

# Segmentation hiérarchique floue

## Fuzzy hierarchical segmentation

par **T. GADI, R. BENSLIMANE**

Laboratoire de Transmission et de Traitement d'Image  
Ecole Supérieure de Technologie, Route d'Immouzer, B.P. 2477, Fès Maroc  
Tel : (212 5) 60 05 85 Fax: (212 5) 60 05 88  
e-mail : gadi-taoufiq@fesnet.net.ma

### *résumé et mots clés*

On propose dans ce travail une nouvelle méthode de seuillage d'image qui se base sur la théorie des sous-ensembles flous. Ainsi l'appartenance des pixels au fond ou à l'objet n'est plus absolue mais graduelle. Pour calculer les degrés d'appartenance des pixels à la classe fond ou à la classe objet, une adaptation de la fonction S de Zadeh est proposée. La méthode de seuillage proposée est fondée sur une mise à jour hiérarchique des degrés d'appartenance de chaque pixel. Dans cette optique un opérateur d'agrégation est utilisé. Les résultats du seuillage d'images présentant des degrés de complexité différents sont comparés à ceux obtenus par des méthodes plus classiques.

**Seuillage, Sous-ensemble flou, Degré de flou, Hiérarchie, Agrégation.**

### *abstract and key words*

This paper introduces a new image thresholding method based on fuzzy sets theory. The membership function in the thresholding method is used to denote the characteristic relationship between a pixel and its belonging region (the object or background). To calculate these membership degrees, we propose an adaptation of the S-function. The proposed method is based on a hierarchical updating of the pixels membership values. In this way, we use an aggregation operator. The performance characteristics including accuracy, complexity and visual analysis of practical results are compared with classical methods.

Thresholding, Fuzzy sets, Fuzzy index, Hierarchy, Aggregation

## 1. introduction

La segmentation est un traitement de bas niveau qui consiste à créer une partition de l'image  $I$  en sous-ensembles  $R_i$ , appelés régions. Une région est un ensemble connexe de pixels ayant des

propriétés communes (intensité, texture, ...) qui les différencient des pixels des régions voisines. La segmentation fait référence aux notions de différences et de similarité comme les perçoit le système visuel humain et ceci donne naissance à deux approches couramment qualifiées d'approches « Contours » et d'approche « régions » [Coc-95].

Dans ce travail, on ne s'intéresse qu'à l'approche région et plus précisément aux méthodes de seuillage. Le seuillage consiste à déterminer un ou plusieurs seuils pour décider si le pixel considéré appartient à l'objet ou au fond (cas de 2 classes uniquement).

Gonzalez et Wintz [Gon-87] suggèrent que les techniques de seuillage peuvent être divisées en trois groupes : globale, locale et dynamique. En considérant le seuillage comme une opération faisant appel à une fonction  $t(m, n)$  de la forme :

$$t(m, n) = T[(m, n), p(m, n), \{x_{mn} | (m, n) \in I\}] \quad (1)$$

où  $x_{mn}$  est le niveau de gris du pixel  $(m, n)$  dans l'image  $I$  et  $p(m, n)$  désigne une propriété locale calculée dans un voisinage de ce pixel, l'image seuillée  $s(m, n)$  est définie par :

$$s(m, n) = \begin{cases} 1, & \text{si } x_{mn} > t(m, n) \\ 0, & \text{si } x_{mn} \leq t(m, n) \end{cases} \quad (2)$$

Si  $t(m, n)$  dépend seulement du niveau de gris  $x_{mn}$ , le seuil est dit global, si  $t(m, n)$  dépend à la fois de  $x_{mn}$  et de  $p(m, n)$ , alors le seuil est dit local, si en plus  $t(m, n)$  dépend des coordonnées spatiales  $(m, n)$ , le seuil est dit dynamique.

En connaissant les distributions des niveaux de gris des pixels pour les classes fond et objet, on peut théoriquement déterminer le seuil optimal en se basant sur les règles de Bayes. Cependant, en pratique cela est loin d'être le cas. D'une part, les deux distributions se chevauchent dans la plupart des cas, et on est donc amené à faire des approximations sur la forme des distributions pour simplifier le problème. D'autre part, le choix du seuil reste mathématiquement compliqué puisqu'il entraîne la résolution d'équations non linéaires.

Plusieurs méthodes basées sur le modèle flou ont été développées ces dernières années pour résoudre ces problèmes. Par exemple, un seuil optimal peut être déterminé en se basant sur la mesure de la compacité floue proposée par Pal et Rosenfeld [Pal-88], sur la mesure de l'entropie floue proposée par Deluca *et al.* [Del-72], sur la divergence floue proposée par Bhandari *et al.* [Bha-92], sur la mesure de l'index de l'aire de couverture (IOAC) proposée par Pal et Ghosh [Pal-90]. Dans ces méthodes, le calcul de ces mesures se base sur le calcul itératif des degrés d'appartenance des pixels de l'image pour chaque valeur de seuil possible dans l'intervalle de dynamique des niveaux de gris. Si la dimension de l'image est grande, ces méthodes exigent un grand temps de calcul pour trouver le seuil optimal. Huang et Wang [Hua-95] ont développé une technique de seuillage qui utilise l'information de l'histogramme au lieu de traiter le niveau de gris de chaque pixel à part. Cette technique rapide peut être facilement implantée, mais présente l'inconvénient de négliger l'information locale.

Les méthodes précitées sont des techniques globales. Elles sont généralement inefficaces lorsque l'image est prise dans de mauvaises conditions d'éclairage. Dans l'objectif de rendre le

seuillage plus robuste vis-à-vis de ces éventuelles variations d'éclairage, il est préférable d'étendre le principe du choix d'un seuil unique sur des sous-images de l'image initiale permettant de s'adapter d'une part aux non-stationnarités de l'image dus à l'éclairage et d'autre part à la présence de différentes zones d'intérêt dans l'image.

Dans cette optique, on propose, dans ce travail, une nouvelle méthode de seuillage dynamique fondée sur la théorie de la logique floue et sur le principe du quadtree. Le quadtree est une représentation de l'image exploitant la récursivité du pavage carré. C'est une arborescence dont la racine est l'image toute entière et dont chaque nœud (sauf les nœuds terminaux) possède exactement 4 fils. Le principe de construction du quadtree est lié à la mesure d'un critère d'homogénéité sur une région. La structure hiérarchique du quadtree permet d'évaluer dans chaque niveau de la hiérarchie les degrés d'appartenance de chaque pixel respectivement à la classe fond et à la classe objet. La phase finale consiste à trouver un avis agrégé en utilisant un opérateur d'agrégation, qui reflète la façon dont interviennent chacun de ces niveaux dans le résultat agrégé recherché. Cette structure de données peut s'adapter aux variations locales d'éclairage de l'image et peut ainsi mener à une bonne segmentation.

La section suivante est consacrée à un rappel sur la notion des sous-ensembles flous suivi de la définition des degrés d'appartenance proposée et qui constitue une adaptation de la fonction standard  $S$  de Zadeh [Pal-92]. Dans la troisième section, nous décrivons le principe de la méthode de seuillage proposée. Une évaluation des résultats obtenus est présentée dans la section 4.

## 2. calcul des degrés d'appartenance

### 2.1. généralité sur la logique floue

Dans la plupart des problèmes que l'on rencontre dans les systèmes d'exploitation de bases de connaissances et les systèmes d'aide à la décision, on ne dispose pas de toute l'information, ou celle-ci est entachée d'incertitude. L'ensemble des informations peut aussi être incohérent, c'est-à-dire comporter des informations partiellement contradictoires; une situation que l'on rencontre lorsque celles-ci émanent de plusieurs sources.

Les outils traditionnels de représentation des connaissances que sont la logique classique et la théorie des probabilités, s'avèrent insuffisants pour prendre en compte de telles informations. En effet, la logique classique ne permet d'appréhender que ce qui est certainement vrai ou certainement faux. Elle ne permet ni de déduire provisoirement des conclusions plausibles susceptibles d'être ultérieurement remises en cause par l'arrivée d'informa-

tions complémentaires, ni de prendre en compte le caractère incertain des informations ou le caractère vague des catégories à manipuler. Quant au traitement de l'incertitude permis par la théorie des probabilités, il nécessite en pratique des données statistiques, pas toujours disponibles, ou doit recourir à l'artifice du pari pour tenter d'obtenir de l'expert une évaluation de son incertitude subjective. En outre, avec les probabilités, exprimer le manque de certitude dans une éventualité équivaut à l'expression de la certitude de l'éventualité contraire. Or, dans des situations d'informations pauvres, on aimerait pouvoir dire qu'on n'est sûr de rien. Ceci n'a trouvé un moyen de représentation et de traitement que dans l'introduction de la théorie des sous-ensembles flous.

## 2.2. définitions

Soit  $X$  un ensemble de référence, les éléments de  $X$  qui possèdent une certaine propriété constituent un sous-ensemble  $A$  de  $X$ , au sens habituel de la théorie des ensembles.

Les éléments de  $X$  qui ne possèdent pas cette propriété appartiennent au sous-ensemble complémentaire du précédent. Tout élément de  $X$  appartient soit au sous-ensemble ainsi défini, soit à son complémentaire, et à un seul d'entre eux. Par contre, si certains éléments de  $X$  ne possèdent pas une propriété de façon absolue, on peut choisir d'indiquer avec quel degré chaque élément la possède. On définit ainsi un sous-ensemble flou  $A$  de  $X$  et on note  $\text{Prop}(A)$  la propriété associée. Tout élément de  $X$  appartient au sous-ensemble flou, avec un degré qui vaut 1 en cas d'appartenance absolue et qui peut éventuellement être nul.

• **Sous-ensemble classique** : Un sous-ensemble classique  $A$  de  $X$  est défini par une fonction caractéristique  $\chi_A$  qui prend la valeur 0 pour les éléments de  $X$  n'appartenant pas à  $A$  et la valeur 1 dans le cas contraire.

• **Sous-ensemble flou** : Un sous-ensemble flou  $A$  de  $X$  est défini par une fonction d'appartenance qui associe à chaque élément  $x$  de  $X$  le degré  $\mu_A(x)$ , compris entre 0 et 1, avec lequel  $x$  appartient à  $A$ .

$$\mu_A : X \longrightarrow [0, 1]$$

## 2.3. calcul des degrés d'appartenance

Il est utile d'évaluer le degré de précision d'un sous-ensemble flou donné, pour être capable de choisir, entre plusieurs d'entre eux, celui qui est le moins flou lorsqu'on cherche à déterminer une caractérisation aussi nette que possible.

Le degré de flou constitue une mesure d'imprécision qui estime dans quelle mesure l'appartenance et la non appartenance à un sous-ensemble flou  $A$  de  $X$  sont bien différenciées. A cet effet, on propose d'utiliser une adaptation de la fonction standard  $S$

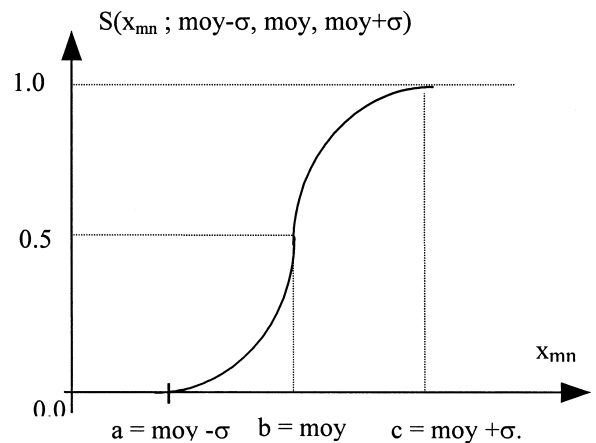


Figure 1. – Fonction  $S$  standard

(figure 1) de Zadeh [Pal-92]. Pour le pixel  $(m, n)$  de niveau de gris  $x_{mn}$  cette fonction est définie par:

$$S(x_{mn}; a, b, c) = \begin{cases} 0, & x_{mn} \leq a \\ 2[(x_{mn} - a)/(c - a)]^2 & a \leq x_{mn} \leq b \\ 1 - 2[(x_{mn} - c)/(c - a)]^2 & b \leq x_{mn} \leq c \\ 1, & x_{mn} \geq c \end{cases} \quad (3)$$

où  $b = (a + c)/2$ ,  $b - a = c - b = 2W$ .

Pour Bhandari *et al.*, la largeur de bande  $W$  est choisie en fonction des paramètres statistiques de la distribution des niveaux de gris considérée comme une distribution de Poisson. Dans ce travail on estime ces paramètres en fonction des propriétés locales de chaque niveau hiérarchique en associant au paramètre  $b$  la moyenne des niveaux de gris qui représente le flou total et à  $2W$  l'écart type  $\sigma$ . Ainsi, on suppose que l'appartenance des pixels est absolue dans toute la bande des niveaux de gris sauf dans l'intervalle  $[moy - \sigma, moy + \sigma]$ .

Cette fonction nous permet d'obtenir deux sous-ensembles flous représentant la classe objet et la classe fond de l'image.

## 3. principe de la méthode de seuillage flou

Pour affecter un pixel de l'image d'un niveau de gris donné à la classe fond ou à la classe objet, on propose dans ce travail une méthode de seuillage adaptative. Cette méthode est fondée sur un principe hiérarchique pour pallier le problème d'éclairage non uniforme que présente la plupart des images réelles. La

méthodologie de construction de la hiérarchie est descendante et se base sur la mesure d'un critère d'homogénéité. Ainsi, une image à binariser est subdivisée en sous-images homogènes de tailles différentes et appartenant à des niveaux hiérarchiques différents. Une image appartenant à un niveau hiérarchique est divisible en quatre sous-images filles si le critère d'homogénéité est non satisfait. A chaque niveau hiérarchique les degrés d'appartenance à la classe objet ou à la classe fond des pixels des sous-images non homogènes sont évalués.

La phase finale de « defuzzification » consiste à tenir compte pour chaque pixel de tous les avis obtenus à chaque niveau hiérarchique en se basant sur les degrés d'appartenance calculés à tous les niveaux propres du pixel considéré.

### 3.1. méthodologie de construction de la hiérarchie

Soit une image à niveau de gris notée  $I_0$  de taille  $N \times M$  à laquelle est associée une hiérarchie. Cette hiérarchie est construite en divisant successivement  $I_0$  en sous-images de tailles de plus en plus petites. Une image ne peut être décomposée en quatre sous-images que si un critère d'homogénéité n'est pas satisfait. On peut donc associer à la hiérarchie un arbre quaternaire dont la racine ou le niveau 0 correspond à l'image  $I_0$ . En décomposant cette racine en quatre sous-images, on obtient le niveau 1 qui peut contenir les deux types de sous-images suivantes :

- Les sous-images non décomposables ou terminales pour lesquelles un critère d'homogénéité est satisfait. Elles représentent les nœuds terminaux de l'arbre :

$$I_1^T = \{I_{1,1}^T, \dots, I_{1,n(1)}^T\} \quad (4)$$

où  $n(1)$  représente le nombre de nœuds terminaux dans le niveau 1.

- Les sous-images décomposables dont le critère d'homogénéité est non satisfait. Celles-ci, en se divisant en quatre sous-images engendrent les deux types de sous-images du niveau 2.

$$I_1^D = \{I_{1,1}^D, \dots, I_{1,m(1)}^D\} \quad (5)$$

où  $m(1)$  représente le nombre de sous-images décomposables dans le niveau 1.

Le processus de subdivision est itéré jusqu'à un niveau  $H$  où toutes les sous-images trouvées représentent les nœuds terminaux de l'arbre.  $H$  correspond alors à la hauteur de l'arbre. La figure 2 illustre les sous-images découlant du processus de décomposition hiérarchique en se basant sur le critère d'homogénéité.

Chen et Pavlidis [Che-80] suggèrent l'utilisation des tests statistiques pour évaluer l'uniformité d'une région considérée au lieu d'examiner la différence entre le maximum et le minimum des

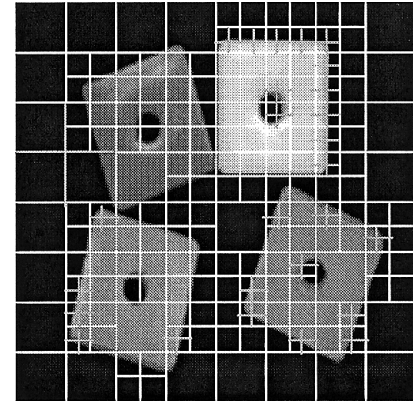


Figure 2. – Exemple de Décomposition hiérarchique.

niveaux de gris de cette région. Ils exigent qu'il n'existe pas une différence significative entre la moyenne de l'image et la moyenne de ces quatre sous-image, et supposent que les variances sont égales et connues. Ainsi, pour Chen et Pavlidis, une image est homogène si :

$$|m_i - m| \leq \varepsilon, \quad i = 1, 2, 3, 4. \quad (6)$$

où  $m_i$  est la moyenne des niveaux de gris de la sous-image  $i$  et  $m$  correspond à la moyenne des niveaux de gris de son image mère.

$\varepsilon$  est un seuil donné.

Pour pallier le problème du choix arbitraire du seuil  $\varepsilon$ , on fait appel dans ce travail au test de Fisher [Har-86]. Ce test consiste à comparer simultanément les moyennes  $m_i$  et les écart types  $\sigma_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) des quatre sous-images. Ceci revient à tester l'hypothèse  $H_0$  :

$$\begin{cases} H_0 : \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_4 = \sigma \\ \quad \text{et } m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = m \\ H_1 : \exists i \in \{1, 2, 3, 4\} / \sigma_i \neq \sigma \\ \quad \text{ou } m_i \neq m \end{cases} \quad (7)$$

Soit  $K$  le nombre de pixels dans chaque sous-image. Sous l'hypothèse que les 4 sous-images filles d'une image mère sont indépendantes et présentent des distributions des niveaux de gris normales et identiques, le test d'homogénéité de Fisher est donné par la statistique  $f$  qui a une distribution  $F_{p;n-p-1}$ . Ce test est donné par :

$$f = - \frac{K \sum_{i=1}^4 (m_i - m)^2 / 3}{\sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^K (X_{ij} - m_i)^2 / 4(K-1)} \quad (8)$$

$X_{ij}$  est le niveau de gris du  $i$ -ème pixel de la sous-image  $j$ .



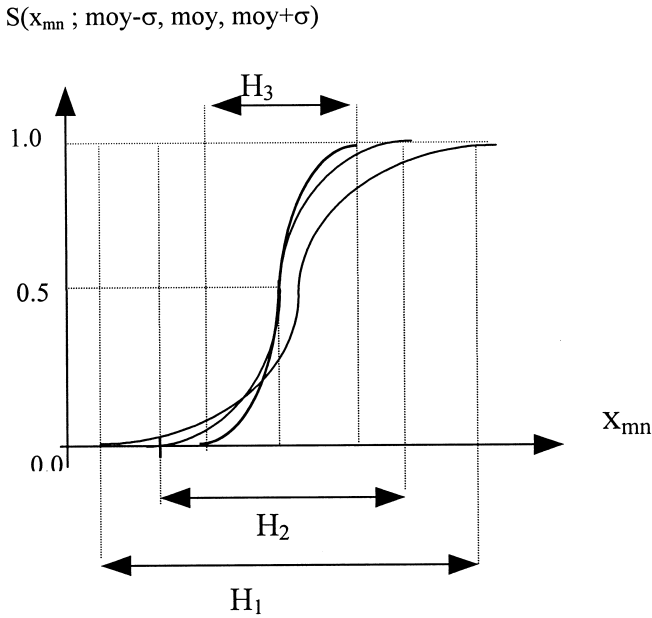


Figure 3. – Evolution de la fonction  $S$  pour différents niveaux hiérarchiques.

Dans notre cas,  $p$  qui est le degré de liberté est égal à 3 et  $n$  étant le nombre total de pixels dans l'image mère ( $4K$ ).

Une image est déclarée non homogène si la valeur de  $f$  est très grande que  $F_{3;4(K-1)}$  (donnée par la table de Fisher).

Il est à remarquer qu'après chaque niveau hiérarchique, la sous-image décomposable est divisée en quatre sous-images filles. Ces sous-images tendent de plus en plus vers des zones homogènes. Ainsi, la dispersion des niveaux de gris autour de la moyenne diminue. Ceci se traduit par la réduction de la bande d'incertitude sur les degrés d'appartenance. La figure 3 montre le comportement de la fonction d'appartenance  $S$  pour trois niveaux hiérarchiques différents.

### 3.2. décision et défuzzification

Pour chaque niveau hiérarchique une évaluation des degrés d'appartenance à la classe fond et à la classe objet est réalisée pour chaque pixel de l'image à binariser. Le degré d'appartenance d'un pixel  $(m, n)$  de niveau de gris  $x_{mn}$  est donné par :

$$\mu(m, n) = S(x_{mn}; \text{moy} - \sigma, \text{moy}, \text{moy} + \sigma) \quad (9)$$

$\text{moy}$  et  $\sigma$  sont respectivement la moyenne et la déviation moyenne des niveaux de gris dans la sous-image donnée.

On peut considérer que l'affectation du pixel à l'une des deux classes consiste à choisir une décision parmi les différents avis obtenus dans chaque niveau hiérarchique par le calcul des

degrés d'appartenance. En logique floue ceci nécessite le choix d'un opérateur d'agrégation qui reflète la façon dont intervient chacun de ces niveaux sur le résultat agrégé recherché. De ce fait, on cherche un opérateur  $h$  défini sur  $[0, 1]^l$  à valeurs dans  $[0, 1]$ , qui permet de construire un résultat agrégé tel que :

$$\mu^f(m, n) = h(\mu^{l-1}(m, n), \mu^{l-2}(m, n), \dots, \mu^0(m, n)) \quad \text{pour tout } (m, n) \text{ de } I_0. \quad (10)$$

où  $l$  représente la distance entre le nœud terminal correspondant au pixel  $(m, n)$  et la racine de l'arbre. Les opérateurs envisageables sont très nombreux [Miz 89a] [Miz 89b] :

En utilisant pour  $h$  la  $t$ -norme de Zadeh  $h(x, y) = \min(x, y)$ , on obtient un résultat agrégé qui satisfait tous les intervenants. L'opérateur  $\min$  reflète l'avis le plus faible de tous les niveaux hiérarchique, ce qui est en contradiction avec le principe de la méthode.

L'utilisation pour  $h$  de la moyenne de tous les avis avec le même poids pourrait donner dans certain cas des résultats satisfaisants, mais montre ses limites pour des images à éclairage non uniforme. Dans ce travail l'opérateur  $h$  utilisé est celui de la  $t$ -conorme de Zadeh [Zad-75] qui est définie par :

$$\mu_o^F(m, n) = \text{Max}(\mu_o^{l-1}(m, n), \mu_o^{l-2}(m, n), \dots, \mu_o^0(m, n)) \quad \text{pour tout } (m, n) \text{ de } I_0. \quad (11)$$

$$\mu_f^F(m, n) = 1 - \mu_o^F(m, n) \quad (12)$$

La défuzzification consiste donc à prendre la décision finale en affectant le pixel soit à la classe objet soit à la classe fond. Ainsi le pixel  $(m, n)$  sera considéré comme étant pixel objet si son degré d'appartenance agrégé à la classe objet est supérieur à son degré d'appartenance agrégé à la classe fond. Dans le cas contraire,  $I_1$  sera considéré comme étant un pixel fond.

### 3.3. exemple illustrant la méthode de seuillage flou proposée

Considérons un pixel  $(m, n)$  appartenant au trou du deuxième objet en haut de l'image  $I_0$  représentée par la figure 4-a.

Pour affecter ce pixel à la classe objet ou à la classe fond on suit la démarche suivante.

1. Soit  $I_0$  la racine de l'arbre, on calcule le degré d'appartenance du pixel  $(m, n)$  à la classe objet «  $\mu_o^0(m, n)$  » et celui à la classe fond «  $\mu_f^0(m, n)$  ».
2. On subdivise l'image en quatre sous-images. Le pixel considéré appartient à la sous-image  $I_{1,2}$  illustrée par la figure 4-b. Pour cette sous-image, on recalcule pour le pixel  $(m, n)$  les degrés d'appartenance  $\mu_o^1(m, n)$  et  $\mu_f^1(m, n)$ .
3. Cette sous-image étant non homogène. Le niveau hiérarchique 2 est obtenu en décomposant celle-ci en quatre sous-

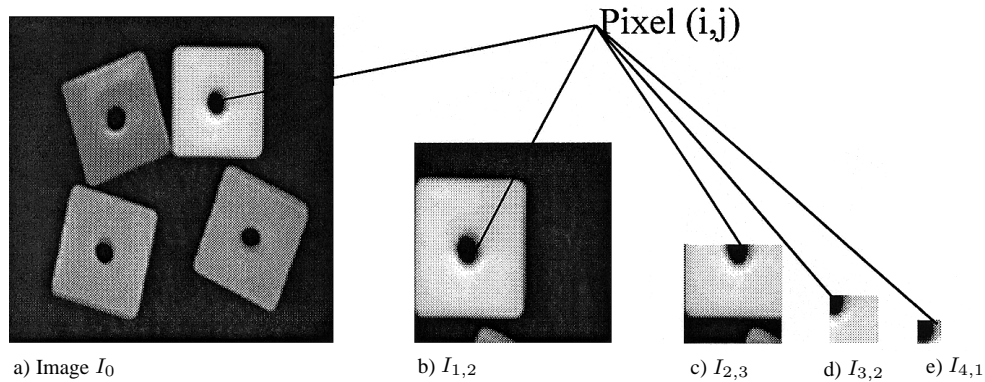


Figure 4. – Exemple illustrant la méthode proposée

images. Le pixel considéré appartient à la troisième sous-image  $I_{2,3}$  illustrée par la figure 4-c. Les degrés d'appartenance du pixel considéré correspondant à ce niveau sont  $\mu_o^2(m, n)$  et  $\mu_f^2(m, n)$ .

4. De nouveau cette sous-image est décomposable. La décomposition de celle-ci en quatre sous-images nous donne le niveau hiérarchique 3. Le pixel considéré appartient à la troisième sous-image  $I_{3,2}$  illustrée par la figure 4-d. Les degrés d'appartenance du pixel considéré correspondant à ce niveau sont  $\mu_o^3(m, n)$  et  $\mu_f^3(m, n)$ .

5. Dans le niveau 4, le pixel considéré appartient à la sous-image  $I_{4,1}$  illustrée par la figure 4-e. Les degrés d'appartenance du pixel considéré correspondant à ce niveau sont  $\mu_o^4(m, n)$  et  $\mu_f^4(m, n)$ .

6. Cette sous-image est décomposable mais les quatre sous-images résultant sont tous des nœuds terminaux. La procédure hiérarchique est arrêtée à ce niveau.

7. Le degré d'appartenance agrégé final est alors donné par :

$$\mu_o^F(m, n) = \text{Max}(\mu_o^4(m, n), \mu_o^3(m, n), \mu_o^2(m, n), \mu_o^1(m, n), \mu_o^0(m, n)) \quad (13)$$

$$\mu_f^F(m, n) = 1 - \mu_o^F(m, n) \quad (14)$$

8. Le pixel  $(i, j)$  appartient à la classe fond puisque  $\mu_o^F(i, j) < \mu_f^F(i, j)$ .

## 4. évaluation

Pour évaluer les performances de l'algorithme proposé, on considère 4 images représentant différents degrés de complexité. Deux mesures d'évaluation empiriques des performances sont utilisées dans ce cadre pour comparer l'algorithme proposé avec la méthode de Ridler [Rid-78], celle de la minimisation de

l'entropie floue [Del-72] et la segmentation par les Fuzzy  $c$ -means [Bez-81]. La première mesure utilisée est la mesure d'uniformité inter-région proposée par Levine et Nazif [Lev-85] qui est donnée par :

$$MU = 1 - \sum_i \sum_{(m,n) \in R_i} \left[ x_{mn} - \frac{1}{A_i} \sum_{(m,n) \in R_i} x_{mn} \right]^2 \quad (15)$$

$A_i$  représente le nombre de pixels de la région  $R_i$  considérée.

La deuxième mesure utilise la mesure du contraste inter-région proposée aussi par Levine et Nazif [Lev-85]. Elle est définie par:

$$MC = \frac{|f_o - f_b|}{f_o + f_b} \quad (16)$$

où  $f_o$  et  $f_b$  sont les moyennes respectives des niveaux de gris de l'objet et du fond.

Les tableaux 1 et 2 représentent les résultats respectifs obtenus par les deux mesures d'évaluation calculées pour quatre images différentes sur lesquelles ont été appliquées la méthode proposée dans ce travail, la méthode de Fuzzy  $C$ -means, la méthode de la minimisation d'entropie et enfin la méthode de Ridler.

En analysant les deux tableaux ci-dessous, on constate que pour l'image de la figure 5-a, la méthode de Ridler, malgré une perte d'information, donne le meilleur résultat par rapport à la mesure d'uniformité. Cependant, en considérant la mesure de contraste, la méthode proposée donne le meilleur résultat. Celle-

Tableau 1. – Mesure d'uniformité

Images	Méthode proposée	Fuzzy C-Means	Minimisation de l'entropie	Ridler
Figure 5-a	0.363910	0.374698	0.303552	0.378693
Figure 6-a	0.939040	0.934484	–	0.937328
Figure 7-a	0.722226	0.728638	0.663720	0.752575
Figure 8-a	0.935647	–	–	0.964374

Tableau 2. – Mesure de contraste

Images	Méthode proposée	Fuzzy C-Means	Minimisation de l'entropie	Ridler
Figure 5-a	0.888258	0.816074	0.885449	0.825892
Figure 6-a	0.108607	0.115939	–	0.116572
Figure 7-a	0.386084	0.406245	0.738168	0.496702
Figure 8-a	0.042954	–	–	0.041974

ci renforce l'évaluation visuelle tirée des images résultats obtenues par les différentes méthodes (5-b, ...,5-e).

Pour l'image de la figure 6-a, la méthode proposée donne le meilleur résultat par rapport à la mesure d'uniformité. Elle est classée troisième par rapport à la mesure de contraste, mais cette contre performance apparente est expliquée par le fait que la mesure de contraste est affaiblie par la détection des objets de faible contraste largement présents dans cette image. Le seuillage par minimisation de l'entropie floue n'arrive pas à prendre une décision.

Pour l'image de la figure 7-a, la méthode proposée est classée troisième par rapport à la mesure d'uniformité et quatrième par rapport à la mesure de contraste. Cependant la qualité visuelle de l'image obtenue par la méthode proposée montre sa performance à binariser ce type d'image caractérisée à la fois par un faible contraste et par de faibles détails. La détection de ces faibles détails diminue la mesure d'uniformité alors que le faible contraste de l'image est responsable de la diminution de la mesure de contraste.

L'image saturée artificiellement représentée par la figure 8-a et dont le résultat de l'application de notre méthode est illustré par

la figure 8-c donne une mesure de contraste très faible car la dynamique de l'image est très réduite mais présente une mesure d'uniformité relativement élevée.

Pour une image de taille  $N \times M$  la mesure de complexité de l'algorithme est de l'ordre de  $O(N \times M)$ . Les temps de calcul relatifs aux différents algorithmes sur une machine Pentium 133 Mhz sont regroupés dans le tableau suivant :

Algorithme	Ridler proposée	Minimisation de floue	FCM	Méthode proposée
Temps	400 ms	700 ms	12765 ms	1177 ms

## 6. conclusion

En se basant sur le concept des sous-ensembles flous et la définition de la fonction d'appartenance, nous avons proposé une nouvelle méthode de seuillage d'images multiniveaux. Celle-ci est basée sur une démarche hiérarchique. Chaque niveau hiérarchique permet de donner un avis sur l'appartenance de chaque pixel à la classe fond et à la classe objet. La décision finale est un avis agrégé pris parmi les avis des niveaux hiérarchiques.

Pour évaluer les performances de l'algorithme proposé, nous l'avons comparé avec des méthodes plus classiques en utilisant deux critères d'évaluations. Les résultats obtenus sont très satisfaisants. Les performances de la méthode proposée sont montrés par les résultats obtenus sur des images de complexité différentes et par sa facilité de mise en œuvre.

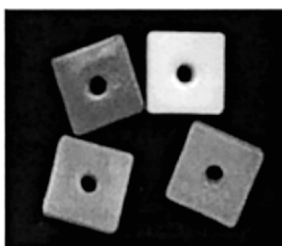


Figure 5-a. – Image Originale (256 × 256)



Figure 5-b. – Fuzzy c-Means

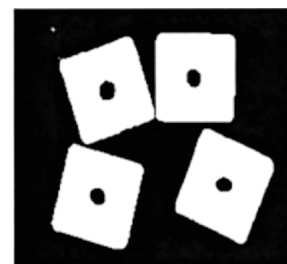


Figure 5-c. – Nouvelle méthode



Figure 5-d. – Algorithme de Ridler



Figure 5-e. – Minimisation de l'entropie

## Segmentation hiérarchique floue



Figure 6-a. – Image Originale (320 × 200)



Figure 6-b. – Fuzzy *c*-Means

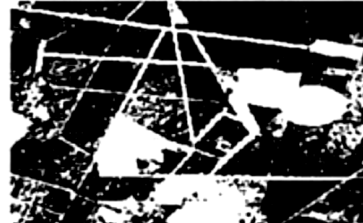


Figure 6-c. – Nouvelle méthode

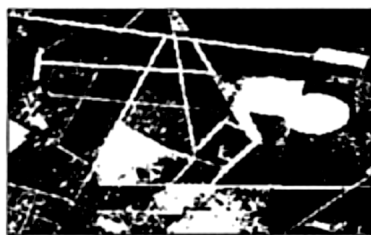


Figure 6-d. – Algorithme de Ridler

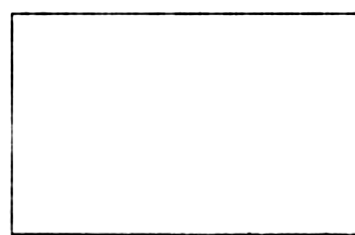


Figure 6-e. – Minimisation de l'entropie



Figure 7-a. – Image Originale (256 × 256)



Figure 7-b. – Fuzzy *c*-Means



Figure 7-c. – Nouvelle méthode



Figure 7-d. – Algorithme de Ridler



Figure 7-e. – Minimisation de l'entropie

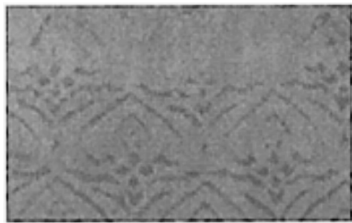


Figure 8-a. – Image Originale (320 × 200)

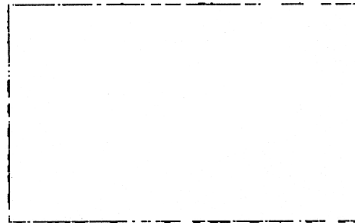


Figure 8-b. – Fuzzy c-Means



Figure 8-c. – Nouvelle méthode

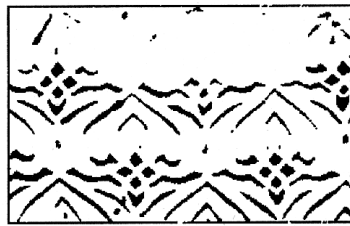


Figure 8-d. – Algorithme de Ridler

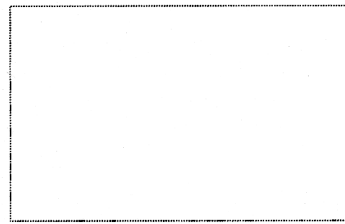


Figure 8-e. – Minimisation de l'entropie

## BIBLIOGRAPHIE

- [Bez-81] J. C. Besdek, « Pattern Recognition with fuzzy objective function algorithms », *Plenum Press, New York*, 1981.
- [Bha-92] D. Bhandari, N. R. Pal and D.D. Majumder, « Fuzzy divergence, probability measure of fuzzy events and image thresholding », *Pattern Recognition Lett.* 13, 857-867, 1992.
- [Che-80] Chen P.C., et T. Pavlidis, « Image Segmentation as an Estimation Problem », *Comput. Graphics and Image Processing*, vol. 12, 1980, pp. 153-172.
- [Coc-95] J.-P. Cocquerez *et al.*, « Analyse d'images : filtrage et segmentation », Edition Masson, Paris, 1995.
- [Del-72] A. Deluca and S. Termini, « A definition of a non-probabilistic entropy in the setting of fuzzy set theory », *Int. Control* 20, 301-312 (1972)
- [Gon-87] R. C. Gonzalez, P. Wintz, « Digital image processing », Addison Wesley, 2nd edition, 1987.
- [Har-86] R. M. Haralick and L. G. Shapiro, *Computer and Robot vision*, Addison Wesley publishing company, vol. 1.
- [Hua-95] L. K. Huang and M. J. Wang, Image thresholding by minimizing the measures of fuzziness, *Pattern Recognition* 28, 41-51, 1995.
- [Kau-75] A. Kaufmann, « Introduction to the theory of fuzzy subsets-Fundamental Theoretical Elements », Vol. 1, *Academic Press, New York* 1975.

- [Lev-85] M. D. Levine and A. M. Nazif, « Dynamic measurement of computer generated image segmentations », *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell. PAMI-7*, 1985, 155-164.
- [Miz89-a] M. Mizumoto, « Improvement methods of fuzzy controls », Proc. 3rd IFSA World Congress, Seattle, pp. 60-62, 1989.
- [Miz89-b] M. Mizumoto, « Pictorial Representations of fuzzy connectives, part I : cases of T-norms, T-conorms and Averaging operators », *Fuzzy sets and systems* 31, pp. 217-242, 1989.
- [Pal-86a] S. K. Pal, « A measure of edge ambiguity using fuzzy sets », *Pattern Recognition Lett.* 4, 51-56, 1986.
- [Pal-88] S.K. Pal and A. Rosenfeld, Image enhancement and thresholding by optimization of fuzzy compactness, *Pattern Recognition Lett.* 7, 77-86, 1988.
- [Pal-90] S.K. Pal and A. Ghosh, Index of area convergence of fuzzy image subsets and object extraction, *Pattern Recognition Lett.* 11, 831-841, 1990.
- [Pal-92] S.K. Pal, Fuzziness image information and scene analysis, in An introduction to fuzzy logic application in intelligent system, R. R. Yager, L. A. Zadh, (eds.), pp. 146-183, 1992
- [Rid-78] T. W. Ridler and S. Calvard, Picture thresholding using an iterative selection method, *IEEE Trans. Syst., Man., Cybern.*, vol. SMC-8, pp. 630-632, Aug. 1978.
- [Zad-75] L. A. Zadeh, « Fuzzy Sets and their Applications to cognitive and Decision Processes », pp. 1-39, Academic Press, London, 1975.

Manuscrit reçu le 10 décembre 1998.

## LES AUTEURS

T. GADI



Taoufiq Gadi est né en 1970 à Fès. Il est docteur de l'université Sidi Mohamed Ben Abdellah. Ses principaux centres d'intérêt et travaux de recherche portent sur l'analyse d'images, la reconnaissance des formes, l'indexation automatique des images et l'intelligence artificielle.

R. BENSLIMANE



Rachid Benslimane est Professeur à l'université Sidi Mohamed Ben Abdellah. Il est directeur du laboratoire de Transmission et de Traitement d'Image (L.T.T.I.) à l'Ecole Supérieure de Technologie de Fès. Ses axes de recherche portent sur l'analyse des images et la reconnaissance des formes.