

Deux modèles variationnels pour la classification d'images multispectrales

Two variational models for multispectral image classification

par Christophe SAMSON¹, Laure BLANC-FÉRAUD¹, Gilles AUBERT², Josiane ZERUBIA¹

¹ Ariana, projet commun I3S (CNRS/UNSA) et INRIA Sophia Antipolis, Inria, 2004 route des Lucioles, BP 9306902 Sophia Antipolis cedex, France, Prénom.Nom@sophia.inria.fr, <http://www.inria.fr/ariana>

² Laboratoire J.A. Dieudonné, UMR 6621 du Cnrs, Université de Nice SophiaAntipolis, France, gaubert@math.unice.fr

résumé et mots clés

Le problème de la classification est abordé dans une approche variationnelle. Dans des travaux précédents, deux méthodes ont été développées pour la classification d'images monospectrales. Le but de cet article est de présenter l'extension de ces deux modèles au cas de données multispectrales.

Le premier modèle repose sur la minimisation d'une famille de critères dont la suite de solutions converge vers une partition des données composée de classes homogènes séparées par des contours réguliers.

Parallèlement à cette approche, nous avons développé un second modèle de classification mettant en jeu un ensemble de régions et contours actifs. Nous utilisons une approche par ensembles de niveaux pour définir le critère à minimiser. Comme pour le premier modèle, le critère proposé contient des termes reliés à l'information sur les régions ainsi qu'à l'information sur les contours.

L'imagerie multispectrale permet de prendre en compte l'information des différentes bandes spectrales d'un capteur satellitaire ou aérien. L'extension au cas multispectral intervient à des niveaux différents pour les deux modèles. Nous traitons une application réelle sur une scène SPOT en mode XS pour laquelle nous disposons d'une vérité terrain. Nous comparons les deux modèles variationnels que nous proposons à d'autres approches dont un modèle stochastique hiérarchique, récemment développé à l'IRISA au sein du projet VISTA.

Modèle variationnel, classification d'images, imagerie multispectrale, Γ -convergence, formulation par ensembles de niveaux, région active, contour actif.

abstract and key words

Image classification is considered as a variational problem. In recent works, two different models have been proposed for monospectral image classification. The goal of this paper is to extend both models to multispectral data. The first model proposed in this paper is based on the minimization of a criterion family whose set of solutions converges to a partition of the data set composed of homogeneous regions with regular boundaries.

The second model is based on a set of active regions and contours. We use a level set formulation to define the criterion we want to minimize. As in the first model, the solution is composed of homogeneous regions with regular interfaces.

In order to take into account the information coming from different spectral bands of a satellite or aerial sensor, we extend these models to multispectral data. Combining information of multiple bands is a different task in each model. We present results on real data from SPOT satellite in XS mode, for which a ground truth is available. These results are compared with those obtained with a hierarchical stochastic model, recently developed at IRISA in the VISTA research group.

Variational model, image classification, multispectral image, Γ -convergence, level set, active region, active contour.

1. position du problème

1.1. introduction

Les modèles variationnels ainsi que les approches par équations aux dérivées partielles ont montré leur efficacité dans de nombreux problèmes en traitement d'images tels que la restauration et la détection de contours [21, 24]. En revanche, la classification d'images n'a pas suscité beaucoup de travaux dans le cadre variationnel. La raison en est certainement que la notion discrète d'étiquetage est mal adaptée au formalisme continu.

La classification concerne de nombreuses applications en traitement d'images, et consiste à trouver une partition d'une image en régions homogènes : les classes. La classification est étroitement liée à la segmentation dans le sens où nous obtenons une partition de l'image, mais la classification présente un processus supplémentaire d'étiquetage. Chaque région de la partition obtenue est constituée d'un ensemble de pixels ayant la même étiquette. Nous supposons que le nombre de classes ainsi que leurs paramètres respectifs sont connus (classification *supervisée*), grâce à une pré-estimation par exemple. L'attribut de l'image qui nous intéresse est la distribution spatiale d'intensité (ou niveau de gris), mais d'autres attributs peuvent être envisagés comme ceux concernant la texture par exemple.

De nombreux modèles de classification ont été développés, que ce soit par des approches structurales comme la croissance de régions [23], ou par des approches stochastiques comme dans [4, 9].

Dans [25, 26, 27] nous avons développé deux modèles de classification fondés sur des approches variationnelles. Nous supposons que la répartition de l'intensité à l'intérieur d'une classe est de distribution gaussienne. Le principe dans ces deux approches est de spécifier l'image classifiée comme une image des moyennes des classes (l'étiquette est représentée par la moyenne de la classe), cette image constituant une approximation des données observées. La notion de régularité est introduite par une minimisation de la longueur des interfaces entre les différentes régions. Deux modèles ont été proposés pour calculer cette

image, selon que la variable considérée est une variable d'intensité (forcée à la moyenne des classes) ou une variable d'ensemble (on cherche une partition du support de l'image constituée des ensembles formés des pixels appartenant à chaque classe). La difficulté du problème est de prendre en compte à la fois des contraintes de surface (adéquation aux données) et des contraintes aux bords des régions (régularité par minimisation de la longueur des interfaces). La première formulation introduite entre dans le cadre des problèmes à discontinuité libre (*free discontinuity problems*). Pour le résoudre, nous faisons appel à des notions de convergence variationnelle telle que la théorie de la Γ -convergence [20]. L'algorithme proposé pour classier des données monospectrales [27] repose sur la minimisation d'une famille de critères dont la suite de solutions converge vers une partition des données composée de classes homogènes séparées par des contours réguliers.

La seconde formulation met en jeu un ensemble de régions inconnues. Afin de spécifier facilement des contraintes sur ces régions et leurs contours au travers de la minimisation d'une fonctionnelle, nous utilisons une modélisation par ensembles de niveaux [26], cette approche ayant déjà suscité de nombreux travaux dans le cadre de la segmentation d'images. Nous aboutissons à un ensemble de régions et contours actifs, dont l'évolution conduit à une partition régulière du support de l'image en fonction des classes prédéfinies.

Nous proposons une extension de ces deux modèles variationnels de classification au cas de données multibandes, comme par exemple des données SPOT en mode XS constituées de trois images de la même scène prises à différentes longueurs d'onde. Le couplage entre les bandes intervient à des niveaux différents pour les deux modèles. Concernant le modèle reposant sur la minimisation d'une suite de fonctionnelles, le couplage entre les bandes s'effectue au niveau du calcul du gradient sur les données, ainsi qu'au travers du potentiel de contrainte de niveaux. Pour le modèle de régions/contours actifs, la combinaison d'information fournie par les différentes bandes intervient au niveau du terme d'attache aux données.

Le déroulement de l'article est le suivant : après avoir introduit quelques notations et fixé les hypothèses, le problème de la classification est présenté dans l'approche variationnelle. Deux

fonctionnelles se dégagent pour le problème de la classification. Ces fonctionnelles ne peuvent être minimisées directement. Pour chacune d'entre elle, nous rappelons d'abord les méthodes développées pour calculer un minimum dans le cas monospectral, puis l'extension au cas de données multispectrales est détaillée. La dernière partie est consacrée aux résultats et nous ferons une comparaison avec une méthode relevant de la modélisation stochastique effectuée dans le projet Vista de l'Irisa à Rennes.

1.2. notations et hypothèses

Définitions

- $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ est le domaine de l'image, $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ représente l'image source, $\nabla f = (\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y})$ est le vecteur gradient, $I : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ sont les données observées dans le cas monospectral et on suppose $I \in L^2(\Omega)$.
- $W^{1,k}(\Omega)$ est l'espace de Sobolev des fonctions dont la dérivée (au sens des distributions) est dans $L^k(\Omega)$. On note $W^{1,2}(\Omega) = H^1(\Omega)$.
- La Variation Totale (TV) de f est définie par :

$$TV(f) = \int_{\Omega} |Df|$$

$$= \sup \left\{ \int_{\Omega} f \cdot \text{div}(g); g \in C_0^1(\Omega, \mathbb{R}^2) \text{ et } |g(x)| \leq 1 \right\}$$

si $f \in C^1(\Omega)$ alors $TV(f) = \int_{\Omega} |\nabla f|$, voir [10] par exemple.

- $BV(\Omega)$ est l'espace des fonctions de Variation Totale Bornée (BV) [10] :

$$BV(\Omega) = \{f \text{ telles que } TV(f) < +\infty\}.$$

- Le périmètre de l'ensemble $\Omega_i \subset \Omega$ est défini par $Per_{\Omega}(\Omega_i) = TV(\chi_{\Omega_i})$ où χ_{Ω_i} est la fonction caractéristique de Ω_i . On note $\Gamma_i = \partial\Omega_i \cap \Omega$. $\mathcal{H}^1(\Gamma_i)$ noté aussi $|\Gamma_i|$ est la mesure mono-dimensionnelle de Hausdorff de l'ensemble Γ_i , et si la frontière Γ_i de Ω_i est lisse, nous avons [10] :

$$|\Gamma_i| = \mathcal{H}^1(\partial\Omega_i \cap \Omega) = Per_{\Omega}(\Omega_i) = TV(\chi_{\Omega_i}).$$

- Γ -convergence [12, 20].

Définition : Soit X un espace métrique, $Y \subset X$.

Soit $g_{\varepsilon} : Y \rightarrow [0; +\infty]$ une famille de fonctions dépendant de $\varepsilon, \varepsilon > 0$,

alors :

g_{ε} Γ -converge vers g quand $\varepsilon \rightarrow 0$ si :

$$\forall x \in X \begin{cases} \forall x_{\varepsilon} \rightarrow x, \liminf_{\varepsilon \rightarrow 0} g_{\varepsilon}(x_{\varepsilon}) \geq g(x) \\ \exists x_{\varepsilon} \rightarrow x, \limsup_{\varepsilon \rightarrow 0} g_{\varepsilon}(x_{\varepsilon}) \leq g(x). \end{cases}$$

Hypothèses et notations spécifiques à la classification

- Chaque pixel est caractérisé par son niveau d'intensité observé I_s ($I(x)$ en variable continue). La distribution est gaussienne à l'intérieur de chaque classe $i = 1..K$, de moyenne μ_i et d'écart type σ_i . Lorsque cela n'est pas précisé, les indices i et j relatifs à la classification appartiennent à l'ensemble $[1, \dots, K]$. On note $\Omega_i = \{x/x \text{ est dans la classe } i\}$.
- Le nombre K et les vecteurs de paramètres des classes sont connus ou estimés au préalable (*i.e.* classification *supervisée*). Nous utilisons pour cela l'algorithme de *Fuzzy Cmeans* [17] dans lequel un terme d'entropie a été introduit pour estimer le nombre de classes (voir les travaux de A. Lorette [19] pour plus de détails)

- **Cas de données multispectrales :** Les P signaux renvoyés par les différents capteurs des satellites forment des observations qui sont représentées par la fonction $\vec{I} : \Omega \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^P$, soit $\vec{I} = [I^1, \dots, I^P]^T$. Nous supposons que $\vec{I} \in L^2(\Omega, \mathbb{R}^P)$.

Nous supposons que le nombre de classes K est le même dans chaque bande, chaque bande représentant la même scène dans différents domaines spectraux. Les K classes sont caractérisées par les paramètres de moyenne $\vec{\mu}_i = \{\mu_i^p\}_{p=1..P}$ et les matrices de variance-covariance Σ_i définie sur $\mathbb{R}^P \times \mathbb{R}^P$ par :

$$\Sigma_i = \begin{bmatrix} \sigma_i^{11} & \sigma_i^{12} & \dots & \sigma_i^{1P} \\ \sigma_i^{21} & \sigma_i^{22} & \dots & \sigma_i^{2P} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_i^{P1} & \sigma_i^{P2} & \dots & \sigma_i^{PP} \end{bmatrix}.$$

où $\sigma_i^{mn} = cov(I^m(x), I^n(x))$. σ_i^{pp} est la variance associée à la classe i pour la bande p .

Acronymes et abréviations

- EDP est l'acronyme d'« Équation aux Dérivées Partielles ».
- ENZ est l'acronyme de « Ensembles de Niveaux Zéro », désignant l'ensemble :

$$\bigcup_{i=1}^K \{x \in \Omega / \Phi_i(x) = 0\},$$

pour Φ_i la fonction associée à la $i^{\text{ème}}$ classe.

1.3. classification par approche variationnelle

Nous avons supposé que l'attribut discriminant des classes est le niveau d'intensité et que la répartition de cette intensité est gaussienne à l'intérieur de chaque classe. Ainsi, notre objectif est de trouver une image constituée des moyennes des classes, qui soit

une approximation de l'image observée I et dont les contours sont réguliers. Cette image représente la classification de l'image observée, chaque classe ayant pour étiquette la moyenne de l'intensité des échantillons dans la classe. Ainsi, l'image que nous cherchons peut s'écrire $\bar{f}(x) = \sum_{i=1}^K \chi_{\Omega_i}(x)\mu_i$ où Ω_i est l'ensemble des pixels de la classe i et où la famille $(\Omega_i)_{i=1..K}$ forme une partition de Ω . Dans cette approche, on suppose que les moyennes des classes sont suffisamment différentes pour être utilisées comme attribut discriminant. La condition de régularité consiste à chercher une solution \bar{f} dont les courbes de discontinuité sont de longueur minimale, ou de manière équivalente telles que la partition $(\Omega_i)_{i=1..K}$ ait des interfaces de longueur minimale. Ainsi, si l'on considère comme variable inconnue la fonction f , on peut écrire le problème sous forme de minimisation d'un critère :

$$\min_{\{f \in BV(\Omega)\}} J(f) = \underbrace{\int_{\Omega} |f(x) - I(x)|^2 dx}_{\text{attache aux données}} + \underbrace{\mathcal{H}^1(S_f)}_{\text{régularisation}} \quad (1)$$

sous la contrainte $f(x) \in \{\mu_1, \dots, \mu_K\}, \forall x \in \Omega$

$BV(\Omega)$ est l'ensemble des fonctions à Variations Bornées, \mathcal{H}^1 est la mesure 1D de Hausdorff et S_f est l'ensemble des sauts de f (égal, à un ensemble \mathcal{H}^1 -négligeable près, à l'ensemble des discontinuités de f), voir [10].

Une autre possibilité est de considérer comme variable inconnue la famille des ensembles $(\Omega_i)_{i=1..K}$ et de résoudre le problème de minimisation suivant :

$$\min_{\{\Omega_i\}_{i=1..K}} J(\Omega_1, \dots, \Omega_K) = \underbrace{\sum_{i=1}^K \int_{\Omega_i} \left(\frac{I(x) - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2 dx}_{\text{attache aux données}} + \underbrace{\sum_{i=1}^K \mathcal{H}^1(\Gamma_i)}_{\text{régularisation}}$$

sous la contrainte $\{\Omega_i\}_{i=1..K}$ est une partition de Ω (2)

où $\Gamma_i = \partial\Omega_i \cap \Omega$.

Mis à part le fait que le problème (1) ne prend pas en compte les variances σ_i^2 (elles sont introduites plus loin dans la méthode), les problèmes (1) et (2) définissent les mêmes contraintes sur les solutions. Ces fonctionnelles sont difficiles à minimiser directement du fait de la présence simultanée d'un terme de surface et d'un terme de longueur. De plus, la seconde fonctionnelle est exprimée en fonction d'ensembles et non de fonctions. Pour chacun des deux problèmes, nous avons développé une méthode pour calculer une solution minimale [26, 27]. Nous rappelons brièvement le principe de ces méthodes pour des données monospectrales et proposons une extension pour les données multispectrales, d'abord pour le problème (1), puis pour le problème (2).

2. modèle 1 : classification avec restauration

2.1. cas des données monospectrales

Pour approcher un minimiseur du problème (1), nous avons proposé dans [27], de minimiser la suite des fonctionnelles suivantes :

$$J_{\varepsilon}(f) = \underbrace{\int_{\Omega} (f(x) - I(x))^2 dx}_{\text{attache aux données}} + \varepsilon \lambda^2 \underbrace{\int_{\Omega} \varphi(|\nabla f(x)|) dx}_{\text{terme de restauration}} + \frac{\eta^2}{\varepsilon} \underbrace{\int_{\Omega} W(f(x)) dx}_{\text{contrainte de niveaux}} \quad (3)$$

et le problème associé consiste à trouver \tilde{f} vérifiant :

$$\tilde{f} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \left[\arg \min_f J_{\varepsilon}(f) \right]. \quad (4)$$

Les réels λ et η sont fixés. La fonction φ est une fonction régularisante parmi celles présentées dans le tableau 1. Lorsque le réel ε est fixé, les deux premiers termes de J_{ε} dans (3) induisent une restauration de l'image permettant de préserver les contours si la fonction régularisante φ est sous-quadratique en l'infini. Ce type de fonctionnelle a donné lieu à de nombreux travaux, sa minimisation est reliée au problème de la segmentation par approche variationnelle [21].

Tableau 1. – Quelques fonctions φ proposées dans la littérature [7].

	$\phi(t)$	$\frac{\phi'(t)}{2t}$	convexité
Tikhonov	t^2	1	oui
Total Variation	$ t $	$\frac{1}{2 t }$ (si $t \neq 0$)	oui
Geman & McClure	$\frac{t^2}{1+t^2}$	$\frac{1}{(1+t^2)^2}$	non
Hebert & Leahy	$\log(1+t^2)$	$\frac{t^2}{1+t^2}$	non
Green	$\log(\cosh(t))$	$\frac{\tanh(t)}{2t}$ (si $t \neq 0$)	oui
Hyper Surfaces	$2\sqrt{1+t^2} - 2$	$\frac{1}{\sqrt{1+t^2}}$	oui

La fonction W ($W \in C^1(\mathbb{R})$) est un potentiel parabolique par morceaux défini par :

$$W(y) = \begin{cases} \frac{w_1}{\sigma_1^2} (y - \mu_1)^2 & \text{si } y \leq \alpha_1 \\ \frac{w_K}{\sigma_K^2} (y - \mu_K)^2 & \text{si } y \geq \beta_{K-1} \\ P_i(y) = \frac{w_i}{\sigma_i^2} (y - \mu_i)^2 & \text{si } \beta_{i-1} \leq y \leq \alpha_i \quad i = 1, \dots, (K-1) \\ Q_i(y) = k_i - c_i (y - p_i)^2 & \text{si } \alpha_i \leq y \leq \beta_i \quad i = 1, \dots, (K-1) \end{cases} \quad (5)$$

On rappelle que les paramètres des classes μ_i et σ_i et le nombre K de classes sont précalculés par l'algorithme de Fuzzy-Cmeans avec un terme d'entropie [19]. On a $W(\mu_i) = 0 \forall i = 1, \dots, K$ et $W(\mu_i) > 0$ ailleurs (voir la figure 1 pour deux classes). Cette contrainte de niveaux sur les valeurs $f(x)$ est inspirée des travaux menés dans le cadre de la théorie de Van der Waals-Cahn-Hilliard sur les transitions de phases [1, 29]. Les paramètres $\alpha_i, \beta_i, k_i, c_i$ ($c_i > 0$) sont calculés de manière à ce que W soit C^1 et tels que l'intervalle $[\alpha_i, \beta_i]$ soit le plus petit possible. Les paramètres w_i sont fixés manuellement et égaux à 1 sauf dans le cas de deux classes de moyennes proches. Il est possible d'ajuster manuellement la valeur du paramètre w_i afin d'obtenir des puits bien marqués. Plus la valeur de w_i est importante, plus le puits est marqué.

Le potentiel W restreint l'espace des valeurs prises par $f_\varepsilon(x)$, minimum de $J_\varepsilon(f)$, à celui des K étiquettes des classes en tenant compte du caractère gaussien de la distribution d'intensité sur chaque classe. D'après les conventions choisies, W attire les valeurs de $f_\varepsilon(x)$ vers celles des étiquettes $\{\mu_1, \dots, \mu_K\}$.

À partir des travaux menés dans le cadre de la théorie de Van der Waals-Cahn-Hilliard pour des problèmes de mécanique des fluides, il est possible de montrer que la suite de fonctionnelles J_ε , avec $\varphi(t) = t^2$, Γ -converge vers la fonctionnelle limite

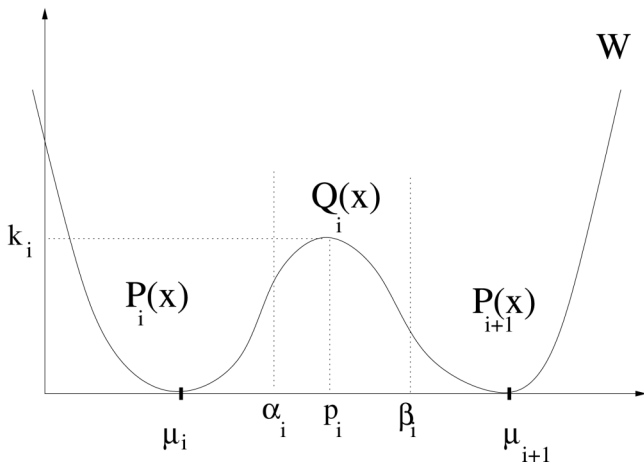


Figure 1. – Construction de la fonction W , parabolique par morceaux.

$$\begin{cases} J_0(f) = \sum_{i=1}^K \int_{\Omega_i} |\mu_i - I|^2 dx + \lambda \eta \sum_{i,j=1}^K d(\mu_i, \mu_j) \mathcal{H}^1(\Gamma_{ij}) \\ \quad \text{si } f \in BV(\Omega), \text{ et } W(f(x)) = 0 \\ \quad \text{presque partout (p.p.)} \\ J_0(f) = +\infty, \quad \text{sinon} \end{cases} \quad (6)$$

où Γ_{ij} est l'interface entre les régions Ω_i et Ω_j :

$\Gamma_{ij} = \Gamma_{ji} = \Gamma_i \cap \Gamma_j, \forall i \neq j$. Nous avons :

$$\Gamma_i = \bigcup_{j \neq i} \Gamma_{ij} \quad \text{et} \quad |\Gamma_i| = \sum_{j \neq i} |\Gamma_{ij}| \quad \text{avec} \quad |\emptyset| = 0$$

La distance d est définie par :

$$d(\mu_i, \mu_j) = \int_{\mu_i}^{\mu_j} \sqrt{W(t)} dt \quad (7)$$

Grâce à la théorie de la Γ -convergence, nous savons que la suite des minimiseurs $f_\varepsilon(x)$ de $J_\varepsilon(f)$ converge, à une sous-suite près, vers un minimiseur de J_0 , c'est-à-dire \tilde{f} dans (4) est un minimiseur de la fonctionnelle limite J_0 définie dans (6). De plus, il est de la forme

$$\tilde{f}(x) = \sum_{i=1}^K \mu_i \chi_{\Omega_i}(x). \quad (8)$$

À la pondération $d(\mu_i, \mu_j)$ de la longueur près, la solution trouvée est solution du problème (1).

Du point de vue numérique, les résultats obtenus avec la fonction $\varphi(t) = \frac{t^2}{1+t^2}$ sont bien supérieurs à ceux obtenus avec $\varphi(t) = t^2$. Avec la fonction φ non quadratique, les résultats théoriques de Γ -convergence existants dans la littérature ne sont pas valides, la démonstration est en cours de rédaction.

Du point de vue algorithmique, la convergence sur ε induit une évolution du poids relatif des termes de restauration et classification. L'influence de la contrainte de niveaux évolue inversement à celle du terme de régularisation. La valeur initiale de ε est suffisamment importante² pour rendre le terme de contrainte de niveaux négligeable par rapport à celui de régularisation. Au cours de la décroissance de ε , l'influence du potentiel W augmente progressivement en même temps que diminue celle de la régularisation. On peut dire grossièrement que l'on assiste à un changement progressif du comportement du modèle au cours de la convergence sur ε . Initialement, le modèle est de type restau-

1. f_ε existent si $\varphi(t) = t^2$.

2. « importante » dans le sens « non négligeable ».

ration plutôt que de type classification, et lors de la décroissance de ε , la tendance s'inverse progressivement. Schématiquement, l'étiquetage des pixels de l'image n'a lieu qu'une fois l'image suffisamment restaurée. Les paramètres λ et η sont fixés empiriquement selon le niveau de bruit de l'image. λ est un paramètre classique de régularisation ou de lissage, et η permet d'ajuster le poids de la classification ce qui permet de laisser plus ou moins de temps à la phase de restauration lorsque ε varie.

2.2. extension aux données multispectrales

Le problème de classification (1) s'écrit dans le cas multispectral :

$$\min_{\{\vec{f} \in BV(\Omega)\}} J(\vec{f}) = \underbrace{\int_{\Omega} |\vec{f}(x) - \vec{I}(x)|_{\mathbb{R}^P}^2 dx}_{\text{attache aux données}} + \underbrace{\mathcal{H}^1(S_{\vec{f}})}_{\text{régularisation}} \quad (9)$$

sous la contrainte $\vec{f}(x) \in \{\vec{\mu}_1, \dots, \vec{\mu}_K\}, \forall x \in \Omega$

$|\cdot|_{\mathbb{R}^P}$ est une norme dans \mathbb{R}^P .

Les fonctionnelles proposées pour l'extension de (3) au traitement des données multispectrales combinent l'information des différentes bandes au niveau du terme régularisant (pondéré par ε) ainsi qu'à travers la construction du potentiel W sur \mathbb{R}^P . La famille de fonctionnelles à minimiser par rapport à $\vec{f} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^P$ s'écrit :

$$J_{\varepsilon}(\vec{f}) = \underbrace{\int_{\Omega} |\vec{f}(x) - \vec{I}(x)|_{\mathbb{R}^P}^2 dx}_{\text{attache aux données}} + \varepsilon \lambda^2 \underbrace{\int_{\Omega} \varphi(|\nabla \vec{f}(x)|_{\mathbb{R}^P}) dx}_{\text{terme de restauration}} \quad (10)$$

$$+ \frac{\eta^2}{\varepsilon} \underbrace{\int_{\Omega} W(\vec{f}(x)) dx}_{\text{contrainte de niveaux}}$$

et le problème associé consiste à trouver \vec{f} vérifiant :

$$\vec{f} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \left[\arg \min_{\vec{f}} J_{\varepsilon}(\vec{f}) \right]. \quad (11)$$

avec $|\cdot|_{\mathbb{R}^P}$ désignant une norme dans \mathbb{R}^P . Les normes de \mathbb{R}^P définies dans (10) ne sont pas nécessairement de même nature, qu'il s'agisse du terme d'attache aux données ou de l'argument de la fonction régularisante.

La Γ -convergence, si $\varphi(t) = t^2$, est déduite des travaux de Baldo [1]. Ainsi, lorsque φ est quadratique, la solution \vec{f} calculée en (11) correspond à un minimum du problème de classification (9) mais où la longueur des contours est pondérée. La fonctionnelle limite s'écrit dans le cas multispectral

$$\begin{cases} J_0(\vec{f}) = \sum_{i=1}^K \int_{\Omega_i} |\vec{\mu}_i - \vec{I}|_{\mathbb{R}^P}^2 dx + \lambda \eta \sum_{i,j=1}^K d(\vec{\mu}_i, \vec{\mu}_j) \mathcal{H}^1(\Gamma_{ij}) \\ \text{si } \vec{f} \in BV(\Omega, \mathbb{R}^P), \text{ et } W(\vec{f}(x)) = 0 \\ \text{presque partout (p.p.)} \\ J_0(f) = +\infty, \text{ sinon} \end{cases}$$

La distance d est dans ce cas définie par :

$$d(\vec{\mu}_i, \vec{\mu}_j) = \inf_g \left\{ \int_0^1 \sqrt{W(g(s))} |g'(s)| ds; \right. \\ \left. g \in C^1([0; 1], \mathbb{R}^P) \text{ et } g > 0, g(0) = \vec{\mu}_i, g(1) = \vec{\mu}_j \right\} \quad (12)$$

Extension du potentiel W

Le potentiel W , reliant la solution \vec{f} aux classes et à leurs caractéristiques, doit tenir compte de la multi-dimensionalité des moyennes et variances dans le cas multispectral. W possède une forme gaussienne (dans \mathbb{R}^P) autour de chaque minimum, comme l'illustre la figure 2.

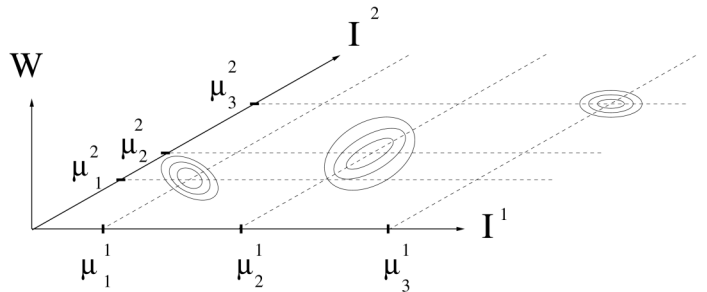


Figure 2. – Projection du potentiel vectoriel W sur le plan (I^1, I^2) dans le cas de 2 bandes et pour 3 classes.

Nous allons prendre en compte les covariances des classes en plus des moyennes et variances caractéristiques, afin de combiner l'information sur les paramètres des classes à travers les différentes bandes. Ainsi, après avoir pré-estimé le nombre de classes K par un algorithme de *fuzzy Cmeans* modifié par exemple, nous calculons leurs moyennes $\vec{\mu}_i \in \mathbb{R}^P$ et les covariances σ_i^{mn} pour m et $n = 1, \dots, P$.

W est localement quadratique autour de chaque minimum $\vec{\mu}_i$, et s'annule en ces points. Nous définissons alors l'expression locale de W par :

$$W_{loc}(\vec{f}) = [\vec{f}(x) - \vec{\mu}_i]^T \Sigma_i^{-1} [\vec{f}(x) - \vec{\mu}_i] \quad (13)$$

avec Σ_i^{-1} désignant l'inverse de la matrice de variance-covariance.

Pour construire le potentiel W en fonction de chaque valeur de $\vec{f}(x)$, il s'agit de déterminer le plus *proche* minimum $\vec{\mu}_i$ de x

afin de trouver l'expression locale (13). Pour cela, à chaque valeur de $\vec{f}(x)$, nous calculons l'indice i tel que :

$$i = \arg \min_{k=1, \dots, K} [\vec{f}(x) - \vec{\mu}_k]^T \Sigma_k^{-1} [\vec{f}(x) - \vec{\mu}_k].$$

La figure 3 illustre graphiquement, dans le cas d'une bande et pour 3 classes, la méthode utilisée d'après (13) permettant de sélectionner le plus *proche* minimum $\vec{\mu}_i$ pour chaque valeur de $\vec{f}(x)$, et d'en déduire l'expression locale de W , cf. (13). Sur cette figure, nous trouvons $i = 1$, par conséquent, en ce point x nous avons :

$$W_{loc}(\vec{f}) = [\vec{f}(x) - \vec{\mu}_1]^T \Sigma_1^{-1} [\vec{f}(x) - \vec{\mu}_1].$$

Nous remarquons que W n'est pas dérivable aux points de jonction des paraboles multidimensionnelles. Il faudrait pour cela effectuer par exemple des jonctions $C^1(\mathbb{R}^P)$, afin d'éviter d'éventuelles instabilités numériques pour des valeurs de $\vec{f}(x)$ se trouvant au niveau des points de jonction, ce que nous n'avons pas rencontré pour le moment au cours des applications traitées.

2.2.1. minimisation et algorithme

Nous utilisons la méthode de *régularisation semi-quadratique* [7, 11] permettant de surmonter la difficulté liée à la non-linéarité des P EDP résultantes des équations d'Euler-Lagrange pour la minimisation de (10). Les conditions que doit respecter la fonction φ pour pouvoir utiliser cette méthode sont les mêmes que celles présentées dans [7, 27].

En introduisant la variable auxiliaire $b : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, nous ramenons la minimisation de (10) à celle de $J_\varepsilon^*(\vec{f}, b)$ par rapport au couple (\vec{f}, b) , avec :

$$\begin{aligned} J_\varepsilon^*(\vec{f}, b) &= \int_{\Omega} |\vec{f}(x) - \vec{I}(x)|_{\mathbb{R}^P}^2 dx \\ &+ \varepsilon \lambda^2 \int_{\Omega} [b(x) |\nabla \vec{f}(x)|_{\mathbb{R}^P}^2 + \psi(b(x))] dx \quad (15) \\ &+ \frac{\eta^2}{\varepsilon} \int_{\Omega} W(\vec{f}(x)) dx, \end{aligned}$$

avec ψ une fonction convexe en b dont l'expression analytique est déduite de celle de φ .

Par le biais des équations d'Euler-Lagrange, nous sommes alors conduits à résoudre alternativement les équations suivantes pour chaque valeur de ε :

$$\begin{cases} b = \frac{\varphi'(|\nabla \vec{f}|_{\mathbb{R}^P})}{2|\nabla \vec{f}|_{\mathbb{R}^P}} \in \mathbb{R} \text{ avec } \vec{f} \text{ fixé,} \\ \text{pour } p=1, \dots, P : f^p - \lambda^2 \varepsilon \operatorname{div}(b \nabla f^p) + \frac{\eta^2}{2\varepsilon} W'_p(\vec{f}) = I^p, \\ \text{avec } b \text{ fixé.} \end{cases} \quad (16)$$

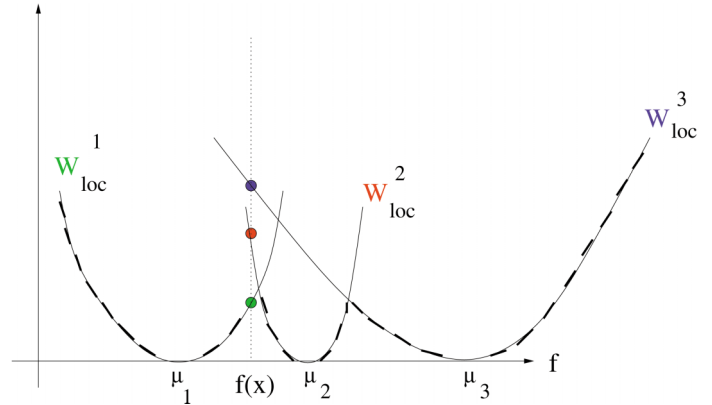


Figure 3. – Sélection de $i = \arg \min_{k, \dots, K} [\vec{f}(x) - \vec{\mu}_k]^T \Sigma_k^{-1} [\vec{f}(x) - \vec{\mu}_k]$ dans le cas où $P = 1$ et $K = 3$. Ici nous en déduisons $i = 1$ d'après (14). Le potentiel W final est la courbe représentée en pointillés.

L'indice $p \in [1; P]$ désigne la $p^{\text{ième}}$ composante des vecteurs concernés dans les P EDP du schéma (16), et nous posons :

$$W'(\vec{f}) = [w'_1, \dots, w'_P]^T \quad \text{et} \quad W'_p(\vec{f}) = w'_p.$$

Pour chaque valeur de ε , nous trouvons une solution $(\vec{f}_\varepsilon, b_\varepsilon)$ qui nous sert d'initialisation pour le système (16) lors de l'étape suivante de résolution pour une valeur plus faible du paramètre ε . En résolvant (16) pour chaque valeur de ε , nous obtenons une solution vectorielle \vec{f}_ε dont chaque composante converge vers une solution de restauration et classification.

L'algorithme qui en découle est présenté dans le tableau 2. Dans ce tableau, les P EDP de l'étape i i) issues de la minimisation de $J_{\varepsilon_i}^*$ par rapport à \vec{f} sont résolues par un algorithme de gradient conjugué. L'indice l est relatif à la boucle sur ε , alors que l'indice q est relatif aux étapes concernant les minimisations alternées (16). En pratique, l'initialisation \vec{f}_{ε_i} de \vec{f}_ε est telle que $\vec{f}_{\varepsilon_i} = \vec{I}$.

Remarque concernant le terme $|\nabla \vec{f}|_{\mathbb{R}^P}$

Le terme de régularisation fait intervenir $\varphi(|\nabla \vec{f}|_{\mathbb{R}^P})$. De manière plus générale, il peut s'écrire $\varphi(\lambda^+, \lambda^-)$ où λ^+ (resp. λ^-) représente la plus grande (resp. petite) valeur propre de la matrice ${}^t \nabla \vec{f} \nabla \vec{f}$. Les valeurs de λ^+ et λ^- sont données explicitement par

$$\lambda^\pm = \frac{g_{11} + g_{22} \pm \sqrt{(g_{11} - g_{22})^2 + 4g_{12}^2}}{2}, \quad (17)$$

où

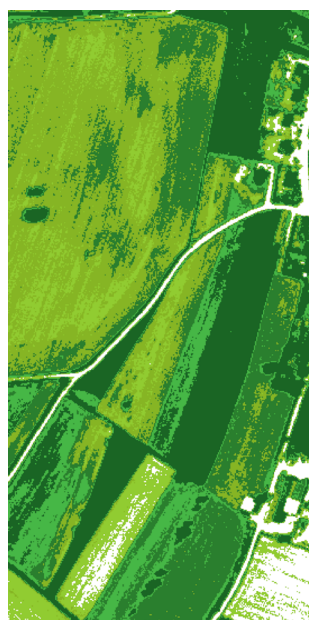
$$g_{ij} = \sum_{p=1}^P \frac{\partial \vec{f}^p}{\partial x_i} \frac{\partial \vec{f}^p}{\partial x_j} \quad (18)$$

Tableau 2. – Algorithme associé à la minimisation de (15) par rapport à (\vec{f}, b) .

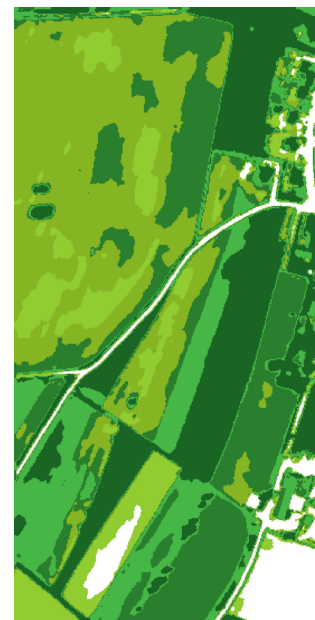
<p>initialiser \vec{f}_0 initialiser ε_0 • répéter :</p> <p>$\varepsilon_{l+1} = \rho \varepsilon_l$ avec $\rho < 1$ $\vec{f}_{\varepsilon_{l+1}}^0 = \vec{f}_{\varepsilon_l}^{min}$ ○ répéter :</p> <p>$f = \vec{f}_{\varepsilon_l}^q$ $b = b_{\varepsilon_l}^q$ incrémenter q i) résoudre $\min_b J_{\varepsilon_l}^*(f, b)$ avec f fixé :</p> $b = \frac{\varphi'(\vec{\nabla} f _{\mathbb{R}^P})}{2 \nabla f _{\mathbb{R}^P}}$ <p>ii) résoudre $\min_f J_{\varepsilon_l}^*(f, b)$ avec b fixé :</p> $\text{pour } p = 1, \dots, P \quad f^p - \lambda^2 \varepsilon_l \operatorname{div}(b \nabla f^p) + \frac{\eta^2}{2\varepsilon} W_p'(f) = I^p$ <p>○ jusqu'à convergence sur $\vec{f}_{\varepsilon_l}^q \rightarrow \vec{f}_{\varepsilon_l}^{min}$ • faire décroître ε_l jusqu'à convergence sur $\vec{f}_{\varepsilon_l}^{min}$</p>



a) données aériennes couleur



b) fuzzy Cmeans modifié



c) classification obtenue

Figure 4. – Résultats de classification sur des données aériennes en couleur (fig. a) obtenus par l'algorithme de *fuzzy Cmeans* modifié (fig. b) et par l'algorithme présenté dans le tableau 2.

Les vecteurs propres associés à λ^+ et λ^- représentent respectivement les directions de plus grande et plus petite variation de \vec{f} . On a $|\nabla \vec{f}|^2 = \lambda^+ + \lambda^-$. Par exemple des termes du type $\varphi(\sqrt{\lambda_+ - \lambda_-})$ ou $\varphi(\sqrt{\lambda_+})$ ont été proposés pour le traitement d'image couleur [31, 18, 28].

Ici, nous utilisons $\sqrt{\lambda_+ - \lambda_-}$ uniquement au niveau des EDP d'Euler-Lagrange pour calculer la norme du gradient multispectral.

2.2.2. exemple : imagerie couleur

À titre indicatif, nous montrons un exemple de résultat obtenu sur une image aérienne couleur, à 0.5 mètre de résolution, fournie par l'Institut Géographique National (IGN). En effet, l'approche que nous avons adoptée permet d'effectuer une classification sur des images couleurs, les trois canaux RVB (rouge, vert et bleu) jouant le rôle de trois bandes spectrales. Nous avons, au préalable, estimé le nombre de classes ainsi que leurs paramètres à l'aide de l'algorithme de *fuzzy Cmeans* avec terme d'entropie [19]. Le nombre initial de classes est de 9 et au bout de 10 itérations de l'algorithme de *fuzzy Cmeans* modifié, nous obtenons un nombre optimal de classes K égal à 6. Nous présentons les données initiales sur la figure 4 (fig. a) et le premier résultat de classification donné par l'algorithme de *fuzzy Cmeans* (fig. b). Le résultat de classification obtenu par le modèle multispectral défini par (15) est présenté sur la figure 4 (fig. c), après 60 itérations sur la décroissance de ε (cf. algorithme dans le tableau 2). La valeur initiale de \vec{f} est celle des données \vec{I} , nous n'utilisons donc pas le résultat préliminaire de classification fourni par l'algorithme du *fuzzy Cmeans* modifié (fig. b). Les paramètres du programme de classification (voir tableau 2) sont : $\rho = 0,99$, $\lambda = 200$, $\eta = 0,1$.

3. modèle 2 : classification par modèle dynamique

3.1. cas des données monospectrales

Dans cette approche, les inconnues du problème de classification sont les ensembles $\Omega_i = \{x/x \text{ est dans la classe } i\}$ et le problème est formulé par (2) pour des données monospectrales. Cette approche est différente de la précédente dans le sens où le problème n'est plus posé sous la forme d'un problème de restauration sous contrainte de classification, mais sous la forme d'un problème de partitionnement des données observées en fonction des classes prédéfinies. L'originalité de cette approche repose sur le fait que la partition optimale cherchée est définie à l'aide d'ensembles de niveaux. Nous renvoyons le lecteur aux

travaux [5, 16, 22] pour de plus amples informations concernant les contours actifs et la formulation par ensemble de niveaux. Un certain nombre de travaux ont été effectués dans le cadre général de la segmentation, mettant en œuvre des modèles actifs fondés sur des approches de type région. Parmi ces travaux, nous trouvons également des modèles actifs combinant l'information au niveau des contours avec les statistiques des régions délimitées par ces contours (voir par exemple [6, 33]). Le modèle que nous avons proposé dans [25, 26] est inspiré des travaux effectués par Zhao *et al.* [32].

Nous cherchons une partition du support de l'image Ω :

$$\Omega = \bigcup_{i=1}^K (\Omega_i \cup \Gamma_i) \quad \text{et} \quad \Omega_i \cap \Omega_j = \emptyset \quad (19)$$

La partition que nous cherchons doit correspondre au problème (2). Le terme d'attache aux données prend en compte les caractéristiques de chaque classe, à savoir la moyenne et la variance des classes compte tenu des hypothèses formulées sur la distribution (gaussienne) de l'intensité pour chaque classe. La régularisation s'effectue par minimisation de la longueur des interfaces entre les régions Ω_i .

Afin de reformuler le problème sous la forme d'une minimisation par rapport à des fonctions, nous utilisons la modélisation par ensemble de niveaux. Soit $\Phi_i : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction lipschitzienne associée à chaque région Ω_i telle que :

$$\begin{cases} \Phi_i(x) > 0 & \text{si } x \in \Omega_i, \\ \Phi_i(x) = 0 & \text{si } x \in \Gamma_i, \\ \Phi_i(x) < 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (20)$$

On choisit généralement pour Φ_i la fonction distance signée à Γ_i pour chaque région Ω_i .

Nous définissons les approximations régulières de la distribution de Dirac δ_ζ et de la fonction de Heaviside H_ζ , avec $\zeta \in \mathbb{R}^+$, par :

$$\delta_\zeta(s) = \begin{cases} \frac{1}{2\zeta} \left(1 + \cos\left(\frac{\pi s}{\zeta}\right)\right) & \text{si } |s| \leq \zeta \\ 0 & \text{si } |s| > \zeta \end{cases} \quad (21)$$

$$H_\zeta(s) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left(1 + \frac{s}{\zeta} + \frac{1}{\pi} \sin\left(\frac{\pi s}{\zeta}\right)\right) & \text{si } |s| \leq \zeta \\ 1 & \text{si } s > \zeta \\ 0 & \text{si } s < -\zeta \end{cases} \quad (22)$$

et nous avons :

$$\begin{cases} \delta_\zeta \xrightarrow{\mathcal{D}'(\Omega)} \delta & \text{lorsque } \zeta \rightarrow 0^+ \\ H_\zeta \xrightarrow{\mathcal{D}'(\Omega)} H & \text{lorsque } \zeta \rightarrow 0^+ \end{cases}$$

où $\mathcal{D}'(\Omega)$ est l'espace des distributions à support dans Ω . D'après (20), (21) et (22), on obtient :

$$\{x \in \Omega / \lim_{\zeta \rightarrow 0^+} H_\zeta[\Phi_i(x)] = 1\} = \Omega_i \quad (23)$$

$$\{x \in \Omega / \lim_{\zeta \rightarrow 0^+} \delta_\zeta[\Phi_i(x)] \neq 0\} = \Gamma_i. \quad (24)$$

Les ensembles $\{x \in \Omega / H_\zeta(\Phi_i) = 1\}$, approximation de Ω_i , et $\{x \in \Omega / \delta_\zeta(\Phi_i) \neq 0\}$, approximation de Γ_i , sont illustrés sur la figure 5. Les K ensembles Ω_i et Γ_i sont ainsi modélisés à l'aide des fonctions d'ensemble de niveaux Φ_i . Nous allons ainsi pouvoir traduire le problème (2) à travers une fonctionnelle définie sur l'ensemble des fonctions Φ_i .

La fonctionnelle que nous proposons de minimiser s'écrit :

$$F_\zeta(\Phi_1, \dots, \Phi_K) = \underbrace{\sum_{i=1}^K e_i \int_{\Omega} H_\zeta(\Phi_i) \frac{(I(x) - \mu_i)^2}{\sigma_i^2} dx}_{\text{attache aux donnees}} + \underbrace{\sum_{i=1}^K \gamma_i \int_{\Omega} g(|\nabla I|) \delta_\zeta(\Phi_i) |\nabla \Phi_i| dx}_{\text{minimisation de la longueur des contours}} + \underbrace{\frac{\lambda}{2} \int_{\Omega} \left(\sum_{i=1}^K H_\zeta(\Phi_i) - 1 \right)^2 dx}_{\text{contrainte de partition}} \quad (25)$$

où $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ est définie par $g(|\nabla I|) = \frac{1}{1 + \left(\frac{|\nabla I(x)|}{d} \right)^2}$.

d est un paramètre fixé à 10 dans nos expérimentations. Les deux premiers termes de la fonctionnelle traduisent les deux termes de la fonctionnelle (2). Pour le terme de régularisation, on peut montrer que

$$\lim_{\zeta \rightarrow 0^+} \int_{\Omega} \delta_\zeta(\Phi_i(x)) |\nabla \Phi_i(x)| dx = \int_{\varphi_i=0} ds = |\Gamma_i|. \quad (26)$$

Nous utilisons une longueur pondérée par une fonction d'arrêt $g(t) = \frac{1}{1+t^2}$, de manière analogue à celle des contours actifs géométriques [5, 16], qui renforce la convergence du contour actif sur les forts gradients de l'image (donc sur les contours de l'image).

Le troisième terme de (25) est le terme de contrainte de partition introduit sous forme de pénalité. Les régions vides et le chevau-

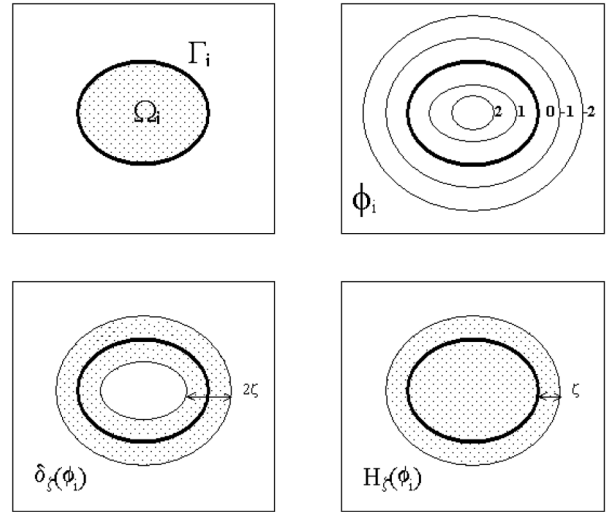


Figure 5. – À chaque ensemble de régions Ω_i est associée une fonction de distance signée Φ_i . Les régions hachurées représentent les zones non nulles lorsque l'on applique une approximation de la distribution de Dirac δ_ζ ou de Heaviside H_ζ sur la fonction Φ_i .

chement de régions sont évités, en pénalisant les configurations différentes de $\exists i_0 \in \{1, \dots, K\}$ tel que $\Phi_{i_0}(x) = 1$ et $\forall i \neq i_0, \Phi_i(x) = 0$.

Les paramètres e_i, γ_i et λ sont des réels fixés manuellement, par essais et erreurs (voir paragraphe 3.2.3). La minimisation de cette fonctionnelle par rapport à chaque fonction Φ_i conduit à une évolution des régions et de leurs contours, guidée par des forces permettant de tenir compte des caractéristiques gaussiennes des classes et de la minimisation de la longueur des interfaces. La contrainte de partition impose une et une seule étiquette par pixel.

3.1.1. initialisation des Φ_i

L'initialisation des fonctions Φ_i est opérée manuellement ou de façon automatique comme l'illustre la figure 6.

De manière générale, nous choisissons des ensembles de niveaux circulaires. À partir du cercle constituant l'ENZ d'une fonction Φ_i , nous propageons les autres niveaux de cette fonction de distance signée. Une initialisation correcte nécessite d'avoir au moins un pixel de la classe i à l'intérieur de la région délimitée par l'ENZ de la fonction Φ_i . Lorsque l'initialisation est manuelle, l'opérateur positionne lui-même les fonctions Φ_i sur l'image. Pour une initialisation automatique, le principe consiste à découper l'image I en N_W fenêtres $W_p, p=1..N_W$ de taille fixée. Dans chaque fenêtre W_p , nous calculons la moyenne m_p et l'écart-type σ_p des données I , puis nous cherchons la classe la « plus proche ». La classe la « plus proche » est déterminée en trouvant l'indice k tel que $k = \arg \min_j d_B(\mathcal{N}_{(m_p, \sigma_p)}, \mathcal{N}_{(\mu_j, \sigma_j)})$, où d_B est la distance de Bhattacharyya [3] mesurant

Initialisation des ENZ

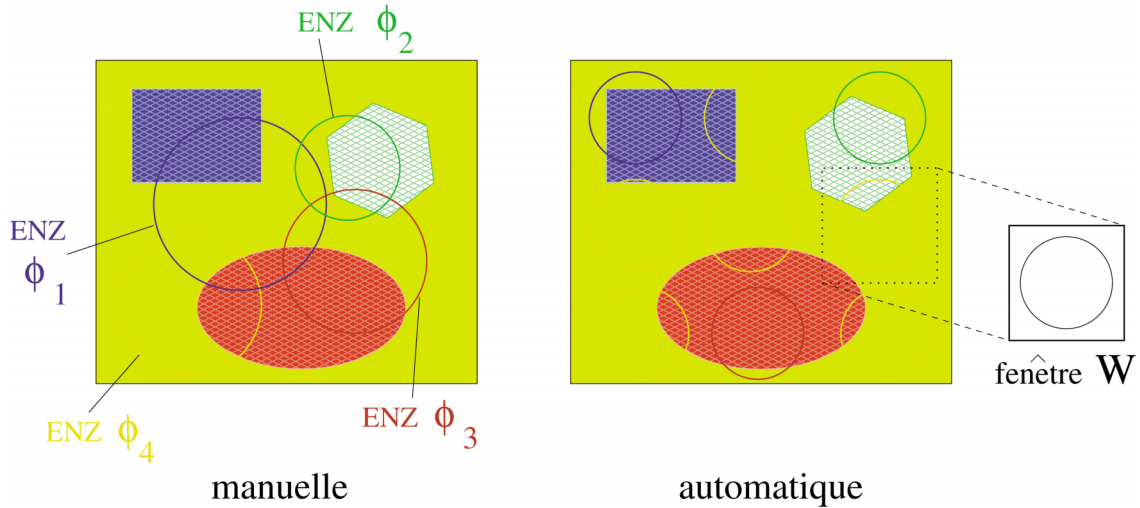


Figure 6. – Les deux types d'initialisation des ENZ : manuelle (à gauche) ou automatique (à droite), qui minimise les régions vides et le chevauchement de régions à l'initialisation.

la distance entre deux distributions gaussiennes $\mathcal{N}_{(\mu_a, \sigma_a)}$ et $\mathcal{N}_{(\mu_b, \sigma_b)}$ par la relation :

$$d_B(\mathcal{N}_{(\mu_a, \sigma_a)}, \mathcal{N}_{(\mu_b, \sigma_b)}) = \frac{(\mu_b - \mu_a)^2}{4(\sigma_a^2 + \sigma_b^2)} + \frac{1}{2} \log \frac{|\sigma_a^2 + \sigma_b^2|}{2\sigma_a\sigma_b}.$$

Ensuite, nous initialisons la fonction de distance signée Φ_k sur chaque fenêtre W_p . Les fenêtres $W_p, p=1..N_W$ ne se chevauchent pas et ne contiennent qu'une et une seule fonction Φ_k , évitant un recouvrement initial des régions Ω_k définies par les fonctions Φ_k . La taille des fenêtres W_p conditionne la résolution des objets que l'on peut détecter. Une fenêtre trop petite ne contient pas suffisamment d'échantillons de données pour pouvoir obtenir une estimation significative des paramètres m_p et σ_p . Les avantages de cette méthode d'initialisation par rapport à l'initialisation manuelle sont les suivantes : elle est automatique (seule la taille des fenêtres W_p doit être fixée), elle accélère la vitesse de convergence car les contours des régions actives sont plus proches des contours des classes à détecter, elle permet d'être moins sensible au bruit à partir du moment où nous calculons des moyennes sur les données pour initialiser les régions actives sans lisser les frontières des objets à détecter.

Remarque : Les contours, montrés sur les différentes figures, visualisent les frontières *internes* des régions actives. Ainsi, à convergence, la position réelle des interfaces entre les régions est située entre ces contours, d'où la présence de pixels sans étiquette au niveau des interfaces. On peut ensuite attribuer une étiquette

à ces pixels de la façon suivante : à la fin de la convergence de l'algorithme, à chaque site s sans étiquette, on assigne l'étiquette $L_s \in \Lambda$ telle que :

$$L_s = \arg \max_{i=1..K} H_{\zeta}(\Phi_i(s)) \quad (27)$$

Lorsque les données synthétiques ne sont pas bruitées, nous prenons $\sigma_i = 1.0, \forall i = 1..K$.

3.2. extension aux données multispectrales

Le modèle de classification par régions et contours actifs présenté au paragraphe 3.1. s'étend au cas de données $\vec{I} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^P$. Les propriétés de régularité de la solution étant les mêmes que dans le cas monospectral, et compte tenu de l'expression du critère monospectral, seul le terme d'attache aux données sera affecté par un passage au multispectral. C'est à travers ce terme que sera combinée l'information des différentes bandes spectrales, les autres termes jouant sur la partition du support Ω qui est unique pour toutes les bandes.

3.2.1. fonctionnelle multispectrale

Lorsque $\vec{I} \in L^2(\Omega, \mathbb{R}^P)$, nous cherchons une partition des données vectorielles composées d'un ensemble de K régions Ω_i séparées par des interfaces de longueurs minimales Γ_i . Seul le terme d'attache aux données doit prendre en compte le caractère

vectorel des données et combiner l'information des P bandes à travers la matrice de variance-covariance Σ_i définie pour chaque classe i . Chaque classe i est caractérisée par une distribution gaussienne multidimensionnelle de l'intensité \vec{I} sur l'ensemble des régions $\Omega_i : \Omega_i = \{x \in \Omega / \vec{I}(x) \sim \mathcal{N}_{\mathbb{R}^P}(\vec{\mu}_i, \Sigma_i)\}$. En approchant l'ensemble Ω_i à l'aide de la fonction d'ensemble de niveaux $\Phi_i : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$, définie comme une fonction de distance signée, à laquelle est appliquée une approximation de Heaviside (22), nous définissons l'attache aux données par :

$$F_{\zeta}^{\text{DONNÉES}}(\Phi_1, \dots, \Phi_K) = \sum_{i=1}^K e_i \int_{\Omega} H_{\zeta}(\Phi_i) [\vec{I} - \vec{\mu}_i]^T \Sigma_i^{-1} [\vec{I} - \vec{\mu}_i] dx. \quad (28)$$

Les contraintes de partition et sur la longueur des interfaces restant inchangées dans le cas multispectral, nous proposons de minimiser par rapport aux fonctions $\{\Phi_i\}_i$ le critère multispectral suivant :

$$F_{\zeta}(\Phi_1, \dots, \Phi_K) = \underbrace{\sum_{i=1}^K e_i \int_{\Omega} H_{\zeta}(\Phi_i) [\vec{I} - \vec{\mu}_i]^T \Sigma_i^{-1} [\vec{I} - \vec{\mu}_i] dx}_{\text{attache aux données multispectrales}} + \underbrace{\sum_{i=1}^K \gamma_i \int_{\Omega} g(|\nabla I|) \delta_{\zeta}(\Phi_i) |\nabla \Phi_i| dx}_{\text{minimisation de la longueur des contours}} + \underbrace{\frac{\lambda}{2} \int_{\Omega} \left(\sum_{i=1}^K H_{\zeta}(\Phi_i) - 1 \right)^2 dx}_{\text{contrainte de partition}}.$$

Les différents termes du critère F_{ζ} doivent permettre, lors de la minimisation par rapport aux fonctions Φ_i , d'obtenir une partition régulière des P bandes tenant compte des caractéristiques gaussiennes des classes.

Tableau 3. – Algorithme associé au schéma (30).

<p>0 - initialiser Φ_i^0 pour $i = 1 \dots K$ 1 - $t \leftarrow t + 1$ 2 - pour $i = 1 \dots K$ résoudre les K EDP couplées de (30) 3 - toutes les n itérations de (30), régulariser les fonctions Φ_i, à l'aide de l'EDP (31). 4 - aller à l'étape 1 pour incrémenter le temps t.</p>
--

3.2.2. schéma algorithmique

La minimisation de la fonctionnelle (29) repose sur l'annulation des K dérivées de F_{ζ} rapport aux fonctions Φ_i . Nous plongeons les EDP d'Euler-Lagrange dans un schéma dynamique où t représente le paramètre de temps, et nous obtenons les K schémas suivants, pour $i = 1, \dots, K$:

$$\Phi_i^{t+1} = \Phi_i^t - dt \left\{ \delta_{\zeta}(\Phi_i^t) \left[e_i [\vec{I} - \vec{\mu}_i]^T \Sigma_i^{-1} [\vec{I} - \vec{\mu}_i] - \gamma_i g(|\nabla I|) \operatorname{div} \left(\frac{\nabla \Phi_i^t}{|\nabla \Phi_i^t|} \right) - \gamma_i \frac{\nabla g \nabla \Phi_i^t}{|\nabla \Phi_i^t|} + \lambda \left(\sum_{j=1}^K H_{\zeta}(\Phi_j^t) - 1 \right) \right] \right\}. \quad (30)$$

Ces K EDP sont couplées au niveau du terme de partition $\left(\sum_{j=1}^K H_{\zeta}(\Phi_j^t) - 1 \right)$. L'évolution de chaque fonction d'ensemble de niveaux Φ_i au cours du temps, et par là même celle des régions Ω_i et des contours associés Γ_i , est guidée par un jeu de forces contraignant la solution de partition finale à respecter les propriétés de régularité souhaitées. L'algorithme qui en découle est présenté dans le tableau 3. Nous souhaitons que les fonctions Φ_i restent des fonctions de distance signée au cours de leur évolution à travers le schéma (30). Comme dans le cas monospectral, afin de préserver la contrainte $|\nabla \Phi_i| = 1$ (cf. [2]), nous devons régulariser fréquemment chaque fonction Φ_i au cours du temps par l'EDP :

$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial t} = \operatorname{signe}(\Phi_i) (1 - |\nabla \Phi_i|), \quad (31)$$

proposée par Sussman *et al.* [30].

3.2.3. choix des paramètres

Les différents paramètres du modèle sont ajustés par l'expérimentateur. Il s'agit de régler le poids accordé aux différents termes de la fonctionnelle que nous proposons. Ces poids sont

choisis en fonction des données, selon la taille et la morphologie des objets de l'image (poids du terme de longueur des contours), selon le bruit dans l'image (poids du terme d'attache aux données). Comme l'algorithme que nous utilisons est plongé dans un schéma dynamique, nous devons choisir un pas de temps dt que nous fixons en général à 0.2. Nous réinitialisons les fonctions Φ_i toutes les 5 itérations par 5 étapes de l'EDP (31). Le paramètre d'approximation des distributions de Dirac et de Heaviside est constant (sa valeur est fixée à 3.0 dans toutes les applications suivantes).

3.2.4. exemple : imagerie couleur

À titre indicatif, nous montrons un exemple de résultat obtenu sur l'image aérienne couleur déjà présentée sur la figure 4. Nous présentons sur la figure 7 les données initiales (fig.a) et le premier résultat de classification donné par l'algorithme de *fuzzy Cmeans* (fig. b), dont les paramètres sont les mêmes que ceux de la figure 4.

Les paramètres du modèle des régions actives (algorithme du tableau 3) sont : $\lambda = 10$, $e_i = 0,05$, $\gamma_i = 0,05$, $\forall i$. Nous utilisons deux types d'initialisation des fonctions Φ_i : une initialisation automatique par des fonctions Φ_i circulaires dans des fenêtres de taille 3×3 (cf. figure 6), donnant le résultat de classification présenté sur la figure 7 (fig. c), et une initialisation des Φ_i par le résultat de classification obtenu à l'aide de l'algorithme de *fuzzy Cmeans* (fig. b), aboutissant au résultat final de classification présenté sur la figure d. Nous constatons sur la figure 7 la régularisation supplémentaire obtenue par le modèle

de régions/contours actifs que nous proposons (fig. c et d) par rapport au résultat de classification du *fuzzy Cmeans* (fig. b), indépendamment du type d'initialisation choisi. Les classes que nous obtenons sont bien plus homogènes et les frontières finales sont relativement lisses. Nous avons délibérément choisi une forte régularisation (poids élevé du terme de contrainte sur la longueur des contours dans (29)) pour bien insister sur le pouvoir régularisant de ce modèle.

Nous constatons une légère différence sur les résultats de classification selon le type d'initialisation (fig.c et fig. d). Il est difficile d'en déduire le meilleur type d'initialisation en visualisant les résultats obtenus. Cependant, une initialisation des Φ_i par une classification erronée de l'algorithme de *fuzzy Cmeans* pourrait conduire à une mauvaise classification par régions et contours actifs. Dans ce cas, il semble préférable d'utiliser uniquement l'algorithme de *fuzzy Cmeans* modifié pour l'estimation du nombre et des paramètres des classes, par précaution. Le problème ne se pose pas pour le paragraphe suivant, car nous n'utilisons pas le modèle de *fuzzy Cmeans* modifié puisque le nombre de classes ainsi que leurs paramètres ont été estimés par un autre algorithme dont les résultats nous ont été fournis par le projet VISTA de l'IRISA.

3.3. conclusion

Nous avons étendu les modèles variationnels de classification au cas des données multispectrales. Cette extension intervient à différents niveaux pour ces deux modèles.

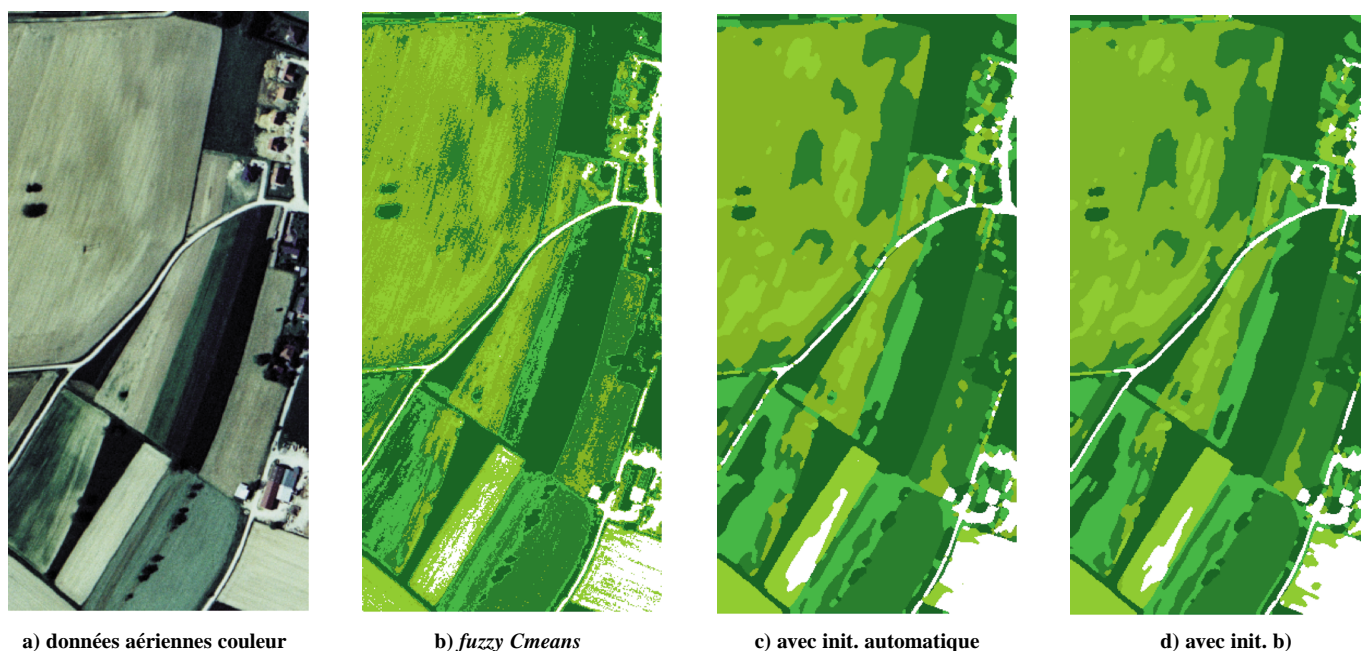


Figure 7. – Résultats de classification sur des données aériennes en couleur.

L'extension du modèle combinant restauration et classification concerne tous les termes de la fonctionnelle définie dans le cas monospectral, dont le terme de contrainte de niveaux (potentiel W) pour lequel l'extension au cas multispectral est assez délicate à effectuer. Les résultats théoriques issus de la théorie de Van de Waals-Cahn-Hilliard restent valables pour le cas multispectral.

L'extension du modèle dynamique est quasi immédiate, puisqu'elle ne concerne qu'un seul terme de la fonctionnelle définie dans le cas monospectral, le terme d'attache aux données, la seule difficulté consistant à calculer une norme dans un espace multi-dimensionnel.

Nous avons testé ces deux modèles sur des images aériennes en couleur, dont les canaux RVB ont été assimilés à différentes bandes spectrales, comme les bandes XS1, XS2 et XS3 des satellites SPOT.

Dans le paragraphe suivant, nous traitons une application à partir d'une scène multispectrale SPOT 2 pour laquelle nous disposons d'une vérité terrain ainsi que de différents résultats de classification fournis par le projet VISTA de l'IRISA.

4. une application sur des données SPOT

4.1. présentation des données

Les données multispectrales SPOT 2 de la baie de Lannion présentées sur la figure 9 ont fait l'objet d'une étude approfondie dans la thèse d'Annabelle Chardin [8, 15] menée à l'IRISA dans le projet VISTA. Cette étude entre dans le cadre d'une collaboration entre plusieurs laboratoires de la région Bretagne impliqués dans la télédétection et regroupés au sein du GSTB (Groupement Scientifique pour la Télédétection en Bretagne). Ces données permettent de mesurer l'impact de la culture intensive sur l'évolution de l'utilisation des sols dans cette baie. Une étude de l'occupation des sols à partir d'images prises à différentes époques (images SPOT 2 en mode XS prises en hiver 1996 et été 1997) a permis d'analyser cette évolution. A. Chardin a développé un algorithme de classification fondé sur des champs de Markov hiérarchiques que nous présentons par la suite. Les résultats qui ont été obtenus dans le cadre de sa thèse ont été comparés à deux autres modèles, le maximum de vraisemblance MV ainsi qu'à l'« ICM niveau 0 » qui correspond au premier niveau du modèle hiérarchique mentionné ci-dessus. De plus, les géographes du COSTEL (Climat, Occupation des Sols par TELédétection) de l'Université de Rennes II ont fourni une vérité terrain permettant de valider ces résultats. Tous ces résultats ont été gracieusement mis à notre disposition par le projet VISTA de l'IRISA Rennes que nous

tenons à remercier, et les données SPOT de la scène d'été 1997 ont été acquises auprès de la société SPOTIMAGE. Notre objectif n'est pas de réaliser une étude approfondie de l'utilisation des sols, comme cela a pu être le cas dans [8, 15], mais de pouvoir comparer nos résultats de classification avec d'autres approches sur des données satellitaires multispectrales pour lesquelles nous disposons d'une vérité terrain établie par des experts géographes. Le modèle markovien hiérarchique sur arbre tronqué (H-MAP), présenté ci-dessous, a été choisi pour la comparaison avec les modèles variationnels présentés dans cet article car il réalise un bon compromis par rapport aux deux critères essentiels que sont la vitesse de convergence de l'algorithme et la qualité obtenue (cf [8] pour plus de détails).

4.2. modèle markovien hiérarchique sur arbre tronqué

L'approche adoptée dans [8] entre dans le cadre des modèles markoviens hiérarchiques. Le lecteur intéressé par ces approches et algorithmes associés pourra trouver de plus amples informations sur le sujet dans la synthèse [13]. L'originalité du modèle hiérarchique proposé dans [8] repose sur l'introduction d'une structure hiérarchique permettant de combiner des *a priori* spatiaux et hiérarchiques : il s'agit d'un quadrarbre tronqué dont les nœuds du niveau le plus grossier supportent un champ de Markov spatial sur une grille.

Dans un cadre stochastique, on cherche à estimer un étiquetage représenté par la variable L , étant données les observations représentées par la variable O . Nous ne détaillerons pas ce modèle, mais nous nous contenterons d'explicitier les points essentiels à sa compréhension générale. Tous les détails relatifs à cette approche sont clairement présentés dans [8].

Considérons une structure pyramidale de $M + 1$ niveaux de résolution. Soit N^m l'ensemble des nœuds du niveau m , avec $m \in [0; M]$, où N^M est le niveau de résolution le plus fin et N^0 le plus grossier. L'arbre tronqué est un quadrarbre dont la racine N^0 n'est pas un pixel, mais une grille spatiale rectangulaire munie d'un système de voisinage du premier ordre et dont chaque nœud est la racine d'un quadrarbre. On note \underline{s} l'ensemble des enfants de s , \bar{r} le parent du site r (voir l'illustration sur la figure 8) et \underline{s} l'ensemble des sites formant l'arbre de racine s , c'est-à-dire la descendance de s (s inclus).

Dans le cadre de l'estimateur du MAP (Maximum A Posteriori), l'estimé \hat{L} de l'étiquetage L est obtenu par :

$\hat{L} = \arg \min_L E(L)$, où E est l'énergie globale définie par :

$$E(L) = \sum_{s \in N^0} g_s(L_s, O_s) + \sum_{\langle r, s \rangle \in N^0} \underbrace{f_{r,s}(L_r, L_s)}_{\text{Potts spatial}} + \sum_{\{s \in N^m / m=1, \dots, M\}} \left[\underbrace{h_s(L_s, L_s)}_{\text{Potts hiérarchique}} + g_s(L_s, O_s) \right] \quad (32)$$

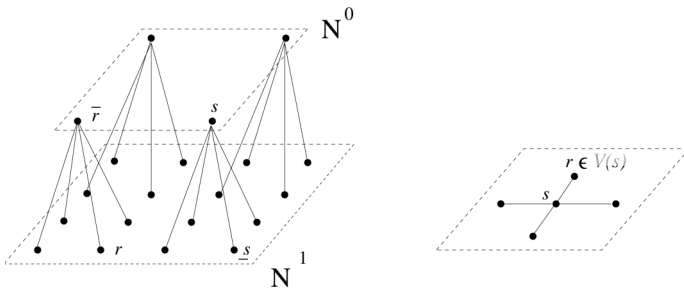


Figure 8. – Structure de l'arbre tronqué.

avec g_s une fonction quadratique prenant en compte la répartition gaussienne de l'intensité lumineuse dans les classes (*i.e.* attache aux données). Les deux termes d'a priori $f_{r,s}$ et h_s sont des modèles de Potts 4-connexes, $f_{r,s}$ étant un a priori de Potts *spatial* (en 4-connexité), alors que h_s est un a priori de Potts *hiérarchique*.

On pose : $V_s(L_{\bar{s}}) = \min_{L_{\bar{s}}} \left[\sum_{r \in \underline{s}} [h_r(L_r, L_{\bar{r}}) + g_r(L_r, O_r)] \right]$.

L'énergie E peut alors s'écrire :

$$E(L) = \sum_{\langle r,s \rangle \in N^0} f_{r,s}(L_r, L_s) + \sum_{s \in N^0} \left[g_s(L_s, O_s) + \sum_{r \in \underline{s}} V_r(L_s) \right], \quad (33)$$

où les V_r , $r \in \underline{s}$ pour tout $s \in N^0$, sont obtenus par une récurrence montante sur les minima associés à des sous-arbres de plus en plus grands, conditionnellement à la valeur prise par le parent de leur racine (*cf* [8] paragraphe 6.1.1. pour plus de détails). L'algorithme hiérarchique d'optimisation de (33) se décompose en trois étapes [8] : une passe montante sur les sous-arbres dont la racine est un site de N^0 , un algorithme ICM sur la grille grossière N^0 et une passe descendante sur les sous-arbres parcourus lors de la passe montante. On peut remarquer que, dans le cas où O est seulement défini sur N^M , on peut établir un parallèle avec la méthode multigrille [14].

4.3. résultats et comparaisons

4.3.1. présentation des résultats

Nous avons conduit des expérimentations sur des images SPOT 2 en mode XS de la baie de Lannion. Ces images datent du 15 Août 1997, et nous avons choisi de les acquérir pour pouvoir comparer nos résultats de classification avec ceux fournis par le projet VISTA.

Les images originales issues des 3 bandes spectrales ont une taille de 1480×1024 pixels, et nous avons mené nos expérimentations sur une portion de la scène de taille 400×400 pixels. Cette zone a été choisie pour la diversité morphologique et thématique des objets qui la composent. L'intérêt de cette zone provient également du fait que la densité d'échantillons de la vérité terrain fournie par le COSTEL est importante, comparée au reste de la scène globale. Nous présentons sur la figure 9 les 3 scènes XS1, XS2 et XS3 considérées.

Par la suite, nous désignerons les différents résultats de classification par :

- **MV**, pour le Maximum de Vraisemblance
- **ICM-N0**, pour le modèle (32) proposé par A. Chardin, mais sans aspect hiérarchique, c'est-à-dire pour $N = 0$
- **H-MAP**, pour le modèle hiérarchique sur arbre tronqué proposé par A. Chardin (32), avec pour niveau de résolution le plus fin $N = 3$ qui semble être le meilleur compromis entre une bonne qualité et un temps de calcul raisonnable (*cf*. [8], chapitre 10)
- **MIX**, pour la version multispectrale du premier modèle que nous avons proposé (*cf.* algorithme dans le tableau 2, avec $\rho = 0,98$, $\lambda = 100$, $\eta = 0,1$)
- **M2X**, pour la version multispectrale du second modèle que nous avons proposé (*cf.* algorithme dans le tableau 3, avec $\lambda = 50$, $e_i = 0,5$, $\gamma_i = 10^{-8}$, $\forall i$).

Les résultats de classification MV, ICM-N0 et H-MAP proviennent des travaux de [8]. Notons que ces trois algorithmes ont été expérimentés sur les scènes complètes de taille 1480×1024 pixels et sur une machine différente de la nôtre, nous ne comparerons donc pas les temps de calcul. Concernant les résultats H-MAP, la taille initiale de la grille de niveau $N = 0$ est de 185×128 pixels.

Le nombre de classes est fixé par les thématiciens et géographes du laboratoire COSTEL, et la légende des thèmes d'occupation des sols est représentée sur la figure 11. Les géographes ont sélectionné des zones différentes de l'image, sous forme de petites parcelles rectangulaires, pour l'estimation des paramètres des 8 classes d'une part (parcelles d'apprentissage), et pour valider les résultats de classification d'autre part (parcelles de vérité terrain). La figure 10 présente ces parcelles sur des images de taille 400×400 pixels extraites des images originales dont la taille est de 1480×1024 pixels. Notons au passage que les parcelles d'apprentissage et de validation ne sont pas les mêmes. Les paramètres des classes que nous avons utilisés ont été estimés sur les parcelles d'apprentissage de l'image complète 1480×1024 et sont présentés dans [8], alors que nous effectuons la validation des résultats obtenus par les différents modèles à partir des extraits 400×400 de la vérité terrain.

Concernant l'estimation des paramètres, le nombre d'échantillons diffère selon les classes. En particulier pour la classe « légume » (classe 7) il n'y a que 38 pixels d'échantillons pour

l'apprentissage : les résultats pour cette classe sont par conséquent peu fiables, voire insignifiants, d'autant que, dans la portion d'image 400×400 que nous avons choisi de traiter, la vérité terrain ne comporte que 5 pixels de validation pour cette classe. Il en est quasiment de même pour la classe 4 (« bois et landes ») puisque la vérité terrain ne comporte que 14 pixels dans la portion 400×400 que nous avons sélectionnée. La vérité terrain contient au total 1466 pixels, permettant de localiser et de compter le nombre de pixels bien/mal classés sur les petites zones rectangulaires représentées sur la figure 10. Le nombre de pixels par classe pour la vérité terrain est comptabilisé sur la dernière ligne du tableau 5.

Nous présentons dans un premier temps le résultat de classification obtenu par MV sur la figure 11, c'est-à-dire sans aucune régularisation sur la solution cherchée. Nous constatons que la classification comporte un grand nombre de petites régions et que les classes sont peu homogènes.

Sur la figure 12, nous présentons les quatre résultats de classification obtenus par les modèles ICM-N0, H-MAP, M1X et M2X. Pour le modèle M1X, nous avons effectué 40 itérations sur la décroissance de ε . Concernant le modèle M2X, nous avons effectué 60 itérations pour ce qui est de l'évolution dynamique des régions et de leurs contours, et nous avons initialisé les régions associées aux fonctions Φ_i ($i = 1 \dots 8$) dans des fenêtres de taille 5×5 .

4.3.2. commentaires

À première vue, nous pouvons constater sur la figure 12 que la régularité de la solution est différente selon les modèles de classification. Le modèle M2X est celui qui fournit le plus de régularisation dans le sens où les régions obtenues sont très homogènes avec des frontières relativement lisses. Cette régularité est le résultat conjoint du terme de contrainte sur la longueur des contours de la fonctionnelle proposée (29) et surtout de la procédure automatique d'initialisation des fonctions Φ_i dans des fenêtres 5×5 , limitant la résolution spatiale du modèle. La procédure automatique semble avoir plus d'impact sur la morphologie des régions que le terme de minimisation de longueur des contours dans le sens où les régions obtenues n'ont pas nécessairement une faible courbure puisque nous trouvons un certain nombre de « coins ».

Nous pouvons constater que les résultats des modèles ICM-N0 et H-MAP conduisent à de nombreuses régions dont les contours sont horizontaux ou verticaux. Ce phénomène a sans doute pour origine la 4-connexité des modèles de Potts utilisés dans ces deux modèles.

Nous remarquons que la classe 7 (« légumes »), dont nous avons mentionné les problèmes en termes de validité, est gérée de façon très similaire par les modèles ICM-N0, H-MAP et M2X, alors que le modèle M1X conduit à des résultats assez différents. Même si cette classe n'est pas significative pour la validation des résultats, il est intéressant de noter le comportement original

du modèle M1X par rapport aux trois autres modèles, dont le terme de classification (contrainte de niveaux W) est très différent des termes d'attache aux données gaussiens des autres modèles.

Le tableau 4 présente les résultats obtenus par les différents modèles en fonction de la vérité terrain. Dans ce tableau, nous donnons le nombre n de pixels mal classés (appelé « erreurs » par la suite) ainsi que le pourcentage p de réussite selon les modèles. Les nombres n et p sont liés par la relation $p = 100.(1 - \frac{n}{N})$. Les modèles MV et ICM-N0 offrent les moins bonnes performances et les trois autres modèles ont des performances du même ordre. Le lecteur intéressé pourra consulter le travail d'A.Chardin [8] pour une étude comparative approfondie des modèles MV, ICM-N0 et H-MAP.

Tableau 4. – Nombre d'erreurs commises et pourcentages de réussite pour les différents modèles de classification.

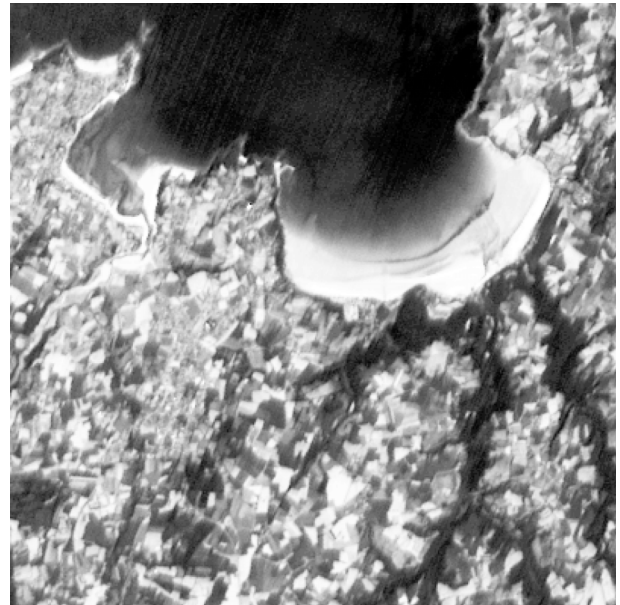
modèle	nombre d'erreurs	pourcentage de réussite
MV	512	65.07 %
ICM-N0	498	68.03 %
H-MAP	433	70.46 %
M1X	421	71.28 %
M2X	440	69.99 %

Nous présentons le détail, classe par classe, des performances des différents modèles dans le tableau 5.

Pour la classe « mer et eau », les performances des différents modèles sont bonnes, et très légèrement meilleures pour ce qui est des modèles variationnels M1X et M2X. Le modèle M2X est moins performant que les autres pour la classe « sable et sols nus ». Une analyse plus fine montre que cet excès d'erreurs, produit par le modèle M2X par rapport aux autres modèles, provient des petites parcelles de la vérité terrain pour la classe « sable et sols nus » (cf. figure 10). Ces parcelles possèdent une taille inférieure à la résolution maximale du modèle M2X, laquelle est de l'ordre de 5×5 pixels. Il en est de même pour la classe « bois et landes » dont la vérité terrain contient (seulement) 14 pixels et est constituée de deux parcelles de tailles respectives 5×1 et 3×3 pixels. Le modèle H-MAP est celui qui offre les meilleures performances en ce qui concerne la classe « zones urbaines ». Les villes sont très texturées, et une extraction performante des zones urbaines nécessite de prendre en compte des paramètres de texture comme cela a été effectué dans [19]. Les différents modèles de classification que nous avons comparés ne prennent pas de tels paramètres de texture en compte, cependant il semble que la structure hiérarchique du modèle H-MAP soit plus robuste que les autres en ce qui concerne la classification des zones urbaines. Les prairies artificielles et naturelles ont un fort chevauchement spectral et sont



canal XS1

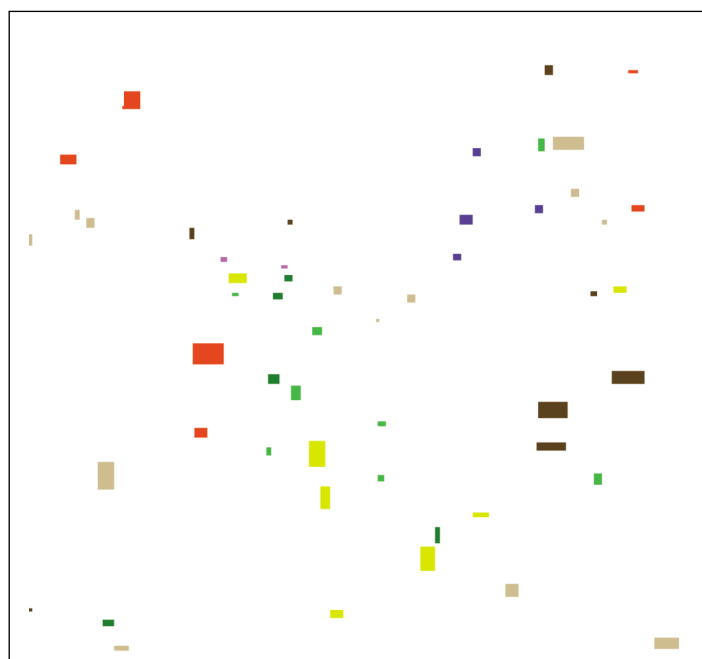


canal XS2

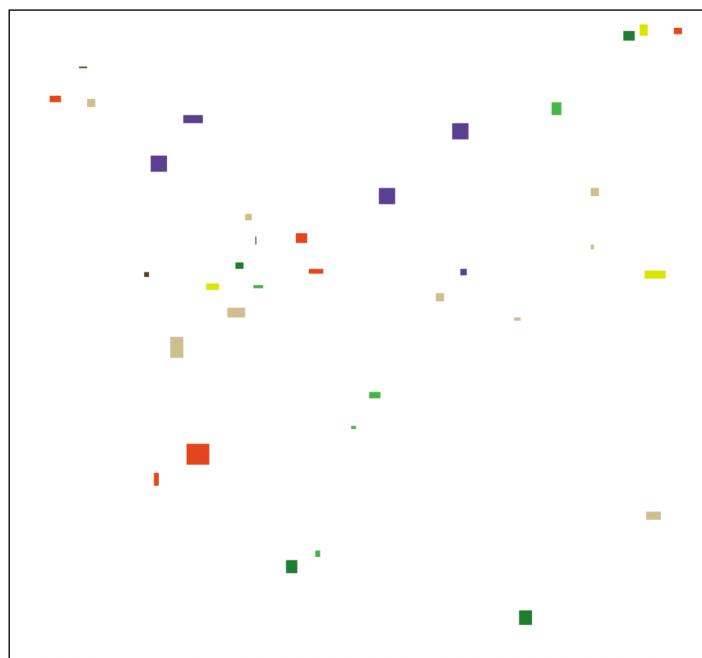


canal XS3

Figure 9. – Données multispectrales SPOT 2 de la baie de Lannion (Août 1997) après égalisation de l'histogramme.



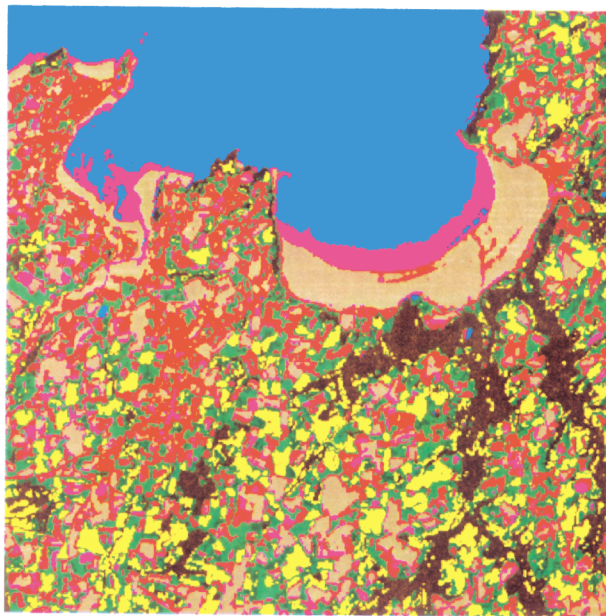
zones d'apprentissage



zones de validation

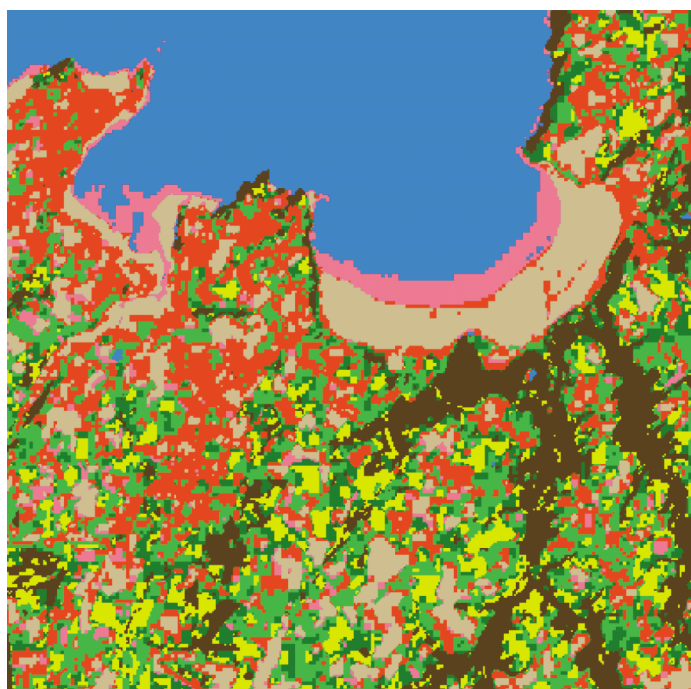
Figure 10. – Zones d'apprentissage (2719 pixels) dans lesquelles les paramètres des 8 classes ont été estimés et zones servant de validation (1466 pixels) pour les résultats de classification obtenus (vérité terrain).

-  1 - mer et eau
-  2 - sable et sols nus ou peu couverts
-  3 - zones urbaines
-  4 - bois et landes
-  5 - prairies naturelles
-  6 - prairies artificielles
-  7 - légumes
-  8 - maïs

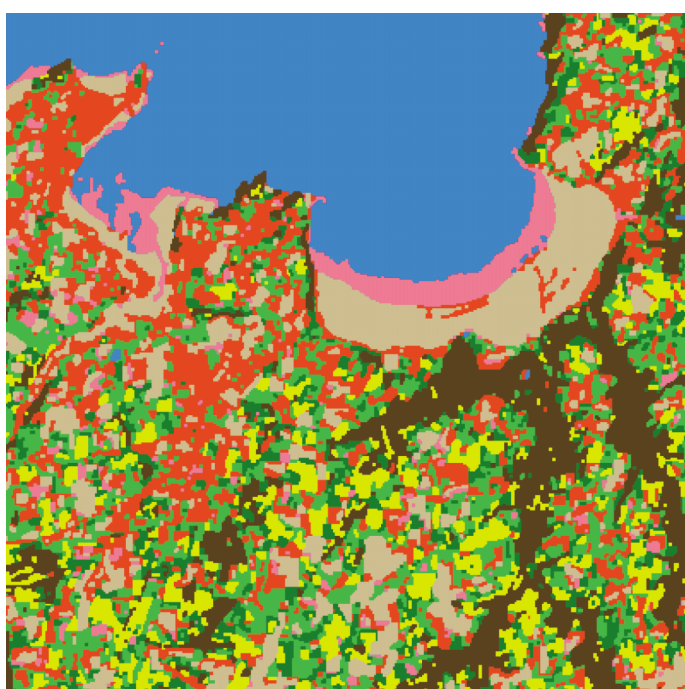


Classification par MV

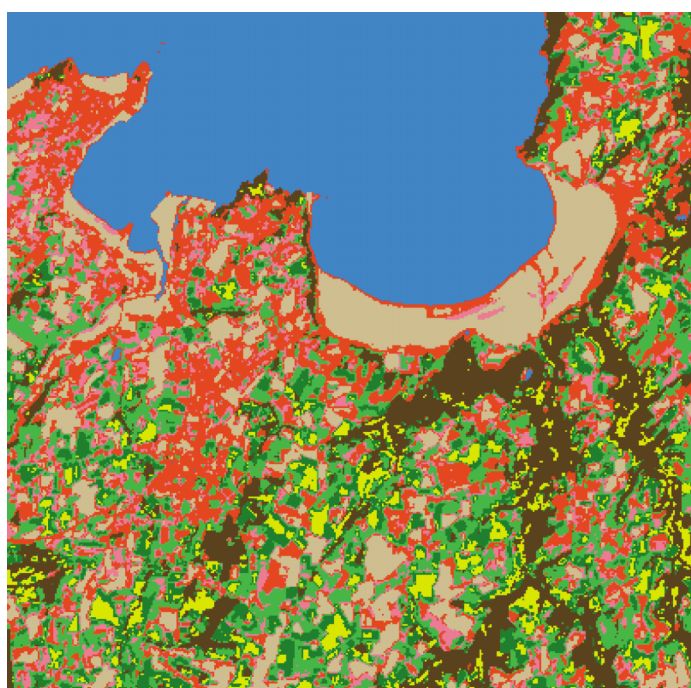
Figure 11. – Légende des thèmes d'occupation des sols et résultat de classification pour le modèle MV.



ICM-N0



H-MAP











M1X



M2X

Figure 12. – Résultats de classification pour les modèles ICM-N0, H-MAP, M1X et M2X.

Tableau 5. – Pour chaque classe : nombre de pixels mal classés et pourcentage de réussite selon les modèles. La dernière ligne comptabilise le nombre de pixels par classe pour la vérité terrain (VT).

1  mer eau	2  sable sols nus	3  zones urbaines	4  bois landes	5  prairies naturelles	6  prairies artificielles	7  légumes	8  maïs
---	--	--	---	---	--	--	---

MV	16 (95.7 %)	77 (75.9 %)	119 (63.2 %)	1 (92.9 %)	54 (49.1 %)	182 (4.2 %)	5 (0 %)	58 (56.1 %)	512 (65.07 %)
ICM-N0	16 (95.7 %)	73 (77.2 %)	103 (68.1 %)	1 (92.9 %)	50 (52.8 %)	189 (0.5 %)	5 (0 %)	61 (53.8 %)	498 (66.03 %)
H-MAP	16 (95.7 %)	76 (77.2 %)	63 (68.1 %)	1 (92.9 %)	41 (52.8 %)	177 (0.5 %)	5 (0 %)	54 (53.8 %)	433 (66.03 %)
M1X	0 (100 %)	79 (75.3 %)	93 (71.2 %)	2 (85.7 %)	52 (50.9 %)	146 (23.2 %)	4 (20 %)	44 (66.7 %)	421 (71.28 %)
M2X	0 (100 %)	105 (67.2 %)	101 (68.8 %)	9 (35.7 %)	41 (61.32 %)	160 (15.8 %)	5 (0 %)	19 (85.6 %)	440 (70.0 %)
nb pix. pour VT	376	320	323	14	106	190	5	132	1466

difficiles à séparer. Il en résulte de mauvaises performances pour ces deux classes, en particulier pour la classe « prairies artificielles » dont les éléments ont tendance à être attribués à la classe « prairie naturelle ». Les performances sur la classe « maïs » sont les meilleures pour le modèle M2X qui dépasse les performances des autres modèles d'environ 20 % ou plus.

4.4. conclusion

Nous avons mené une expérience sur des données multispectrales SPOT pour lesquelles nous disposons d'une série de résultats ainsi que d'une vérité terrain. Nous avons comparé et analysé en détails les résultats obtenus par les différents modèles. Notons que les résultats fournis le projet VISTA ont été obtenus sur des images de taille 1480 × 1024 pixels, alors que nous avons testé nos modèles sur des portions de 400 × 400 pixels afin d'accélérer les calculs.

Nous avons évalué les performances des différents modèles en terme de pixels mal classés, grâce à la vérité terrain fournie par les géographes du laboratoire COSTEL. Il est important de souligner le fait que l'avis d'un expert doit faire partie du processus de validation. En effet, d'une part la vérité terrain ne contient que 1466 pixels sur 160 000, ce qui est relativement peu pour en tirer des conclusions générales, d'autre part nous pouvons constater que les résultats sont visuellement différents au niveau de la régularité morphologique des régions. La connaissance

d'un expert est donc d'une grande importance pour juger de la qualité des résultats et pour déterminer le modèle de classification le mieux adapté pour une application donnée.

remerciements

Nous remercions l'Institut Géographique National (IGN) pour les données aériennes traitées dans ce travail. Nous tenons à remercier sincèrement le projet VISTA (VIsion Spatio-Temporelle et Active) de l'IRISA Rennes, ainsi que le laboratoire COSTEL (Climat, Occupation des Sols par TELédétection) de l'Université de Rennes II pour la vérité de terrain ainsi que les différents résultats fournis sur les données SPOT de la baie de Lannion.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] S. Baldo, Minimal interface criterion for phase transitions in mixtures of Cahn-Hilliard fluids. *Ann. Inst. Henri Poincaré*, 7, 67-90, 1990.
- [2] G. Barles and H. M. Soner and P.E. Souganidis, Front propagation and phase field theory, *SIAM J. Control and Optimization*, 31, 439-479, 1993.
- [3] M. Basseville, Distance measures for signal processing and pattern recognition, *Signal processing*, 18, pp. 349-369, 1985.

- [4] C.A. Bouman and M. Shapiro, A multiscale random field model for Bayesian image segmentation, *IEEE Trans. on Image Processing*, 3, pp. 162-177, Mars, 1994.
- [5] V. Caselles and F. Catte and T. Coll and F. Dibos, A geometric model for active contours, *Numerische Mathematik*, 66, pp.1-31, 1993.
- [6] T. Chan and L. Vese, An active contour model without edges, In *Lecture Notes in Computers Science 1682, Scale-Space Theories in Computer Vision : Second international Conference, Scales-Space'99, Corfu, Grèce*, pp. 141-151, Septembre 1999.
- [7] P. Charbonnier and L. Blanc-Féraud and G. Aubert and M. Barlaud, Deterministic Edge-Preserving Regularization in Computed Imaging, *IEEE Trans. on Image Processing*, 6(2) : pp. 298-311, février 1997.
- [8] A. Chardin, Modèles énergétiques hiérarchiques pour la résolution des problèmes inverses en analyse d'images, *Thèse de doctorat*, Université de Rennes I, France, 2000.
- [9] X. Descombes and R. Morris and J. Zerubia, Quelques améliorations à la segmentation d'images bayésiennes – Deuxième partie : classification. *Traitement du Signal*, 14 (4), pp. 373-382, 1997.
- [10] L. C. Evans and R. F. Gariepy, *Measure theory and fine properties of functions*, CRC Press, 1992.
- [11] D. Geman and G. Reynolds, Constrained restoration and the recovery of discontinuities, *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 14(3) : pp. 367-383, 1992.
- [12] E. De Giorgi, Convergence problems for functionals or operators, *Proc. of the International Meeting on Recent Methods in Nonlinear Analysis, Pitagoria, Ed. Bologna*, 1978.
- [13] C. Graffigne and F. Heitz and P. Pérez and F. Prêteux and M. Sigelle and J. Zerubia, Hierarchical Markov random field models applied to image analysis : a review. In *Proc. SPIE Conf. on neural, morphological, stochastic methods in image and signal, San Diego, États-Unis*, Juillet, 1995.
- [14] F. Heitz and P. Pérez and P. Bouthemy, Multiscale minimization of global energy functions in some visual recovery problems, *CVGIP : Image Understanding*, 59(1) : pp. 125-134, 1994.
- [15] L. Hubert-Moy and A. Cotonnec and L. Le Du and A. Chardin and P. Perez, A comparison of parametric classification procedures of remotely sensed data applied on different landscape units, *Remote Sensing and Environment*, 75 : pp. 174-187, 2001.
- [16] S. Kichenassamy and A. Kumar and P. Olver and A. Tannenbaum and A. Yezzi Jr, Conformal curvature flows : from phase transitions to active vision, *Arch. Rational Mech. Anal.*, 134 : pp. 275--301, 1996.
- [17] R. Krishnapuram and J. M. Keller, Fuzzy and possibilistic clustering methods for computer vision, volume 12, SPIE institute series, in neural and fuzzy systems, 1994.
- [18] H-C. Lee and D.R. Cok, Detection boundaries in a vector field, *IEEE Trans.Signal Processing*, 39(5) : pp. 1181-1194, 1991.
- [19] A. Lorette and X. Descombes and J. Zerubia, Texture analysis through a Markovian modelling and fuzzy classification: application to urban area extraction from satellite images, *International Journal of Computer Vision*, 36(3) pp. 221-236, 2000.
- [20] G. Dal Maso, Introduction to Γ -convergence, Birkhäuser, 1992.
- [21] J.-M. Morel and S. Solimini, *Variational methods in image segmentation*. Birkhäuser, 1995.
- [22] S. Osher and J.A. Sethian, Fronts propagating with curvature dependent speed : algorithms based on the Hamilton-Jacobi formulation, *J. of Computational Physics*, 79 : pp. 12-49, 1988.
- [23] T. Pavlidis and Y.-T. Liow, Integrating region growing and edge detection, In *Proc. of IEEE CVPR*, 1988.
- [24] Bart M. Ter Haar Romeny, *Geometry-driven diffusion in computer vision*, Kluwer academic, 1994.
- [25] C. Samson, Contribution à la classification d'images satellitaires par approche variationnelle et équations aux dérivées partielles, *Thèse de doctorat*, Université de Nice-Sophia Antipolis, France, Septembre 2000.
- [26] C. Samson and L. Blanc-Féraud and G. Aubert and J. Zerubia, A Level Set Model for Image Classification, *International Journal of Computer Vision*, 40(3), Décembre 2000.
- [27] C. Samson and L. Blanc-Féraud and G. Aubert and J. Zerubia, A variational model for image classification and restoration, *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 22(5) : pp. 460-472, Mai 2000.
- [28] G. Sapiro and D.L. Ringach, Anisotropic diffusion of Multivalued Images with Applications to color Filtering. *IEEE Trans. on Image Processing*, 5(11) : pp. 1582-1586, Novembre 1996.
- [29] P. Sternberg and W.P. Ziemer, Local minimisers of a three-phase partition problem with triple junctions, *Proc. of the Royal Society of Edinburgh*, 124(A) : pp. 1059-1073, 1994.
- [30] M. Sussman and P. Smereka and S. Osher, A Level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow, *J. of Computational Physics*, 114 : pp. 146-159, 1994.
- [31] S. Di Zenzo, A note on the gradient of a multi-image, *CVGIP*, 33 : pp. 116-125, 1986.
- [32] H-K. Zhao and T. Chan and B. Merriman and S. Osher, A variational level set approach to multiphase motion, *J. of Computational Physics*, 127 : pp. 179-195, 1996.
- [33] S. C. Zhu and A. Yuille, Region competition: Unifying snakes, region growing, and Bayes/MDL for multiband image segmentation, *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 18(9) : pp. 884-900, 1996.

Manuscrit reçu le 11 octobre 2000

LES AUTEURS

Christophe SAMSON



Christophe SAMSON a obtenu un Doctorat en traitement d'images à l'université de Nice en 2000. Ses travaux de thèse effectués au sein du projet Ariana, projet commun CNRS/INRIA/UNSA, ont porté sur le développement de modèles variationnels pour la classification et la segmentation d'images. Depuis 2001, il travaille au laboratoire de recherche Philips (Philips Recherche France) où il s'intéresse aux problèmes concernant le transport de vidéo sur les réseaux cellulaires de troisième génération.

Gilles AUBERT



Gilles AUBERT a obtenu en 1986 une thèse d'État es-sciences Mathématiques à l'Université Paris 6, France. Il est actuellement professeur à l'Université de Nice-Sophia Antipolis et membre du laboratoire J.A. Dieudonné, Nice. Il s'intéresse au calcul des variations, aux équations aux dérivées partielles non linéaires et à l'analyse numérique ; son principal domaine d'application est le traitement d'images, en particulier la restauration, la segmentation, la classification et le flot optique.

Laure BLANC-FÉRAUD



Laure BLANC-FÉRAUD est chercheur au CNRS depuis 1990, dans le laboratoire Informatique Signaux et Systèmes à Sophia Antipolis (I3S). Elle a soutenu une Habilitation à Diriger des Recherches en 2000 sur les problèmes inverses en traitement d'images, comme la déconvolution en imagerie satellitaire, la segmentation, la diffraction inverse en imagerie microonde et la reconstruction SPECT en imagerie médicale. Elle s'intéresse à la modélisation d'images par approche déterministe (calcul des variations et EDP), ainsi que stochastique pour l'estimation de paramètres.

Josiane ZERUBIA



Josiane ZERUBIA est chercheur permanent à l'INRIA depuis 1989. Elle est directrice de recherche depuis 1995, a été responsable du projet PASTIS (INRIA Sophia Antipolis) de 1995 à 1997 et est responsable du projet ARIANA (projet commun CNRS/INRIA/UNSA) depuis 1998. Elle est également professeur à Sup'Aero depuis 1999. Auparavant, elle était à l'institut de traitement des signaux et des images de l'université de Californie du Sud à Los Angeles en tant que Post doctorante. Elle a également travaillé comme chercheur au Lassy (Université de Nice et CNRS) entre 1984 et 1988, au laboratoire de recherche de HewlettPackard en France et à Palo-Alto entre 1982 et 1984. Elle a obtenu un diplôme d'ingénieur de l'ENSIEG, Grenoble, en 1981, un doctorat d'ingénieur en 1986, un doctorat d'Université en 1988 et une habilitation à diriger des recherches en 1994. Elle est membre senior de l'IEEE, membre du comité technique IEEE IMDSP, membre du « board of governors » de la société IEEE SP, éditrice-associée de IEEE Trans. IP et membre du comité éditorial du bulletin de la SFTP. Son domaine d'intérêt est le traitement des images, en particulier la restauration d'image, la segmentation, la classification, le groupement perceptuel, la super-résolution en utilisant des modèles probabilistes. Elle travaille également sur l'estimation de paramètres et les techniques d'optimisation.