

Seuil de basculement entre les solutions mono-porteuse et multi-porteuses

Selectivity threshold between mono-carrier and multi-carrier solutions

D. Zanatta Filho¹, M. Terré² et L. Féty²

¹ DSPCom, FEEC-UNICAMP, Av. Albert Einstein 400, 13083-852 Campinas-SP, Brésil

² Conservatoire National des Arts et Métiers, 292 rue Saint Martin, 75003 Paris, France
daniloz@decom.fee.unicamp.br, terre@cnam.fr, fety@cnam.fr

Manuscrit reçu le 17 juillet 2007

Résumé et mots clés

Cet article présente une comparaison des capacités obtenues avec une forme d'onde mono-porteuse et une forme d'onde multi-porteuses en fonction de la sélectivité du canal de transmission. L'analyse est menée en considérant avec attention le facteur de crête de la forme d'onde choisie. Une approche mixte avec un seuil de basculement d'une forme d'onde à l'autre est proposée.

OFDM, Mono-porteuse, Capacité, Forçage à zéro, Moindres carrés, Allocation de puissance.

Abstract and key words

This paper compares the capacity obtained either with a mono-carrier waveform or with a multi-carrier waveform with respect to the channel selectivity. Analysis is given considering the Peak- to Average-Power Ratio of the retained solutions. A new mixed approach is proposed. It is based on a selectivity threshold definition showing where we should use a mono-carrier approach and where the multi-carriers approach gives a higher capacity.

OFDM, Mono-Carrier, Capacity, Zero Forcing, MMSE, Power allocation.

Introduction

Au cours des vingt dernières années de nombreuses solutions de communications numériques ont vu le jour. Les traditionnels systèmes de transmissions mono-porteuse, pour lesquels les informations à transmettre sont émises successivement au cours du temps et modulés autour d'une fréquence porteuse, ont été mis en concurrence avec de nouvelles approches dans lesquelles les informations sont transmises simultanément sur plusieurs porteuses. Des nouvelles approches dites multi-porteuses ont ainsi été imaginées et la plus célèbre d'entre elles est l'OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplex) [1][2].

Actuellement, la plupart des systèmes de transmission ont choisi cette solution de transmission. Sans en faire une liste totalement exhaustive, on peut citer par exemple: la radio numérique terrestre (DAB), la télévision numérique terrestre (DVB-T), les réseaux locaux sans fils WiFi (IEEE802.11a/g/n), les futurs réseaux d'accès internet radio WiMAX (IEEE802.16d/e), certaines évolutions des normes de téléphonie de troisième génération (3GPP LTE en voie descendante), l'accès internet filaire (ADSL), Les raisons de cette vague de fond pour l'OFDM sont nombreuses. On peut mentionner trois points importants. Il s'agit, en l'occurrence, de la facilité d'adaptation au canal, de la lutte efficace contre les multitrajets au moyen du préfixe cyclique et enfin de la simplicité matérielle

du modulateur et du démodulateur grâce à la Transformée de Fourier Rapide (TFR).

Cependant, un des inconvénients majeurs de l'OFDM est la forte variation de l'enveloppe du signal émis. On s'intéresse ainsi souvent, pour cette forme d'onde, au rapport entre la puissance moyenne et la puissance crête du signal émis (PAPR: Peak- to Average-Power Ratio).

Ainsi, lors d'une comparaison entre une forme d'onde mono-porteuse et une forme d'onde multi-porteuses, il peut être opportun de ne pas se contenter d'évaluer des performances en fonction des puissances moyennes émises mais de poursuivre l'analyse en fonction des puissances crêtes émises. C'est un des objectifs de cet article.

Enfin, il peut être intéressant de conserver un certain nombre des avantages de l'OFDM, même dans le cas de l'approche mono-porteuse et finalement de « construire », dans le domaine fréquentiel, un signal qui sera de nature impulsionnelle dans le domaine temporel.

1. La forme d'onde OFDM

1.1. L'émetteur



On rappelle ici brièvement le mode de construction d'une forme d'onde OFDM. On considère que l'on dispose d'un ensemble $(s_i)_{i \in [1, N]}$ de symboles de communications que l'on souhaite transmettre. Ces symboles appartiendront souvent à une constellation de type MAQ (modulation d'amplitude en quadrature, QAM en anglais). On introduit le vecteur constitué par cet ensemble de symboles.

$$\mathbf{s} = (s_1, s_2, \dots, s_N)^T \tag{1}$$

L'exposant ^T représente la transposition.

D'un point de vue purement algébrique, l'approche OFDM revient à transmettre, non pas le vecteur d'origine \mathbf{s} , mais un vecteur \mathbf{x} , obtenu à partir de \mathbf{s} au moyen d'une simple multiplication par la transconjugée d'une matrice \mathbf{F} dite de la Transformée de Fourier normalisée.

Cette matrice \mathbf{F} est une matrice de N lignes et N colonnes, numérotées de 0 à $N - 1$. Le terme $f_{n,m}$ situé sur la ligne n et la colonne m est défini par :

$$f_{n,m} = \frac{1}{\sqrt{N}} e^{-j \frac{2\pi nm}{N}}, n = 0, \dots, N - 1 \text{ et } m = 0, \dots, N - 1 \tag{2}$$

Le vecteur \mathbf{x} s'écrit alors simplement :

$$\mathbf{x} = \mathbf{F}^H \mathbf{s} \tag{3}$$

L'exposant ^H représente la transconjugaison.

Le vecteur \mathbf{x} est en fait constitué par les termes de la Transformée de Fourier inverse (TFI) du vecteur \mathbf{s} .

Avant d'être émis on ajoute un préfixe cyclique au vecteur \mathbf{x} . Ce préfixe n'est rien d'autre que la duplication, en tête du vecteur, des dernières composantes de ce dernier. On « passe » ainsi, dans le cas d'un préfixe cyclique de longueur L , d'un vecteur de N échantillons, à un vecteur de $N + L$ échantillons.

Si on note \mathbf{x}_{pc} , le vecteur avec le préfixe cyclique, celui-ci est donc défini de la manière suivante :

$$\mathbf{x}_{pc} = (x_{N-L}, x_{N-L+1}, \dots, x_{N-L}, x_1, x_2, \dots, x_{N-1})^T \tag{4}$$

En réception, une fois la synchronisation effectuée, le préfixe cyclique est supprimé. Sa présence a essentiellement pour but de réduire l'effet du canal de propagation à une convolution cyclique par les termes de la réponse impulsionnelle du canal. Ainsi, on peut simplement formaliser l'effet du canal de propagation sur les symboles de communications, par la multiplication du vecteur \mathbf{x} par une matrice circulante \mathbf{H} . La première colonne de la matrice est constituée par les différents termes de la réponse impulsionnelle du canal, puis la colonne est complétée par des zéros.

En notant $(h_i)_{i \in [0, L-1]}$ les termes de la réponse impulsionnelle du canal, la matrice s'écrit donc de la manière suivante :

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} h_0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & h_0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ h_{L-1} & \vdots & \ddots & & & 0 \\ 0 & h_{L-1} & & & & h_0 \\ 0 & 0 & & & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & & & h_{L-1} \end{pmatrix} \tag{5}$$

Après suppression du préfixe cyclique, le signal reçu se formalise simplement par :

$$\mathbf{r} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n} \tag{6}$$

Le vecteur \mathbf{n} représente un vecteur de N termes de bruits additifs blancs gaussiens.

La description qui vient d'être faite de la génération du signal OFDM est assez algébrique. On peut aussi « voir » le signal OFDM comme l'émission en parallèle de signaux sinusoïdaux complexes sur des fréquences multiples de $\frac{F_e}{N}$. Ainsi sur une durée temporelle égale à NT_e , ces différentes fréquences sont non corrélés. Il s'agit donc bien d'une émission de « fréquences orthogonales » (OFDM).

1.2. Le récepteur

En réception, la première étape consiste alors à effectuer la Transformée de Fourier du signal reçu, ce qui revient donc à multiplier le vecteur \mathbf{r} par la matrice \mathbf{F} . On obtient alors :

$$\mathbf{y} = \mathbf{F}\mathbf{r} \tag{7}$$

En remplaçant \mathbf{r} par son expression issue de l'équation (6), on aboutit à :

$$\mathbf{y} = \mathbf{F}\mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{F}\mathbf{n} \quad (8)$$

Comme la matrice \mathbf{H} est circulante, on sait [3] qu'elle est diagonalisée par la matrice de la Transformée de Fourier, on peut donc écrire :

$$\mathbf{C} = \mathbf{F}\mathbf{H}\mathbf{F}^H \quad (9)$$

Dans cette dernière équation, la matrice \mathbf{C} représente une matrice diagonale, dont les différents termes sont les valeurs de la Transformée de Fourier Discrète sur N valeurs de la réponse impulsionnelle du canal de propagation. En remplaçant l'équation (9) sous la forme $\mathbf{H} = \mathbf{F}^H\mathbf{C}\mathbf{F}$ dans l'équation (8) et en utilisant l'équation (3), on obtient :

$$\mathbf{y} = \mathbf{F}\mathbf{F}^H\mathbf{C}\mathbf{F}\mathbf{F}^H\mathbf{s} + \mathbf{F}\mathbf{n} \quad (10)$$

ou encore, en utilisant la propriété $\mathbf{F}^H\mathbf{F} = \mathbf{F}\mathbf{F}^H = \mathbf{I}$:

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{F}\mathbf{x} + \mathbf{F}\mathbf{n} \quad (11)$$

Dès lors il ne reste plus qu'à diviser chaque composante du vecteur \mathbf{y} par la valeur de la Transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle du canal à cette fréquence. Cette division est appelée égalisation fréquentielle. On obtient ainsi :

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{C}^{-1}\mathbf{y} \quad (12)$$

d'où :

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{s} + \mathbf{C}^{-1}\mathbf{F}\mathbf{n} \quad (13)$$

On reconnaît alors le vecteur émis \mathbf{s} entaché d'un vecteur d'échantillons de bruit $\mathbf{C}^{-1}\mathbf{F}\mathbf{n}$. Il est assez facile de montrer que ces échantillons de bruits sont décorrélés et que la décision optimale, au sens du maximum de vraisemblance, pourra se faire composante par composante.

1.3. La puissance

Lorsque l'émetteur dispose d'une connaissance sur la réponse en fréquence du canal de propagation, il est souhaitable qu'il en tienne compte en réglant de manière optimale les puissances d'émission des différentes composantes du vecteur \mathbf{s} . Ceci revient en définitive, à appliquer une matrice diagonale \mathbf{P} au vecteur \mathbf{s} avant émission (figure 1).

L'opération de réglage optimal des puissances, pour maximiser la capacité de transmission, est appelée Water-filling [4][5].

La matrice \mathbf{P} représente donc les gains sur les amplitudes des symboles. On peut alors introduire les puissances $p_i = |\mathbf{P}(i,i)|^2$ des différents symboles. Si on considère un système de transmission à puissance limitée, alors on peut formaliser cette contrainte par une équation du type :

$$\sum_{i=1}^N p_i = N \quad (14)$$

N représente ici, de manière symbolique, la borne maximale de puissance émise.

Si on cherche à maximiser la capacité de transmission, on démontre alors que les puissances des différentes sous bandes (en supposant toutes sous bandes utilisées) sont données par :

$$p_i^{OFDM} = 1 + \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{\sigma_n^2}{\sigma_s^2 c_k} - \frac{\sigma_n^2}{\sigma_s^2 c_i} \quad (15)$$

$c_i = |\mathbf{C}(i,i)|^2$ est le module carré de la réponse en fréquence du canal pour la sous porteuse i .

Dans cette équation σ_n^2 représente la puissance de bruit dans une sous bande tandis que σ_s^2 représente la puissance d'un symbole s_i . Le produit $\frac{c_k \sigma_s^2}{\sigma_n^2}$ représente donc le rapport signal sur bruit

en réception dans la sous bande numéro k avant application du coefficient de puissance (qui sera déterminé par l'équation (15)). On remarque aussi que, pour un canal dont la réponse en fréquence est constante quelque soit la fréquence, les puissances dans toutes les sous bandes sont égales et, compte tenu de la normalisation choisie ici, égale à 1 :

$$c_i = \text{cste} \forall i \Rightarrow p_i = 1 \forall i.$$

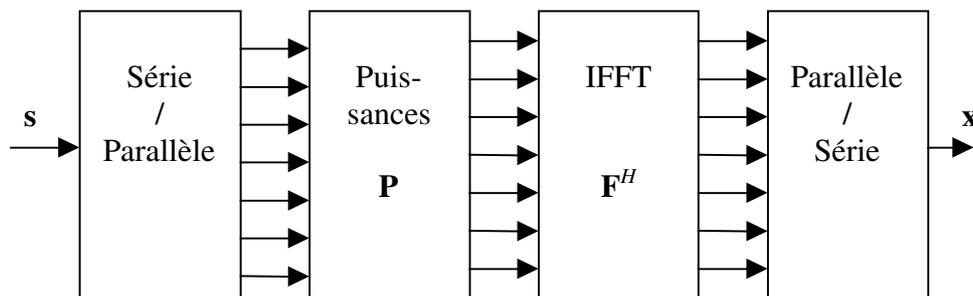


Figure 1. Modulateur OFDM avec ajustement des puissances des différentes porteuses.

En définitive, on obtient le rapport signal sur bruit par sous bande qui est égal à :

$$SNR_i^{OFDM} = \frac{\sigma_s^2 p_i c_i}{\sigma_n^2} \quad (16)$$

1.4. La capacité

Une fois les puissances des différentes sous bandes déterminées, il est possible de calculer la capacité obtenue au moyen de l'OFDM. Celle-ci est tout simplement égale à la somme des capacités des différentes sous bandes. On obtient en définitive le nombre moyen de bits par sous porteuse qui est donné par l'équation suivante :

$$C_{OFDM} = \frac{1}{N} \log_2 \left(\prod_{k=1}^N \frac{\left(1 + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\sigma_n^2}{\sigma_s^2 c_i} \right) \sigma_s^2 c_k}{\sigma_n^2} \right) \quad (17)$$

2. L'approche mono-porteuse

2.1. L'émetteur

On propose ici de conserver un certain nombre des propriétés de l'OFDM, à savoir l'approche par bloc et l'utilisation d'un préfixe cyclique, mais dans le cas d'une transmission mono-porteuse. Pour cela on considère simplement un schéma de transmission du type OFDM mais dans lequel on insère une matrice de précodage \mathbf{Q} à l'émission. Cette matrice est appliquée au vecteur de symbole \mathbf{s} juste avant l'IFFT d'émission.

Le signal émis \mathbf{x} devient donc, avec toujours la matrice diagonale \mathbf{P} qui représente les différentes amplitudes des sous porteuses :

$$\mathbf{x} = \mathbf{F}^H \mathbf{P} \mathbf{Q} \mathbf{s} \quad (18)$$

Pour construire un signal mono-porteuse on choisit alors simplement la matrice de Fourier \mathbf{F} comme matrice de précodage : $\mathbf{Q} = \mathbf{F}$.

Le signal émis (figure 2) devient donc :

$$\mathbf{x} = \mathbf{F}^H \mathbf{P} \mathbf{F} \mathbf{s} \quad (19)$$

À cet instant il est important de noter que, dans le cas d'un canal plat en fréquence, la matrice \mathbf{P} sera la matrice identité et que l'on retrouvera une Transformée de Fourier \mathbf{F} suivie d'une Transformée de Fourier inverse \mathbf{F}^H . On n'aura donc rien fait et l'on aura $\mathbf{x} = \mathbf{s}$. Par contre, si le canal possède une sélectivité en fréquence, alors les termes de la matrice diagonale \mathbf{P} ne seront plus tous égaux. En fait le modulateur proposé revient à émettre chaque symbole au moyen d'une impulsion. Cette impulsion est décalée en temps et sa forme est dépendante de la réponse en fréquence du canal. On peut donc « voir » dans le modulateur la génération d'une impulsion particulière et son émission décalée, grâce au précodage par Transformée de Fourier, à différents instants. Encore une fois, dans le cas d'un canal « plat », l'impulsion est une simple valeur égale à 1 à l'instant d'émission et égale à 0 ailleurs, tandis que dans le cas du canal sélectif, l'impulsion va s'étendre sur plusieurs échantillons et provoquer de l'interférence entre symboles transmis.

2.2. Le récepteur

Après insertion d'un préfixe cyclique, transmission à travers le canal de propagation et suppression du préfixe cyclique, le signal reçu s'écrit :

$$\mathbf{r} = \mathbf{H} \mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (20)$$

Après application de la Transformée de Fourier en réception, on obtient

$$\mathbf{y} = \mathbf{F} \mathbf{H} \mathbf{x} + \mathbf{F} \mathbf{n} \quad (21)$$

soit, en remplaçant le vecteur \mathbf{x} par son expression :

$$\mathbf{y} = \mathbf{F} \mathbf{H} \mathbf{F}^H \mathbf{P} \mathbf{F} \mathbf{s} + \mathbf{F} \mathbf{n} \quad (22)$$

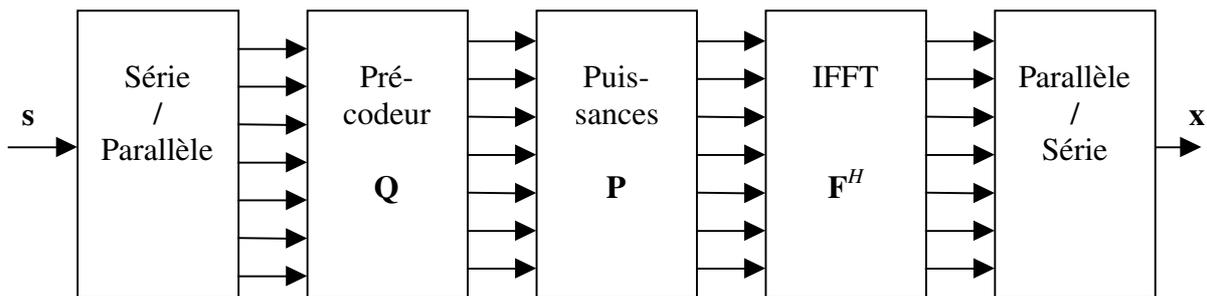


Figure 2. Modulateur mono-porteuse avec un précodeur général et une adaptation des puissances.

En faisant apparaître la matrice \mathbf{C} définie préalablement, on obtient :

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{P}\mathbf{F}\mathbf{s} + \mathbf{F}\mathbf{n} \quad (23)$$

L'étape d'égalisation est malheureusement plus complexe qu'en OFDM et c'est une matrice pleine qu'il faut appliquer au vecteur \mathbf{y} . Cette matrice est composée par une matrice d'égalisation \mathbf{W}^H diagonale et par la matrice de précodage inverse, qui n'est ici, compte tenu du choix fait pour la matrice \mathbf{Q} , rien d'autre que la matrice \mathbf{F}^H . On obtient finalement (figure 3) :

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{F}^H \mathbf{W}^H \mathbf{y} \quad (24)$$

soit, en remplaçant \mathbf{y} par son expression donnée par l'équation (22) :

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{F}^H \mathbf{W}^H \mathbf{C}\mathbf{P}\mathbf{F}\mathbf{s} + \mathbf{F}^H \mathbf{W}^H \mathbf{F}\mathbf{n} \quad (25)$$

2.3. Égaliseur à forçage à zéro

La première solution d'égalisation consiste à choisir, pour la matrice \mathbf{W} , une solution qui supprime toutes les interférences inter symboles. Cette « mise à zéro » des interférences conduit donc à appeler cet égaliseur l'égaliseur à forçage à zéro (zero forcing: ZF, en anglais).

Compte tenu de la forme de l'équation (25), il apparaît donc qu'il faut choisir

$$\mathbf{W}_{ZF}^H = (\mathbf{C}\mathbf{P})^{-1} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{C}^{-1} \quad (26)$$

On obtient alors :

$$\hat{\mathbf{s}}_{ZF} = \mathbf{s} + \mathbf{F}^H \mathbf{W}_{ZF}^H \mathbf{F}\mathbf{n} \quad (27)$$

ou encore :

$$\hat{\mathbf{s}}_{ZF} = \mathbf{s} + \mathbf{F}^H \mathbf{P}^{-1} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{F}\mathbf{n} \quad (28)$$

Comme prévu, on retrouve parfaitement le signal émis \mathbf{s} mais entaché d'un vecteur d'échantillons de bruit: $\mathbf{F}^H \mathbf{P}^{-1} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{F}\mathbf{n}$ qui ne sont, cette fois, plus décorrélés entre eux.

Un calcul un peu long [7] permet alors de déterminer les puissances à appliquer aux différentes sous porteuses afin de maximiser la capacité. On trouve alors :

$$p_i^{ZF} = \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sqrt{c_i}} \right)^{-1} \sqrt{\frac{1}{c_i}} \quad (29)$$

Ceci conduit alors au rapport signal sur bruit suivant :

$$SNR_{ZF} = \frac{N}{\sum_{i=1}^N \frac{\sigma_n^2}{\sigma_s^2 p_i c_i}} = \frac{N}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{(SNR)_i}} \quad (30)$$

On remarque alors que le rapport signal sur bruit, obtenu pour la transmission d'un signal, constitué par une succession d'impulsions modulées par des symboles s_i , est égal à l'inverse de la somme des inverses des rapports signaux à bruit par sous bande. La simplicité de ce résultat est remarquable. Son interprétation est assez aisée dans le cas d'un canal de propagation « plat ». Dans ce cas, tous les rapports signaux à bruit dans les différentes sous bandes sont égaux à une constante, que l'on peut noter SNR sans indice. On a donc : $(SNR)_i = SNR \forall i$. Dès lors l'équation (30) conduit très naturellement à $SNR^{ZF} = SNR$, ce qui est un résultat normal : le SNR global est égal au SNR de chaque sous bande.

Si on considère maintenant un canal sélectif, avec par exemple, une porteuse très dégradée et possédant donc un très faible SNR, alors on s'aperçoit, à travers l'équation (30), que ce « mauvais » SNR_k aura un inverse très fort, qui dominera tous les autres termes de la sommation du dénominateur. Globalement le dénominateur sera donc fort à cause de ce terme et le SNR global sera faible. Ainsi, une porteuse dégradée aura un impact fort sur le SNR global. Ce résultat est naturel et caractéristique d'une transmission mono-porteuses à travers un canal sélectif en fréquence (la sélectivité étant due à la « fameuse » porteuse k dégradée).

On peut alors calculer le nombre moyen de bits transmis par symbole

$$C_{ZF} = \log_2 \left[1 + \frac{\sigma_s^2}{\sigma_n^2} \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sqrt{c_i}} \right)^{-2} \right] \quad (31)$$

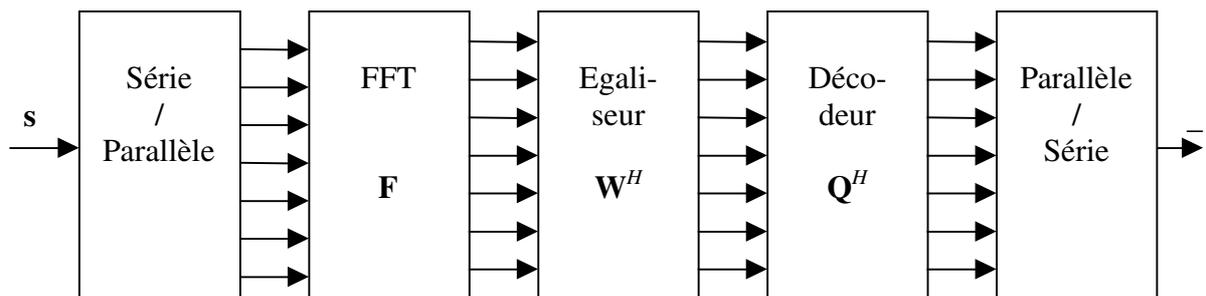


Figure 3. Récepteur mono-porteuse avec une matrice diagonale \mathbf{W} pour l'égalisation.

2.4. Égaliseur des moindres carrés

Le récepteur par forçage à zéro est souvent comparé au récepteurs des moindres carrés de l'erreur (MMSE: Minimum Mean Square Error). Ce récepteur ne cherche pas à annuler totalement l'interférence inter-symboles. Il cherche à identifier la matrice d'égalisation W , qui appliquée au signal reçu, donne le signal le plus proche, au sens des moindres carrés, du signal d'origine. Après des développements directs [8] on montre que la matrice W est donnée par :

$$W_{MMSE} = R_{rr}^{-1} P_{rs} \quad (32)$$

où R_{rr} est la matrice d'autocorrélation du signal r et où P_{rs} est la matrice d'intercorrélacion entre le vecteur des échantillons reçus r et le vecteur des symboles s .

On démontre alors [7] que les puissances qui maximisent la capacité sont données par :

$$p_i^{MMSE} = \left(\frac{N + \sum_{i=1}^N \frac{\sigma_n^2}{\sigma_s^2 c_i}}{\sum_{i=1}^N \sqrt{\frac{\sigma_n^2}{\sigma_s^2 c_i}}} \right) \sqrt{\frac{\sigma_n^2}{\sigma_s^2 c_i}} - \frac{\sigma_n^2}{\sigma_s^2 c_i} \quad (33)$$

On en déduit donc le SNR global

$$SNR_{MMSE} = \left[\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\sigma_s^2 p_i^{MMSE} c_i}{\sigma_s^2 p_i^{MMSE} c_i + \sigma_n^2} \right)^{-1} - 1 \right]^{-1} \quad (34)$$

Son interprétation est malheureusement plus difficile que dans le cas de l'égaliseur par forçage à zéro. On remarque malgré tout que, comme dans le cas de l'égaliseur par forçage à zéro, si une porteuse est fortement dégradée, on aura un des ratio $\frac{\sigma_s^2 p_i^{MMSE} c_i}{\sigma_s^2 p_i^{MMSE} c_i + \sigma_n^2}$ qui sera très faible. Compte tenu des deux inverses présents dans l'équation (34), ceci aura pour effet de dégrader fortement le rapport signal sur bruit global.

Une fois les puissances déterminées, il est possible de calculer le nombre moyen de bits transmis par impulsion. Celui-ci est donné par :

$$C_{MMSE} = \log_2 \left(\frac{N + \sum_{i=1}^N \frac{\sigma_n^2}{\sigma_s^2 c_i}}{\frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N \sqrt{\frac{\sigma_n^2}{\sigma_s^2 c_i}} \right)^2} \right) \quad (35)$$

3. Résultats de simulation

Les résultats de simulations présentés dans ce paragraphe ont essentiellement pour but de comparer les trois solutions

détaillées précédemment : l'OFDM, l'approche mono-porteuse avec un égaliseur à forçage à zéro et enfin l'approche mono-porteuse avec un égaliseur des moindres carrés. Le point important va consister à comparer les capacités de ces différentes approches en fonction du type de canal traversé, du rapport signal sur bruit moyen et du rapport entre la puissance crête et la puissance moyenne.

Par souci de concision, les légendes des différentes figures sont en anglais avec les significations suivantes : CP-MC (Cyclic-Prefixed Multi-Carrier) pour l'OFDM, CP-SC-ZF (Cyclic-Prefixed Single-Carrier Zero Forcing) pour le forçage à zéro et CP-SC-MMSE (Cyclic-Prefixed Single-Carrier Minimum-Mean-Square-Error) pour les moindres carrés.

On fixe la taille de Transformée de Fourier Rapide (TFR) à 256. Le canal de propagation est modélisé par un filtre RIF passe-haut d'ordre 1 avec un zéro réel positif placé en α .

$$H(Z) = \frac{1 - \alpha Z^{-1}}{\sqrt{1 + \alpha^2}} \quad (36)$$

La figure 4 représente le rapport signal sur bruit $\frac{P_{TX}}{\sigma_n^2}$ moyen nécessaire pour pouvoir transmettre 4 bits par symbole (c'est-à-dire 4 bits par porteuse en OFDM ou 4 bits par impulsion en mono-porteuse) avec un taux d'erreur de 10^{-3} en fonction de la sélectivité du canal de propagation (c'est-à-dire en fonction de α). On remarque que plus le canal est sélectif, c'est-à-dire plus α tend vers 1, plus la puissance nécessaire pour la forme d'onde mono-porteuse devient importante. On rappelle que lorsque α tend vers 1, la composante continue est totalement coupée et les basses fréquences sont très fortement atténuées.

La figure 5 présente le même type d'analyse mais en fonction du rapport PAPR. En OFDM, le facteur crête peut être très important mais avec une probabilité faible. Le pire cas correspond alors à l'hypothèse selon laquelle tous les symboles présentés à l'entrée de la Transformée de Fourier inverse sont identiques. Dans un tel cas de figure, la première sortie de la Transformée de Fourier inverse est de très forte amplitude (égale à $\sqrt{256}$ fois l'amplitude d'un symbole présenté en entrée) et toutes les autres sorties sont nulles. On a donc un pic de puissance crête très important. Cependant ce cas étant tellement improbable (dans le cas de symboles en MAQ 4 la probabilité de cet évènement est égale à 2^{-255}), qu'il est préférable d'accepter un léger taux de saturation et de saturer le signal émis lorsqu'il dépasse un seuil d'amplitude, acceptable par le convertisseur ou par les amplificateurs de la chaîne de transmission. La figure 5 illustre ainsi le rapport PAPR observé avec les différentes formes d'ondes analysées, en fonction de la sélectivité du canal. Ceci pour un cas sans saturation et pour un cas où l'on accepte un taux de saturation de 1%.

Comme prévu, on remarque alors que les deux formes d'ondes mono-porteuse sont très avantageuses en ce qui concerne le PAPR. Ainsi, pour une sélectivité $\alpha = 0.7$, et dans le cas à 1% de saturation, l'approche mono-porteuse a un PAPR inférieur d'environ 4 dB à celui de l'OFDM.

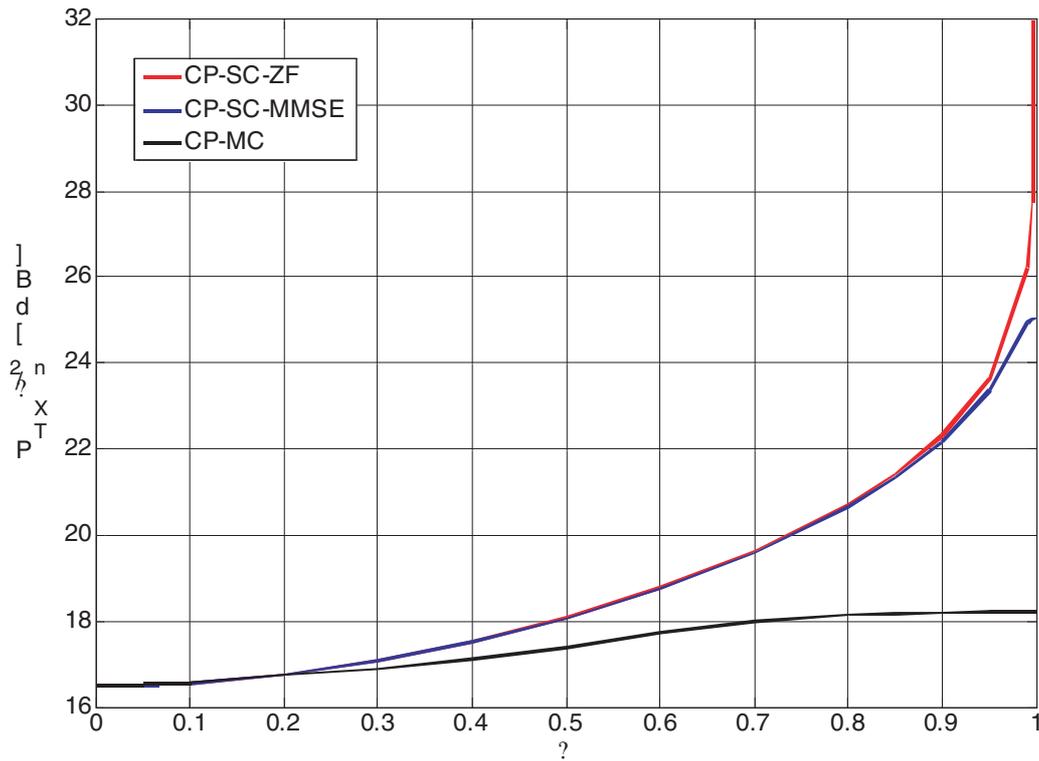


Figure 4. Rapport signal sur bruit moyen nécessaire pour transmettre 4 bits par symbole en fonction de la sélectivité du canal.

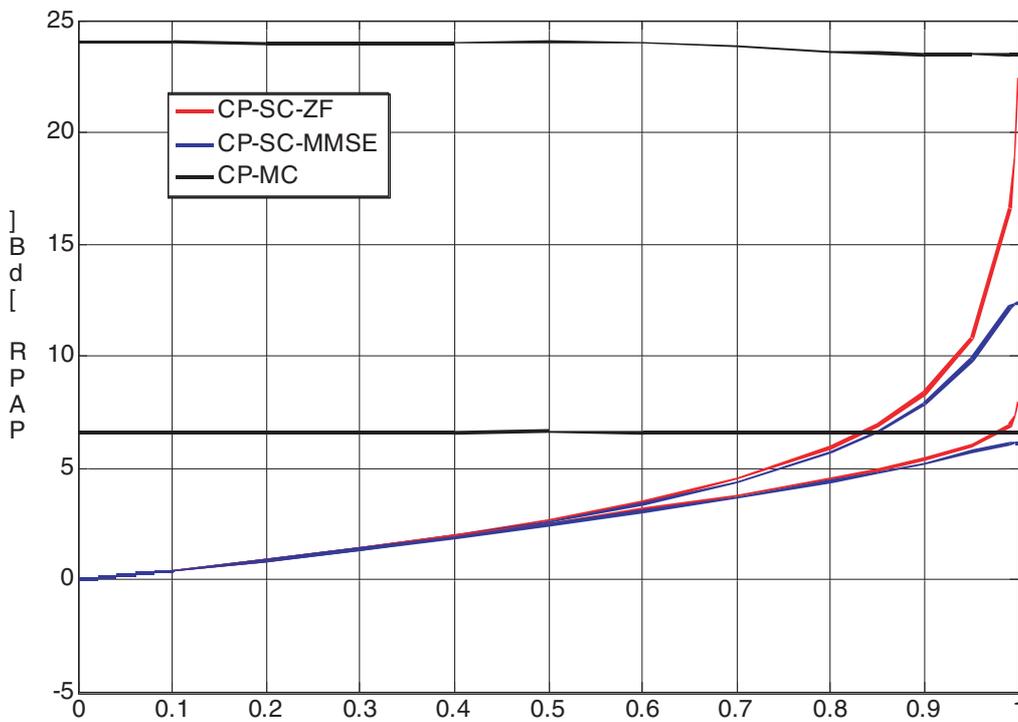


Figure 5. PAPR pour 1% de saturation (ligne pointillée) et pour aucune saturation (ligne pleine), en fonction de la sélectivité du canal et pour 4 bits par symbole.

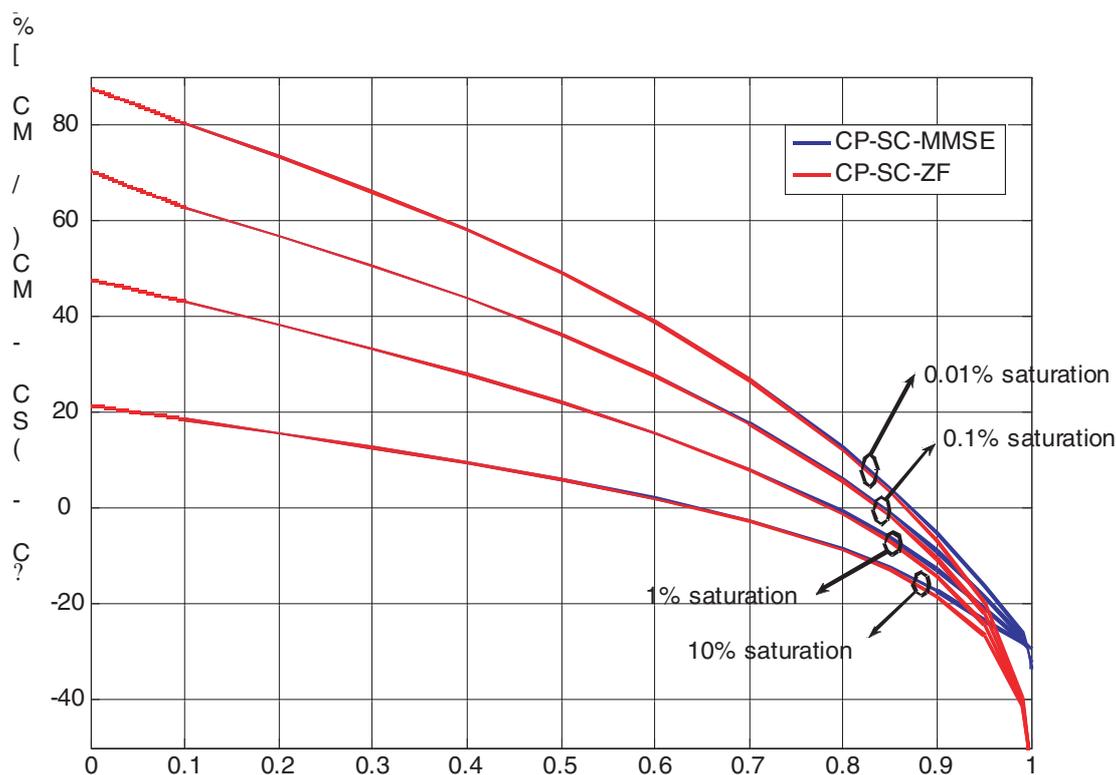


Figure 6. Capacité relative de l'approche mono-porteuse comparée à l'approche multi-porteuse en fonction de la sélectivité du canal pour un rapport signal sur bruit égal à 20 dB.

Dès lors il est intéressant d'analyser comment ce gain de PAPR peut-être converti en capacité supplémentaire. La figure 6 analyse ainsi l'écart relatif de capacité, entre l'approche mono-porteuse et l'approche multi-porteuses, en fonction de la sélectivité du canal. Il apparaît alors que pour un rapport signal sur bruit égal à 20 dB, pour un taux de saturation de 10%, 1%, 0.1% et 0.01% les seuils de sélectivité, à partir desquels l'OFDM présente une capacité supérieure à l'approche mono-porteuse, sont égaux respectivement à : 0.64, 0.79, 0.85 et 0.88.

4. Conclusion

Plutôt que de vouloir choisir de manière réhibitoire une forme d'onde mono-porteuse ou une multi-porteuses, cet article a proposé une approche mixte dans laquelle il serait possible de basculer, en fonction de la sélectivité du canal, d'une forme d'onde à l'autre. On peut montrer que ce basculement peut se résumer à l'introduction d'une matrice de précodage en émission et à l'utilisation d'un égaliseur par bloc très simple dans le cas de l'OFDM ou d'un égaliseur plus complexe, mais toujours par bloc, dans le cas de l'approche mono-porteuse. Une analyse du seuil de basculement a été présentée. On en retiendra essentiellement que, lorsque le canal est peu sélectif en fréquence, l'approche OFDM se justifie moins et que son PAPR inhérent lui confère, en définitive, une capacité inférieure à celle de l'approche mono-porteuse. *A contrario*, lorsque la sélectivité du

canal augmente, l'incapacité de la forme d'onde mono-porteuse à éviter les bandes de fréquences défavorables, tend à en réduire la capacité.

L'approche mixte proposée, avec basculement adaptatif, pourrait donc être une évolution naturelle et efficace des formes d'onde futures.

Références

- [1] R. VAN NEE, P. RAMJEE, «OFDM for Wireless Multimedia Communications », Artech House Publishers, 2000.
- [2] H. SARI, G. KARAM, I. JEANCLAUDE, « Transmission techniques for digital terrestrial TV broadcasting », IEEE Communications Magazine, Vol. 33, Issue: 2, pp 100 -109, February 1995.
- [3] P.J. DAVIS, « Circulant Matrices », Wiley, 1979.
- [4] W. YU, J.M. CIOFFI, « On constant power water-filling », in proc. ICC 2001, vol 6, pp 1665-1669, June 2001.
- [5] G. MUNZ, S PFLETSCHINGER, J. SPEIDEL, « An efficient water-filling algorithm for multiple access OFDM », Global Telecommunications Conference, GLOBECOM '02. IEEE , vol. 1, pp. 681 -685, 2002.
- [6] J. LOUVEAUX, L. VANDERDORPE, T. SARTENAER, « Cyclic Prefixed Single Carrier and Multicarrier Transmission: Bit Rate Comparison », IEEE Communications Letters, vol 7, n°4, April 2003.
- [7] D. ZANATTA FILHO, M. TERRÉ, L. FÉTY, « An Hybrid Single-Carrier/Multicarrier Transmission Scheme », submitted to Eurasip Journal on Wireless Communications Network.
- [8] J.-F. HELARD, J.-Y. BAUDAIS, J. CITERNE, « Linear MMSE detection technique for MC-CDMA », IEE Electronics Letters , Vol. 36, Issue 7, pp 665 -666, March 2000.