pi_1(x), \dots, \pi_n(x)) = \max_i \pi_i(x) \quad (7)$$

Cette règle doit être appliquée lorsqu'une au moins des sources est fiable, mais cachée parmi d'autres qui le sont moins. Afin de s'assurer que le résultat final soit cohérent avec la réalité, l'ensemble des informations est englobé et rassemblé. Aussi le résultat est beaucoup moins précis qu'avec la règle conjonctive. Une approche intermédiaire consiste à penser que j sources parmi les n sont fiables. Ces j sources sont d'abord fusionnées entre elles par une conjonction, puis sont fusionnées avec les autres sources avec une méthode disjonctive :

$$\pi_{(j)}(x) = \max_{\substack{J, \text{Card}(J)=j \\ J \subset \{1, \dots, n\}}} (\min_{k \in J} \pi_k(x)) \quad (8)$$

Si l'on suppose que le nombre j est connu, les véritables sources fiables sont quant à elles inconnues, ce qui explique le premier opérateur max.

La dernière grande règle classique est une règle adaptative [8] :

$$\pi_{DP}(x) = \max(\pi_{\cap}(x), \min(1 - h, \pi_{\cup}(x))) \quad (9)$$

En effet cette règle a un comportement qui varie entre le mode conjonctif et le mode disjonctif, suivant la quantité de conflit fournie par h . Le premier opérateur max affirme que soit le

mode conjonctif, soit le mode disjonctif est le bon mode, et effectue une fusion de type union entre les deux résultats partiels. Le mode disjonctif apparaît ici tronqué par le terme $(1 - h)$ qui décroît en fonction de h . Cette règle reste malgré tout discontinue (elle n'est même pas définie pour $h = 0$).

Une extension a été formulée dans le cas de n sources à fusionner [9] :

Soit J un sous ensemble de sources et $h(J) = \sup_x \min_{i \in J} \pi_i(x)$ la plus grande hauteur de l'intersection de J sources pour toutes les combinaisons possibles. On va chercher à estimer le nombre de sources fiables. Comme ce chiffre n'est pas évident à obtenir on va plutôt chercher à le borner avec m et n , tel que $m \leq n$ avec :

$$m = \sup\{|J|, h(J) = 1\}; \quad n = \sup\{|J|, h(J) > 0\}$$

Dans ce cas la règle de fusion est

$$\pi_{AD}(x) = \max(\pi_{(n)}(x)/h(n), \min(1 - h(n), \pi_{(m)}(x))) \quad (10)$$

avec $\pi_{(n)}$ et $\pi_{(m)}$ définis par (8), et $h(n) = \max\{h(J), |J|=n\}$. Afin de rendre continue (9), une solution a été proposée par Deveughele [3]. Elle consiste à supprimer la discontinuité en introduisant un paramètre qui majore la normalisation.

Avec la règle de Dubois et Prade, si h devenait trop petit, la règle devenait instable. Avec ce paramètre supplémentaire, appelé s pour saturation, cela n'est plus possible. La règle devient :

$$\pi_{adaseuil}(x) = \max\left(\frac{\pi_{\cap}^*(x)}{\max(s, h)}, \min\left(\frac{1 - \max(h, s)}{1 - s}, \pi_{\cup}(x)\right)\right) \quad (11)$$

Le problème est cependant de choisir judicieusement s , qui a une forte influence sur le résultat.

Enfin (9) est à l'origine de toute une autre famille d'opérateurs de fusion présentés par Oussalah [14]. Il revient sur la construction originale, en choisissant d'autres opérateurs d'implications, de t -normes et de t -conormes. Par exemple on peut avoir :

$$\pi_O(x) = \min(1, \pi_{\cap}^*(x)/h^2) \quad (12)$$

En conclusion, mis à part les opérateurs pour lesquels l'ensemble du référentiel appartient au support du résultat, les nouvelles règles d'Oussalah sont discontinues.

2.3. principe des fusions utilisant des indices de fiabilité

Les opérateurs qui vont suivre font appel à la notion de fiabilité. Avant de devenir plus technique, il peut être utile de revenir sur la notion de fiabilité d'une source d'information. Pour cela met-

tons nous à la place d'un juge d'instruction qui instruit un crime récent. Bien que dépourvu de tout indice matériel, le juge a cependant la chance d'avoir à sa disposition un témoin oculaire, un policier. Les policiers sont assermentés, et donc le juge donne au policier un indice de confiance maximal, ce qui témoigne d'une confiance absolue. Ce policier accuse une personne C . Or il s'agit d'un voyou de la pire espèce, bien connu des services de police. Cependant, C a un alibi confirmé par 50 autres personnes ! Il s'agit de 50 bandits, tous aux casiers judiciaires bien remplis ! En dehors de toute autre information, que doit donc être l'inclination de notre juge ? Comme il y a d'un côté une source de fiabilité maximale, et de l'autre un grand nombre de sources peu recommandables, doit-il plutôt faire toujours confiance au policier, même si le nombre de bandits passe de 50 à 3000 ? Ou notre juge doit-il composer, et sa décision doit-elle dépendre du nombre de bandits ?

Les opérateurs définis précédemment donnant toujours la même influence, le même poids aux données, ils ne pouvaient jamais traiter de tels problèmes.

Ainsi les deux grandes règles de fusion, au comportement logique, que sont l'union et l'intersection, n'offrent aucun compromis : soit les sources sont fiables, soit elles ne le sont pas. Les règles (8) et (9) ont pour leur part un comportement plus nuancé, mais elles accordent toujours aux sources la même considération, le même poids. D'autres types d'opérateurs ont été définis, comme les sommes symétriques [1, 10], mais ils attachent la même influence à toutes les sources.

Par opposition les opérateurs qui suivent pourront renforcer telle ou telle source. Par contre, en sus des informations à fusionner, ils nécessiteront la connaissance des fiabilités de chaque source. Ceci fait que tous ces opérateurs dépendront du contexte, selon la terminologie employée par Bloch [1].

Avant d'aborder les opérateurs, il apparaît nécessaire de donner quelques indications supplémentaires concernant les fiabilités. L'exemple du policier et des voleurs illustre un grand type de fiabilité : la fiabilité intrinsèque, encore appelée fiabilité propre. Les policiers reçoivent a priori un indice de fiabilité élevé, au contraire des voleurs. Mais l'exemple mets aussi en lumière un autre type de fiabilité : les éventuelles concordances entre les sources d'information. Ici il y avait conflit entre deux groupes de sources : d'une part le policier et d'autre part les voleurs, et c'est ce qui posait problème au juge.

Ces deux présentations montrent qu'il y a au moins deux types de fiabilité. Une fiabilité propre, qui dit par exemple qu'un capteur récent est plus fiable qu'un ancien capteur. Cette fiabilité dépend des paramètres techniques de chaque source. Elle peut être évaluée par des experts, par des essais... Il y a ensuite une fiabilité de ressemblance ou de concordance. Elle est à relier à la concordance des informations fournies par plusieurs sources. Si les sources disent la même chose, la fusion est plus simple que lorsque les sources disent le contraire. Ce conflit peut avoir plusieurs origines. Il y a d'une part les défaillances et autres

pannes des capteurs. Mais d'autre part, dans certains cas, les sources se situent dans des contextes d'observation différents, et, bien qu'elles soient toutes parfaitement fonctionnelles, il y a un conflit provoqué par des différences externes. Ainsi des nuages pourraient créer des conflits avec des photos d'une même scène prises à des instants différents.

Il est évident que dans un système complet de fusion, il est nécessaire d'introduire un superviseur qui estime les fiabilités des sources avant leur fusion. En effet, on peut disposer de sources très fiables (au sens de fiabilité propre, comme des capteurs récents), alors que leur concordance soit nulle. Dans ce cas, le superviseur doit fusionner les fiabilités propres et de concordances, pour fournir une fiabilité globale. Il est évident que si deux sources sont à la fois techniquement très bonnes, et en accord, la fiabilité globale sera très bonne aussi. Au contraire, si les sources sont en désaccord et non fiables, la fiabilité globale devra être très mauvaise. La recherche actuelle s'occupe de tous les cas intermédiaires, qui posent de nombreux problèmes. En effet s'il y a un conflit entre des sources fiables (au sens de fiabilité propre), soit une des sources est défaillante, soit le contexte à évolué indépendamment.

Ce superviseur apparaît assez complexe à définir et ne sera pas abordé dans cet article.

Les règles de fusion présentées ci-après ne s'occupent pas de ces questions. Il s'agit du stade ultime de la fusion, et les règles sont les mêmes quelle que soit l'origine ou la nature des fiabilités. Le terme de fiabilité désignera donc la fiabilité globale. Cette fiabilité globale aura pour origine, indifféremment, soit des fiabilités intrinsèques, soit des fiabilités de concordance, basées sur les ressemblances entre les sources. Les fiabilités seront données telles quelles, sans explication. Des exemples seront basés sur la fiabilité de concordance, qui variera. Pour évaluer cette fiabilité de concordance, les outils de la classification, flous ou non, peuvent servir [18] : plus deux sources ont une cohérence, une intersection élevée, plus leur fiabilité augmente. Dans cet article on supposera que l'indice de ressemblance entre deux sources i et j est donné par :

$$r_{ij} = \sup_x \min(\pi_i(x), \pi_j(x))$$

et on prendra comme fiabilité de concordance

$$t_i = \sum_{j=1, j \neq i}^n r_{ij}$$

2.4. opérateurs utilisant des indices de fiabilité

Nous pouvons maintenant aborder les règles de fusion.

La première de ces approches vient du cadre probabiliste : c'est une somme convexe des sources. Etant donné un vecteur de fia-

bilité $t_i > 0$, la règle non normalisée est :

$$\forall x \in X$$

$$\pi_p(x) = \sum_i t_i \pi_i(x) \quad (13)$$

avec la contrainte :

$$\sum_i t_i = 1 \quad (14)$$

Dans ce cas, la règle a un comportement adaptatif en fonction de fiabilités relatives, mais elle n'a aucun lien avec les opérateurs logiques. Il est possible de mélanger cet opérateur avec les précédents [16], par exemple l'union :

$$\forall x \in X$$

$$\pi_{\cup p}(x) = \beta \sum_i t_i \pi_i(x) + (1 - \beta) \pi_{\cup}(x) \quad (15)$$

avec $\beta \in [0, 1]$.

L'autre approche consiste à prendre en compte la fiabilité des informations, non au niveau de la fusion, mais à l'étape de la modélisation des informations à agréger. Avec ce principe, une transformation est appliquée aux données juste avant la fusion afin d'obtenir des informations fiables, puis elles sont ensuite fusionnées normalement avec une règle conjonctive.

La transformation est basée sur les cas limites suivants : si une source est absolument fiable, elle n'est pas altérée, au contraire, si une source est totalement non fiable, la transformation aboutit à une source d'information sans contenu $\pi(x) = 1 \forall x \in X$.

Entre ces deux cas limites, plusieurs opérateurs peuvent être définis. Les deux principaux opérateurs T sont respectivement :

$$T_{Yager}(\pi, t) = t\pi + 1 - t \quad (16)$$

$$T_{DP}(\pi, t) = \max(\pi, 1 - t) \quad (17)$$

avec $t \in [0, 1]$ l'indice de fiabilité de la source π .

Ces deux approches consistent à agréger la source originale avec une source totalement ignorante $\pi(x) = 1 \forall x \in X$. Par exemple l'approche de Yager utilise la règle de compromis (13) avec les poids respectifs t et $(1 - t)$. Le principal inconvénient de ces approches est que le support des sources transformées devient l'ensemble du référentiel X dès que les fiabilités sont inférieures à 1. De même, le noyau du résultat évolue discontinuellement pour $t = 0$, puisque le noyau passe brusquement du noyau de la source à modifier à l'ensemble du référentiel.

2.5. le nouvel opérateur adaptatif

La nouvelle règle de fusion prend place dans la catégorie des opérateurs qui dépendent du contexte, par l'utilisation des indices de fiabilité $t = [t_1, \dots, t_n] \in [0, 1]^n$. Il n'y a pas de contrainte supplémentaire sur les t_i comme avec (14).

La construction de cet opérateur repose sur deux contraintes : 1) obtenir un comportement modulé en fonction des poids relatifs des sources ; et 2) avoir un comportement logique dans les quelques cas limites. Par exemple si toutes les sources sont absolument fiables, une intersection doit être effectuée. L'union, quant à elle, ne doit être effectuée que si une source est fiable et que les autres ne le sont pas.

Le point 2 indique que le coefficient modulant l'influence du mode conjonctif doit donc être un Et des fiabilités, et que c'est un Quelques pour le coefficient du mode disjonctif. Cet opérateur est confondu avec le OU exclusif dans le cas de deux sources (on utilise la décomposition Quelques() = {Or()}And{Not(And())}).

Il reste à fusionner ces deux modes pour obtenir le résultat. A l'image de l'opérateur adaptatif de Dubois et Prade, une t -conorme doit être choisie. Cependant pour ses propriétés de linéarité, la t -conorme de Lukasiewicz est retenue. L'étude analytique de la fonction obtenue montre enfin que la règle pouvait être sous normalisée, mais pas surnormalisée.

La version non normalisée de l'opérateur était alors [2] :

$$\forall x \in X$$

$$\pi_0(x) = \text{Quelq}(t_i) \max_{i=1}^n(t_i \pi_i(x)) + \text{And}(t_i) \min_{i=1}^n(t_i \pi_i(x)) \quad (18)$$

avec Quelq et And deux opérateurs flous. En utilisant la t -norme probabiliste, ils sont respectivement égaux à :

$$\text{Quelq}(t_i) = \left(1 - \prod_{i=1}^n(1 - t_i)\right) \left(1 - \prod_{i=1}^n t_i\right) \quad (19)$$

$$\text{And}(t_i) = \prod_{i=1}^n t_i \quad (20)$$

Les quelques cas limites suivants permettent de mieux comprendre la règle :

Toutes les sources fiables ($\forall i, t_i = 1$),

$$\text{alors } \pi_0(x) = \min_{i=1}^n(\pi_i(x))$$

Une source est non fiable ($\exists i, t_i = 0$, les autres $t_j = 1$) alors

$$\pi_0(x) = \min_{j=1, j \neq i}^n(\pi_j(x))$$

Une source est fiable ($\exists i, t_i = 1$, les autres $t_j = 0$) alors

$$\pi_0(x) = \pi_i(x)$$

Toutes les sources sont non fiables ($\forall i, t_i = 0$) alors $\pi_0(x) = 0$

Ce dernier cas justifie la préférence de certains pour la version suivante :

$$\forall x \in X$$

$$\pi_1(x) = \text{Quelq}(t_i) \max_{i=1}^n(t_i \pi_i(x))$$

$$+ \text{And}(t_i) \min_{i=1}^n(t_i \pi_i(x)) + \text{Nor}(t_i) \quad (21)$$

avec Nor défini par un Non Ou flou.

En effet cet opérateur, lorsque le vecteur t tend vers 0, tend vers la distribution uniforme $\pi(x) = 1 \forall x \in X$, comme le faisaient (16) et (17), qui représente l'ignorance complète.

Les résultats présentés dans [2] montrent que ce nouvel opérateur répondait aux objectifs, qu'il avait à la fois un comportement de type logique, et qu'il pouvait être appliqué dans des situations beaucoup plus diverses que chacun des opérateurs classiques pris indépendamment (la difficulté étant cependant rejetée sur l'estimation du vecteur t).

Néanmoins il est apparu que ce nouvel opérateur n'était pas très performant dans le cas de sources en conflit ou de sources de fiabilités diverses. En effet dans ce cas cet opérateur dérive très vite vers un comportement de type disjonctif. Le paragraphe suivant expose la construction de la version finale.

2.6. version finale du nouvel opérateur adaptatif

Dans (17), deux facteurs peuvent poser problème dans le cas de sources de faible fiabilité.

D'abord le terme $\min_{i=1}^n(t_i \pi_i(x))$ tend très vite vers 0 en fonction de t , et ensuite le terme $\text{And}(t_i)$ tend lui aussi très vite vers 0. Tous deux intervenant dans la composante conjonctive de l'opérateur, ce dernier a très vite un comportement presque exclusivement disjonctif. Ainsi si l'on considère 100 sources, dont 99 sont très fiables, et une absolument pas, intuitivement le résultat devrait être une intersection des 99 sources fiables, alors que le résultat obtenu avec (18) est une union des 99 sources fiables.

Pour résoudre cette difficulté, il va falloir s'attacher à ces deux termes.

D'abord étudions le min. Il suffit en fait d'utiliser une autre pondération des sources, ce qui est possible par exemple avec :

$$\min_{i=1}^n(1 - t_i + t_i \pi_i(x)) \quad (22)$$

qui est similaire à (15).

Comme cette pondération modifie le support du résultat, il est possible de forcer le support à rester inclus dans l'union :

$$\min\{\min_i(1 - t_i + t_i \pi_i(x)), \max_i(\pi_i(x))\} \quad (23)$$

Le deuxième coefficient, $\text{And}(t_i)$, est plus gênant. En effet, si ce coefficient doit être très proche de 1 lorsque t est proche de $[1, \dots, 1]$, il doit être proche de 0 lorsque t tend vers $[0, \dots, 0]$. Il n'existe pas d'opérateur logique (de type conjonctif) qui assure ce comportement tout en éliminant les comportements erronés du type 99 sources fiables et 1 source non fiable.

Il pourrait être envisagé de recourir à l'opérateur médian, qui est nettement plus robuste que les opérateurs logiques. Avec cet opérateur, l'exemple mentionné ci-dessus serait résolu.

Cependant cet opérateur est trop robuste, aussi a été retenue une solution utilisant des opérateurs de type compromis, par exemple $\frac{1}{n} \sum t_i$, qui est relativement simple.

Cependant de manière symétrique, le même problème se pose pour le Quelq, qui est cette fois trop important. Il est donc aussi nécessaire de le modifier, toujours par un opérateur de compromis, qui cette fois tend vers 0 en $t = [1, \dots, 1]$. La nouvelle famille de règle de fusion a donc la structure suivante :

$$\pi(x) = (1 - \text{Comp}(t_i)) \max_i(t_i \pi_i(x)) + \text{Comp}'(t_i) \min\{\min_i(1 - t_i + t_i \pi_i(x)), \max_i(\pi_i(x))\} \quad (24)$$

avec Comp et Comp' qui respectent :

- 1) $\text{Comp}([0, \dots, 0]) = \text{Comp}'([0, \dots, 0]) = 0$
- 2) $\text{Comp}([1, \dots, 1]) = \text{Comp}'([1, \dots, 1]) = 1$
- 3) Comp et Comp' croissants

Cependant cette version elle-même n'est pas satisfaisante, car en ayant modifié les coefficients des deux modes conjonctifs et disjonctifs, la contrainte de type logique sur l'opérateur dans le cas de sources non fiables (*i.e.* le résultat doit être une union) est violée. En effet le mode conjonctif apparaît alors du même ordre de grandeur que le mode disjonctif et cet opérateur ne tend plus de manière continue vers l'union.

Pour cela, il est nécessaire d'introduire la contrainte supplémentaire :

- 4) $\text{Comp}'(t) \ll t$ en $[0, \dots, 0]$

Alors est obtenue la version finale du nouvel opérateur adaptatif (non normalisée), par exemple :

$$\pi(x) = (1 - \alpha^p) \max_i(t_i \pi_i(x)) + \alpha^q \min\{\min_i(1 - t_i + t_i \pi_i(x)), \max_i(\pi_i(x))\} \quad (25)$$

avec $\alpha = \Sigma(t_i)/n$ et $p = 1$ et $q = 2$ par exemple (avec cette forme, $q > 1$).

Cette version a donc les mêmes comportements limites que la précédente, mais tout en renforçant le caractère conjonctif de la fusion, comme le montreront les simulations. Par contre il est vrai que son interprétation est nettement plus délicate, puisque le second terme de l'opérateur n'est plus à proprement parler une intersection stricte.

Dans le cas de la version (21) qui tend vers la distribution uniforme dans le cas de sources non fiables, il suffit de transposer (25) dans (20) en rajoutant simplement le terme $\text{Nor}(t_i)$.

3. comparaison des différentes règles de fusion

Ce paragraphe va donner quelques résultats de fusion, d'abord sur un exemple classique de fusion impliquant deux sources de contradiction variable, puis ensuite sur un exemple de n sources totalement conflictuelles.

3.1. les deux sources d'information

Le référentiel est $X = [-0.75, 0.75]$. Les deux sources s_1 et s_2 sont de classiques trapèzes. La fusion sera effectuée en fonction de leur conflit variable, suivant que les trapèzes sont plus ou moins écartés (Fig. 1).

Le paramètre h mesure la hauteur de l'intersection, et est utilisé comme paramètre. Pour les règles nécessitant une connaissance de la fiabilité des sources, ces dernières furent prises égales à h pour les deux sources. En effet, sans aucune autre information, et l'environnement de chaque source étant supposé similaire, plus les sources sont contradictoires, moins elles peuvent correspondre simultanément au monde réel. Et donc un principe de symétrie impose que leur fiabilité soit diminuée d'autant que le conflit augmente.

3.2. relations particulières

Les formules dérivées des règles (non normalisées) sont données ici pour l'exemple. Ont été introduits $\pi_{\cap}(x) = \min(s_1(x), s_2(x))$ and $\pi_{\cup}(x) = \max(s_1(x), s_2(x))$ pour alléger la notation.

– Approche de Dubois et Prade (9)

$$\pi_{DP}(x) = \max\left(\frac{\pi_{\cap}(x)}{h}, \min(\pi_{\cup}(x), 1 - h)\right)$$

– Version saturée (10)

$$\pi_{adaseuil}(x) = \max\left(\frac{\pi_{\cap}(x)}{\max(s, h)}, \min\left(\frac{1 - \max(h, s)}{1 - s}, \pi_{\cup}(x)\right)\right)$$

– Approche linéaire (13)

Cet exemple est intéressant car il va montrer que l'approche linéaire est extrêmement contraignante en ce qui concerne les fiabilités. En effet les deux sources doivent avoir une fiabilité variable h , mais du fait de la normalisation de ces fiabilités, elles sont en fait constantes et égales à 0.5

$$\pi_p(x) = 0.5(s_1(x) + s_2(x))$$

Le résultat présenté ci-après est bien évidemment le résultat normalisé.

– Approche basée sur la transformation de Yager (16).

La relation générale est :

$$\pi_{a,Yag}(x) = \cap(T_{Yag}(\pi_1, t_1)(x), T_{Yag}(\pi_2, t_2)(x))$$

et dans l'exemple elle devient :

$$\pi_{a,Yag}(x) = h\pi_{\cap}(x) + 1 - h$$

– Approche basée sur la transformation de Dubois et Prade (17).

La relation générale est :

$$\pi_{a,DP}(x) = \cap(T_{DP}(\pi_1, h)(x), T_{DP}(\pi_2, h)(x))$$

et dans l'exemple elle devient :

$$\pi_{a,DP}(x) = \max(\pi_{\cap}(x), 1 - h)$$

– Approche de la nouvelle règle

Deux versions seront testées pour voir l'influence de p et q , qui permettent de moduler le mode conjonctif. Le terme $\max(h\pi_1(x), h\pi_2(x))$ devient alors $h\pi_{\cup}(x)$.

Version 26 :

$$\pi_{0x}(x) = (1 - h)h\pi_{\cup}(x) + h^2 \min(1 - h + h\pi_{\cap}(x), \pi_{\cup}(x)) \tag{26}$$

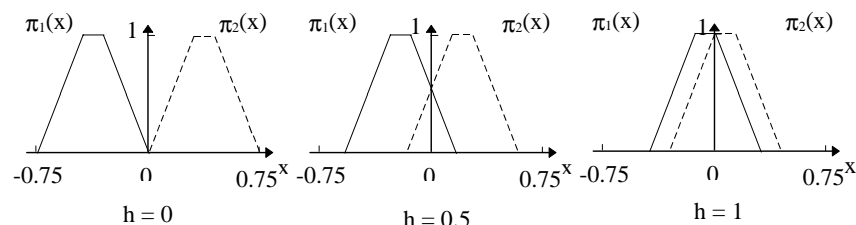


Figure 1. – Les sources $s_1(x)$ et $s_2(x)$ pour trois configurations de fusion. Le premier cas constitue un exemple de conflit total, le dernier un accord correct.

On voit donc que si le coefficient du mode conjonctif (en l'occurrence le h^2) n'était pas un infiniment petit devant h en 0, l'opérateur ne convergerait pas vers l'union.

Version 27 :

$$\pi_{0 \times}(x) = (1 - h^{1/4})h\pi_{\cup}(x) + h^2 \min(1 - h + h\pi_{\cap}(x), \pi_{\cup}(x)) \quad (27)$$

3.3. résultats de la fusion avec les différentes règles

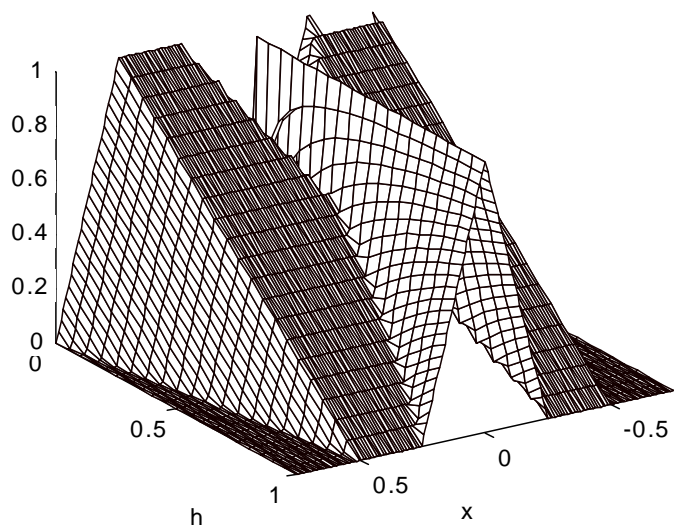


Figure 2. – $\pi_{DP}(x)$, la règle adaptative de Dubois et Prade.

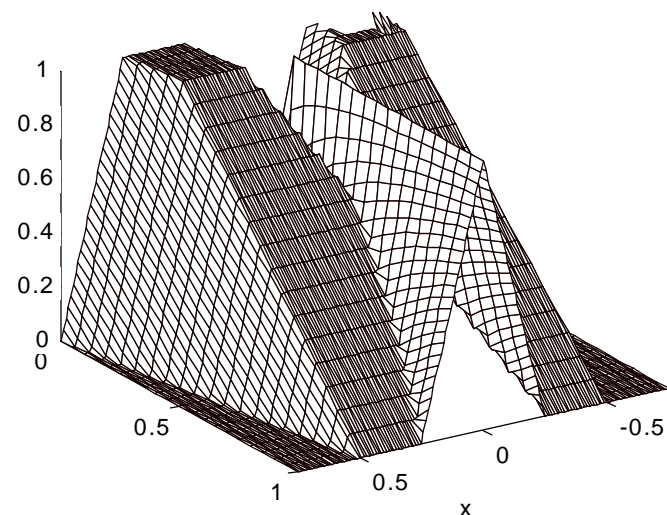


Figure 3. – La règle adaptative saturée ($s = 0.2$).

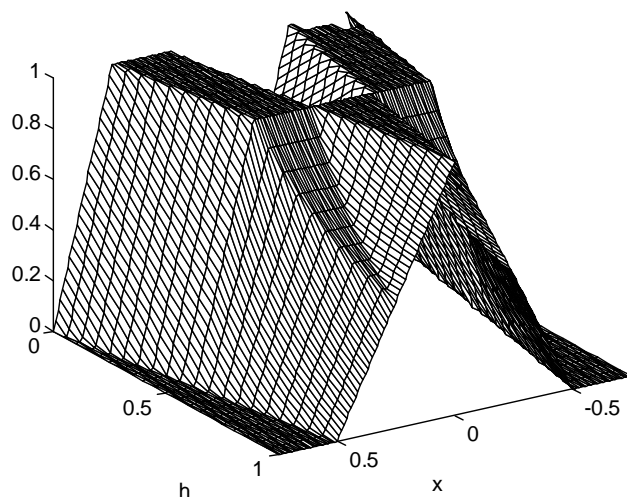


Figure 4. – $\pi_p(x)$, la règle linéaire (normalisée).

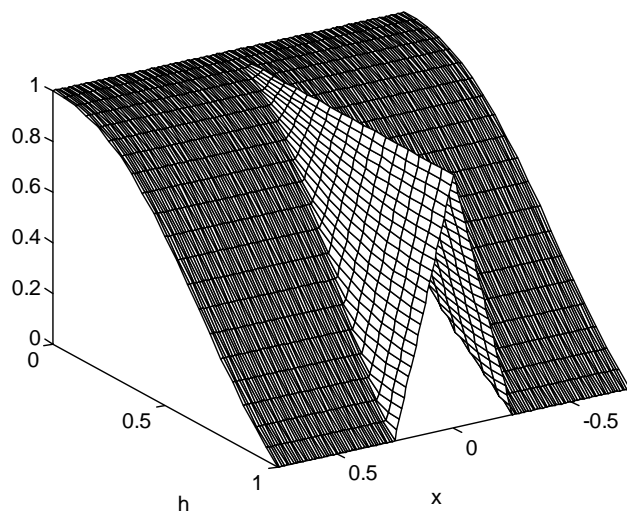


Figure 5. – $\pi_{a,Yag}(x)$, la conjonction appliquée aux sources transformées (approche de Yager).

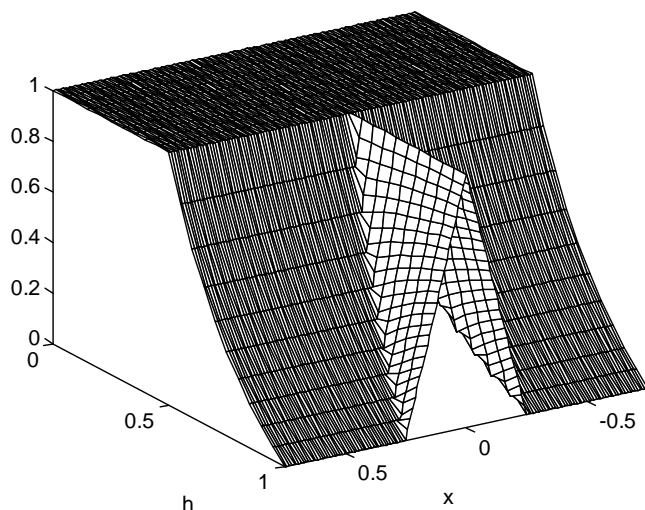


Figure 6. – $\pi_{a,DP}(x)$, la conjonction appliquée aux sources transformées (approche de Dubois)

3.4. analyse des résultats

Si les règles, qui sont égales au mode disjonctif lorsque les sources ne sont pas fiables, fournissent l'union lorsque $h = 0$, les résultats divergent dès que h croît.

En effet pour la règle de Dubois et Prade, dès que $h > 0$, le noyau du résultat est la valeur qui donne le maximum pour l'intersection, en l'occurrence $x = 0$. Aussi cette règle est discontinue car $\pi(0)$ passe de 0 à 1 au voisinage de $h = 0$. Cette règle a donc le même problème que le mode conjonctif. La partie disjonctive de la règle voit son poids diminuer linéairement à mesure que h croît.

La règle de Deveughele est continue mais de toute façon elle ne permet pas de moduler l'influence d'une source par rapport à une autre.

La règle linéaire est quant à elle continue, mais elle ne tend pas vers l'intersection lorsque l'accord entre les sources augmente.

La nouvelle règle, dans son ancienne forme ou dans sa nouvelle, a un comportement beaucoup plus proche de la règle de Dubois et Prade, mais elle est continue, car le degré de possibilité pour le maximum du mode conjonctif, en $x = 0$, croît progressivement. La valeur h de l'agrément entre les sources pour laquelle le mode conjonctif devient prépondérant sur le mode disjonctif (c'est-à-dire lorsque $\pi(0) = 1$) dépend de l'utilisation d'une t -norme particulière dans le choix des coefficients Xor et And, ou du choix d'un opérateur de compromis particulier pour la nouvelle version.

Les règles qui utilisent une transformation des sources en fonction de leur fiabilité initiale ont un comportement différent. En effet, dès que h est inférieur à 1, l'ensemble du référentiel gagne un degré de possibilité non nul, et ce degré de possibilité commun tend vers 1 à mesure que le conflit entre les sources augmente (aussi ces approches ne tendent pas vers l'union).

Les deux versions (26) et (27) du nouvel opérateur adaptatif apparaissent, dans l'exemple, très proches de l'ancienne. Cela est justifié parce qu'elles sont continues et ont les mêmes comportements limites. Les versions (26) et (27) ont été construites pour renforcer, en moyenne, le comportement de type conjonctif par rapport au comportement de type disjonctif. La figure (10) permet de mieux appréhender les différences entre (27) et (26).

(27) est globalement meilleure de ce point de vue, puisque l'on voit que les noyaux des sources initiales reçoivent relativement moins d'importance que leur intersection.

La figure 11 permet de mieux discerner quelles sont les contributions des modes disjonctifs et conjonctifs dans le nouvel opérateur, version (27). Elle superpose en effet les courbes :

$$\text{Disj}(h) = \max_x ((1 - h^{1/4})h\pi_{\cup}(x))$$

$$\text{Conj}(h) = \max_x (h^2 \min(1 - h + h\pi_{\cap}(x), \pi_{\cup}(x)))$$

Pour h voisin de 1, $\text{Conj}(h)$ tend vers 1 et Disj vers 0, ce qui est heureux. Lorsque h tend vers 0, les deux termes tendent vers 0,

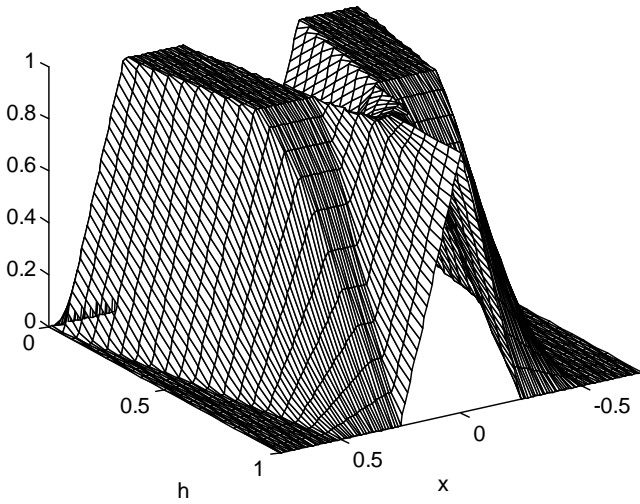


Figure 7. – $\pi_{0 \times}(x)$ ancienne version du nouvel opérateur.

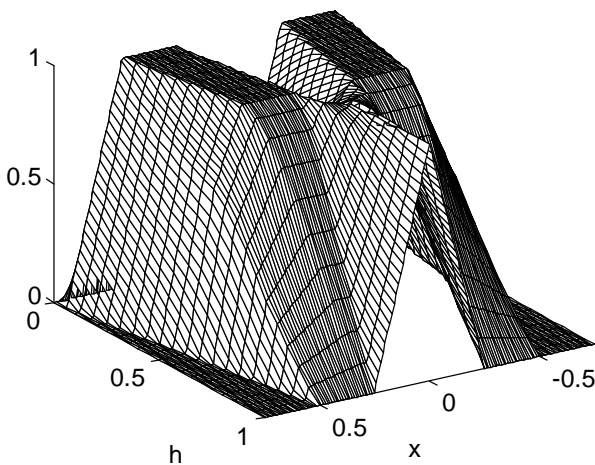


Figure 8. – La version (26) du nouvel opérateur.

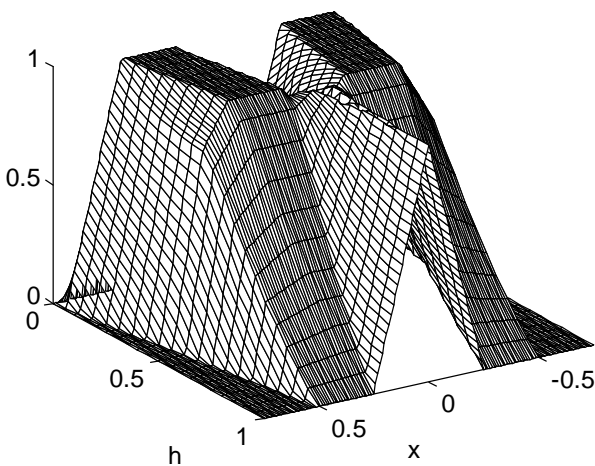


Figure 9. – La version (27) du nouvel opérateur.

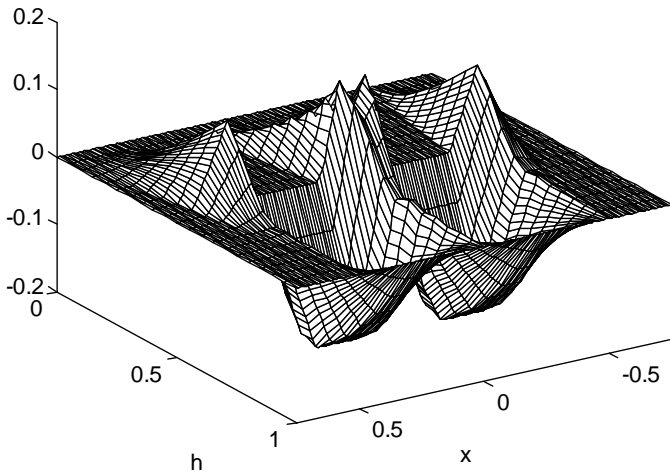


Figure 10. – Graphique de (27) -(26).

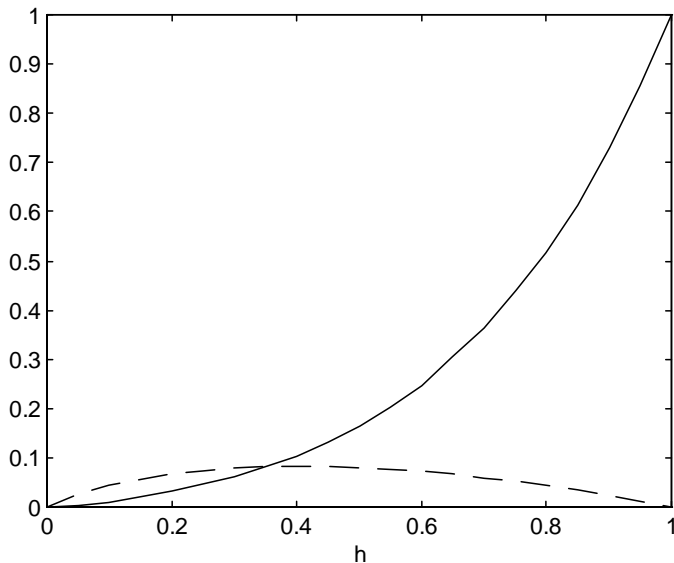


Figure 11. – Évolution des parties conjonctives et disjonctives de (27) (respectivement en continu et tirets).

mais celui de la partie conjonctive plus vite que celui de la partie disjonctive. C'est pourquoi en cas de faible fiabilité, cet opérateur tend vers l'union (il a été construit pour cela, il ne faut pas l'oublier). Ceci ne reste vrai, bien sûr, que si les fiabilités sont des fiabilités de concordance. Si on fusionne des sources de fiabilité parfaite qui n'ont aucune intersection, le résultat sera une forme indéterminée (cela pourrait servir d'ailleurs à un éventuel superviseur afin de fournir les fiabilités globales).

Afin de mieux illustrer le comportement du nouvel opérateur dans des zones intermédiaires pour les fiabilités, la figure 12 présente une coupe pour $h = 0.3$ de différents résultats. Il apparaît que le nouvel opérateur est très proche de l'union dans cette zone, bien que théoriquement le mode conjonctif est de poids égal au mode disjonctif. Cela traduit le fait que le mode conjonc-

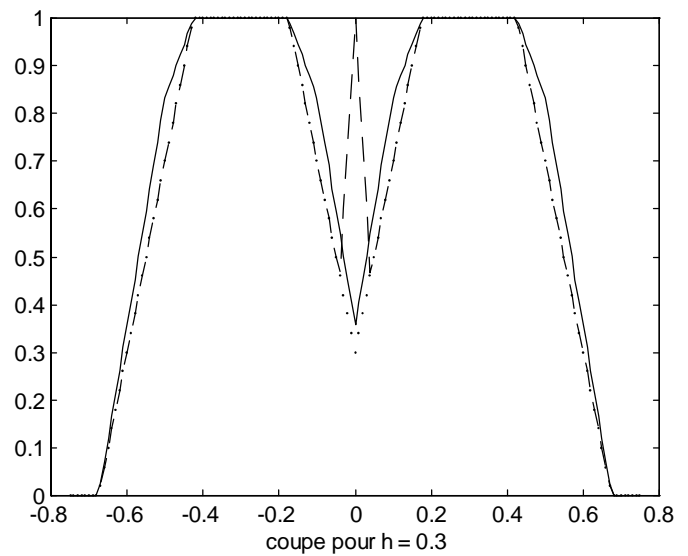


Figure 12. – Résultats de la version (b) du nouvel opérateur (en continu), de la version saturée de la règle de Dubois (en tirets, $s = 0.3$), et de l'union (en pointillés), pour $h = 0.3$.

tif a été transformé en un mode complexe qui n'est plus exclusivement une intersection. Il s'ensuit que le nouvel opérateur ne fourni plus un résultat inclus dans $(\pi_{\cap}(x)/h) \cup (\pi_{\cup}(x))$.

3.5. exemple de fusion de n sources violemment en conflit

On considère un référentiel composé de 4 propositions a, b, c, d. Nous avons n sources en présence. Les deux premières sont (fig. 13) :

$$\begin{aligned} \pi_1(a) = 0, \pi_1(b) = 0, \pi_1(c) = 0, \pi_1(d) = 1 \\ \pi_2(a) = 1, \pi_2(b) = h, \pi_2(c) = 0, \pi_2(d) = 0 \end{aligned}$$

et enfin nous avons $(n - 2)$ sources π_i identiques de la forme

$$\pi_i(a) = 0, \pi_i(b) = h, \pi_i(c) = 1, \pi_i(d) = 0$$

avec h un paramètre variable.

Les fiabilités des sources, qui sont supposées de nature intrinsèques, sont :

$$t_1 = \varepsilon, t_2 = t_i = 1 - \varepsilon$$

avec $\varepsilon \ll 1$.

La source 1 est de fiabilité faible car elle a une intersection vide avec toutes les autres. Cette source a pour unique raison de mettre en défaut la plupart, sinon tous, des opérateurs classiques de fusion. Il y aussi $(n - 1)$ sources qui ont un point commun d'intensité h en b, cependant ces $(n - 1)$ sources sont assez en désaccord, puisque le noyau de ces sources est soit a soit c, et

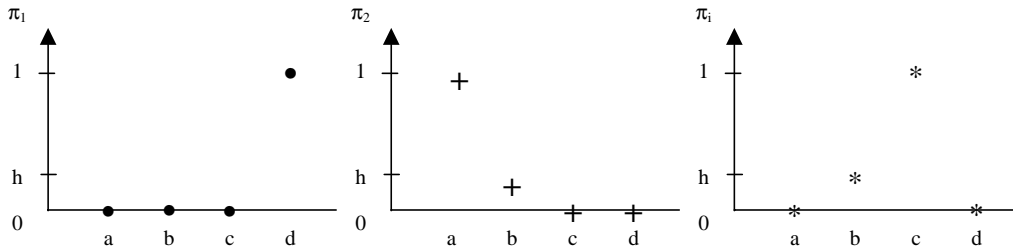


Figure 13. – Les différentes sources d'information.

ceci de manière très dissymétrique, puisqu'une seule source soutient a . Ces $(n - 1)$ sources ont une fiabilité assez élevée.

Le résultat idéal d'un opérateur logique au sens classique serait d'éliminer d , c et a , et de récupérer uniquement b , point d'intersection des sources fiables.

A la connaissance de l'auteur, aucun opérateur de fusion n'existe actuellement qui permette d'atteindre ce résultat.

Il est immédiat de voir qu'un opérateur de type probabiliste, comme la règle linéaire, contreviendrait totalement aux objectifs. En effet puisque c est soutenu par $(n - 2)$ sources fiables, c 'est lui qui deviendrait le seul possible lorsque n croît.

Avec la précédente version (18) du nouvel opérateur, le résultat est facile à obtenir.

Comme l'intersection est vide entre les sources, seul le premier membre intervient, après normalisation, nous obtenons :

$$\pi(a) = 1, \pi(b) = h, \pi(c) = 1, \pi(d) = \varepsilon/(1 - \varepsilon)$$

qui est résolument très imprécis ! On obtient à peu de chose près l'union des $(n - 1)$ sources fiables.

Maintenant le résultat sera bien meilleur avec la nouvelle version. (26) a été choisie parce qu'elle est plus sympathique pour les calculs à la main.

La règle générale (non normalisée) est :

$$\pi(x) = (1 - t)\max(t_j \pi_j(x)) + t^2 \min(\min_j(1 - t_j + t_j \pi_j(x)), \max_j(\pi_j(x)))$$

avec t la moyenne des t_j : $t = 1 - \varepsilon + (2\varepsilon - 1)/n$, qui tend vers $(1 - \varepsilon)$ lorsque n croît.

Il est possible de détailler le calcul pour a :

$$\begin{aligned} \pi(a) &= (1 - t)(1 - \varepsilon) + t^2 \min(\min(1 - \varepsilon + 0, \varepsilon + 1 - \varepsilon, \varepsilon + 0), 1) \\ \pi(a) &= (1 - t)(1 - \varepsilon) + t^2 \varepsilon \end{aligned}$$

$$\text{De même } \pi(c) = (1 - t)(1 - \varepsilon) + t^2 \varepsilon$$

Déjà ces deux valeurs montrent que la nouvelle version est à l'opposé des opérateurs de compromis puisque a et c ont le

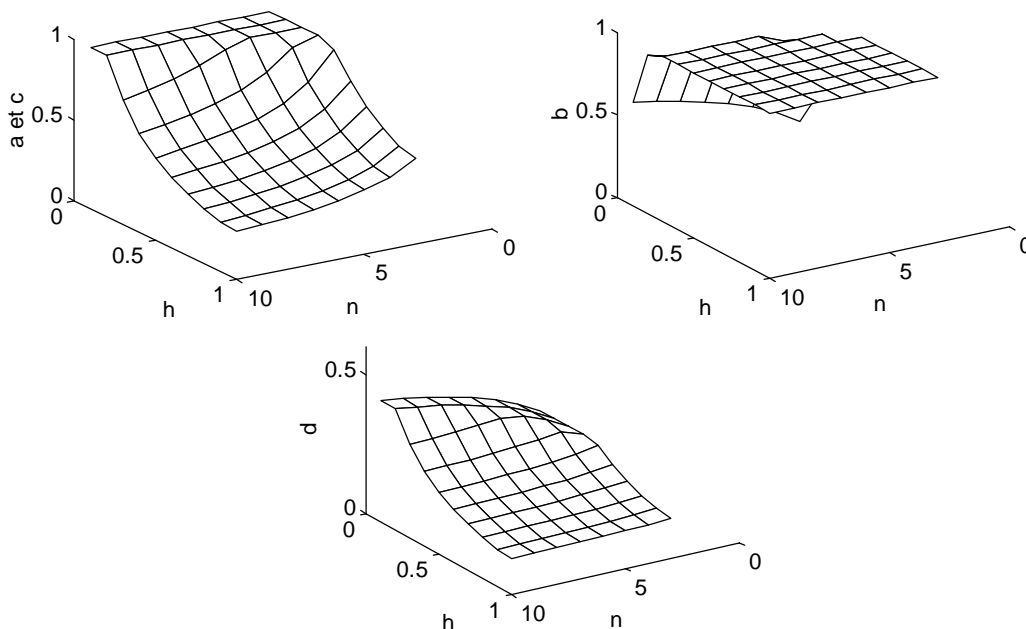


Figure 14. – Résultat de la fusion dans l'exemple des n sources en conflit ($\varepsilon = 0.1$).

même poids.

$$\pi(d) = (1 - t)\varepsilon + t^2\varepsilon$$

et d apparaît avoir un poids très inférieur à ceux de a et c . Pour b le résultat est plus complexe.

$$\pi(b) = (1 - t)(1 - \varepsilon)h + t^2 \min(1 - \varepsilon, \varepsilon + (1 - \varepsilon)h, h)$$

Les trois courbes qui suivent montrent les degrés de possibilité pour n et h variables. Le paramètre ε a été pris égal à 0,1.

Cet exemple montre que le nouvel opérateur a un comportement globalement positif puisque b domine les autres événements la plupart du temps, et ce très largement. Lorsque b est peu soutenu (pour h faible), a et c définissent seuls le noyau, avec d proche de b . Dans tous les cas d reste la proposition qui reçoit le moins de crédit.

Lorsque le nombre de source augmente, b est privilégié dès que $h > 2\varepsilon$. En effet t tend vers $(1 - \varepsilon)$, et donc $\pi(a)$ et $\pi(c)$ tendent vers $\varepsilon(1 - \varepsilon)(2 - \varepsilon)$, alors que $\pi(d)$ tend vers $\varepsilon^2 + (1 - \varepsilon)^2\varepsilon$, et que $\pi(b)$ tend vers $\varepsilon(1 - \varepsilon)h + (1 - \varepsilon)^2 \min(1 - \varepsilon, \varepsilon + (1 - \varepsilon)h, h)$ qui est égal à $(1 - \varepsilon)h$ (on suppose $\varepsilon \ll 1$).

5. conclusion

Un des objectifs de la théorie des possibilités est de représenter et de fusionner des données incertaines. Différents opérateurs furent définis, mais dans l'ensemble ils ont tous des hypothèses précises d'application, et un comportement particulier. La classe d'opérateurs utilisant une information supplémentaire, notamment la fiabilité d'une source, apparaît beaucoup plus riche d'utilisation que les autres.

Ce papier est revenu sur un opérateur défini précédemment qui permet de prendre en compte ces informations tout en ayant un comportement de type logique que n'ont pas les autres opérateurs de cette famille. Ce papier a proposé une modification profonde de ce nouvel opérateur afin de renforcer le comportement de type conjonctif, qui est beaucoup plus intéressant pour les utilisateurs.

La version finale du nouvel opérateur permet donc d'effectuer des fusions qui ressemblent très fortement au pur mode conjonctif, tout en tendant de manière continue vers le mode disjonctif dans le cas de sources peu fiables. Le fait de pouvoir attribuer une fiabilité différente pour chaque source d'information est sa caractéristique fondamentale. L'exemple du policier et des 50 bandits montre tout à fait l'intérêt de ce type de fusion.

L'exemple final, qui n'a, à la connaissance de l'auteur, de solution intelligente qu'avec cette nouvelle version, montre la richesse de l'opérateur présenté ici.

6. remerciements

Ces recherches ont été financées par une Bourse Lavoisier du Ministère des Affaires Etrangères pour des recherches au laboratoire SE/SITE de l'université George Mason, Fairfax, en Virginie, Etats-Unis. L'auteur tient aussi à remercier Mr. Dubois pour les judicieuses remarques qu'il a faites concernant la précédente version de l'opérateur, ainsi que les relecteurs anonymes qui ont contribué à fortement améliorer cet article.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] I. Bloch, « Information combination operators for data fusion: a comparative review with classification », IEEE T. on Systems, Man and Cybernetics. Part A : Systems and Humans, vol. 26, no. 1, pp. 52-67, 1996.
- [2] F. Delmotte, P. Borne, « Modelling of reliability with Possibility Theory », IEEE SMC, vol. 28, no 1, pp. 78-88, 1998.
- [3] S. Deveughele, B. Dubuisson, « The Influence of a Conflict Index in the Frame of the Adaptive Combination », Proc. of CESA 1996, Lille, France, 98-103, 1996.
- [4] D. Dubois, H. Prade, « On several representations of uncertain body of evidence », in « Fuzzy Information and Decision Processes », M. M. Gupta and E. Sanchez, Eds., North Holland Publishing Compagny, pp. 167-181, 1982.
- [5] D. Dubois, H. Prade, « A set theoretic view of belief functions », International Journal General Systems, vol. 12, pp. 193-226, 1986.
- [6] D. Dubois, H. Prade, « Representation and combination of uncertainty with belief functions and possibility measures », Comput. Intell., vol. 4, pp. 244-264, 1988.
- [7] D. Dubois, H. Prade, « Combination of fuzzy information in the framework of possibility theory », in « Data fusion in robotics and machine intelligence », M.A. Abadi and R.C. Gonzales, Eds., Academic Press Inc., pp. 481-505, 1992.
- [8] D. Dubois, H. Prade, « Adaptive combination rules for possibility distributions », EUFIT 1994, 2nd European Congress on Intelligent Technics and Soft Computing, pp. 48-52, 1994.
- [9] D. Dubois, H. Prade, « La fusion d'informations imprécises », Traitement du Signal, vol. 11-6, pp. 447-458, 1994.
- [10] Grabish, H. T. Nguyen, E. A. Walker, « Fundamentals of uncertainty calculi with applications to fuzzy inference », Kluwer academic publishers, 1995.
- [11] A. Kaufman, « Introduction à la théorie des sous ensembles flous », Masson, 1973.
- [12] I.C. Lerman, « La classification automatique », Gauthier Villars, Paris, 1970.
- [13] M. Oussalah, « Fusion de données par la théorie des possibilités. Application à la localisation d'un robot mobile », thèse de doctorat, Université d'Evry Val d'Essone, 1998.
- [14] S. A. Sandri, D. Dubois, H. W. Kalfsbeek, « Elicitation, assessment, and pooling of expert judgements using possibility theory », IEEE T. on Fuzzy Systems, vol. 3, no. 3, pp. 313-335, 1995.
- [15] S. Weber, « A general concept of fuzzy connectives, negations and implications, based on t -norms and t -conorm », Fuzzy Sets and Systems, vol. 11, pp. 115-134, 1983.
- [16] R. R. Yager, D.P. Filev, T. Sadeghi, « Analysis of flexible structured fuzzy logic controllers », IEEE T. on Systems, Man and cybernetics, vol. 24, no 7, pp. 1035-1043, 1994.
- [17] L.A. Zadeh, « Fuzzy Sets as a basis for a theory of possibility », Fuzzy Sets and Systems, vol. 1, pp. 3-28, 1978.
- [18] G. Zunino, « Amélioration de processus de fusion d'informations dans le cadre de la théorie des possibilités », thèse d'Automatique, Lille 1, 1999.

Manuscrit reçu le 23 avril 1998.

L'AUTEUR

François DELMOTTE



François Delmotte est ingénieur EUDIL. Titulaire d'un doctorat en Automatique, il est actuellement Maître de Conférences à l'université de Valenciennes. Ses sujets de recherches concernent d'une part la commande adaptative multi modèles, et d'autre part les théories de l'incertain.