

# Détection multi-utilisateurs bayésienne basée sur une formulation d'état du système AMRC

Bayesian multi-user detection based on a state-space  
model of the DS-CDMA system

Bessem Sayadi<sup>1</sup>, Sylvie Marcos<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Alcatel-Lucent France, Route de Villejust, 91620, Nozay France  
bessem.sayadi@alcatel-lucent.fr

<sup>2</sup> Laboratoire des Signaux et Systèmes (LSS), CNRS, Supélec, 3 rue Joliot-Curie,  
Plateau du Moulon, 91192 Gif-sur-Yvette Cedex France  
marcos@lss.supelec.fr

Manuscrit reçu le 18 novembre 2005

Résumé et mots clés

Dans cet article, nous proposons un détecteur multi-utilisateurs basé sur une représentation d'état au rythme symbole du système AMRC (Accès Multiple par Répartition de Codes). Le modèle d'état met en évidence un bruit de transition non Gaussien. Par conséquent, l'application du filtre de Kalman comme un détecteur multi-utilisateurs perd son optimalité au sens de l'erreur quadratique moyenne minimale (EQMM). Pour remédier à ce problème, nous proposons d'utiliser l'approximation par une somme pondérée de gaussiennes (SPG) de la densité de probabilité *a posteriori* des symboles à estimer sachant les observations. Nous montrons que la SPG se propage au cours des itérations à travers une structure de réseau de filtres de Kalman (RFK) fonctionnant en parallèle. À chaque itération, nous proposons de réinjecter une seule gaussienne ayant la moyenne et la matrice de covariance de l'estimée EQMM du vecteur d'état obtenue. La structure proposée présente des performances nettement meilleures que les structures linéaires (EQMM, décorrélateur, filtre de Kalman) et à retour de décision (DFE).

AMRC, Détection multi-utilisateurs, Filtrage de Kalman, Somme Pondérée de Gaussiennes, Relation de Bayes.

Abstract and key words

In this paper, we propose a new multiuser detector based on a symbol rate state-space model of the CDMA system. This state-space model presents a non-Gaussian state noise characteristic. Therefore, the Kalman filtering approach loses its MMSE optimality. As a solution, we propose to apply the Weighted Sum of Gaussian (WSG) approximation. We demonstrate that the WSG is propagated during iterations through a NKF structure. At each iteration, we inject only one gaussian term having the mean and the covariance matrix of the last obtained MMSE estimate of the state vector. The proposed structure improves the performance compared to the linear structures such as: the MMSE, the Kalman filter and the feedback structure such as DFE.

CDMA, Multiuser detection, Kalman filter, Weighted Sum of Gaussian, Bayes rule.

# 1. Introduction

Les systèmes de communications mobiles de troisième génération (3G, HSDPA) sont basés sur la technique d'accès multiple par répartition des codes (AMRC) ou plus communément le CDMA (Code Division Multiple Access). Dans cette méthode d'accès multiple, des séquences d'étalement différentes sont attribuées aux utilisateurs. L'accès en même temps et sur la même bande de fréquence crée l'interférence inter-utilisateurs (IIU). À cet effet, on choisit généralement des séquences d'étalement ayant de bonnes propriétés d'auto-corrélation et d'inter-corrélation, voire l'orthogonalité, pour faciliter la séparation des utilisateurs au niveau de la réception. Cependant, l'asynchronisme de la transmission et la présence de multi-trajets dans le canal de propagation détériorent ces bonnes propriétés. Par ailleurs, si le débit des services augmente relativement par rapport à la bande passante ou/et à l'étalement temporel du canal, il y a également présence d'Interférences Inter-Symboles (IIS). Durant la dernière décennie, diverses approches d'annulation d'interférences (IIU et IIS) ont été proposées. Ces méthodes peuvent être classées suivant des structures sous ou sans contraintes d'alphabet, fonctionnant symbole par symbole ou séquence par séquence, minimisant soit un critère MAP (Maximum A Posteriori), soit un critère MV (Maximum de Vraisemblance), soit encore un critère EQMM (Erreur Quadratique Moyenne Minimale). Ces approches dépendent notamment de la modélisation de la relation entrée-sortie du canal de transmission.

Dans cet article, la détection multi-utilisateurs est vue comme un problème d'estimation bayésienne des symboles transmis selon une formulation d'état du système AMRC. Le signal reçu sur une période symbole,  $\mathbf{r}(k)$ <sup>1</sup>, s'écrit sous la forme suivante :

$$\mathbf{r}(k) = \mathbf{A}(k)\mathbf{d}(k) + \mathbf{b}(k)$$

où  $\mathbf{A}(k)$  représente la matrice code-canal,

$$\mathbf{d}(k) = [\mathbf{x}^T(k), \dots, \mathbf{x}^T(k - \tilde{k} + 1)]^T,$$

avec  $\mathbf{x}(k) = [d_1(k), \dots, d_K(k)]^T$ , est un vecteur de dimension  $(\tilde{k} \times 1)$  contenant  $\tilde{k}K$  symboles ( $\{d_i(k)\}$ ).  $\mathbf{b}(k)$  désigne un bruit blanc Gaussien. Le terme  $\tilde{k}$  représente le nombre de symboles interférants dans le système et le terme  $K$  désigne le nombre des utilisateurs actifs dans une cellule du réseau.

Les symboles transmis,  $\mathbf{d}(k)$ , sont la réalisation d'un processus stochastique markovien décrit par l'équation suivante :

$$\mathbf{d}(k + 1) = \mathbf{F}\mathbf{d}(k) + \mathbf{G}\mathbf{x}(k + 1)$$

où la matrice  $\mathbf{F}$ , de dimension  $(\tilde{k}K \times \tilde{k}K)$ , désigne une matrice de  $K$  transitions et la matrice  $\mathbf{G} = [\mathbf{I}_{K \times K}, \mathbf{0}_{K \times K}, \dots, \mathbf{0}_{K \times K}]^T$  est de dimension  $(\tilde{k}K \times K)$ .

La Densité De Probabilité (DDP) *a posteriori*  $p(\mathbf{d}(k)|\mathbf{R}^k)$  représente l'information la plus complète sur  $\mathbf{d}(k)$  et par consé-

quent sur  $\{d_i(k)\}_{i=1 \dots K}$ , étant donné un horizon d'observation  $\mathbf{R}^k = [\mathbf{r}(k), \dots, \mathbf{r}(0)]$  qui est le cumul des observations  $\mathbf{r}(k)$  de l'origine jusqu'à l'instant  $k$ . Cette information est maximale pour un horizon infini. Une fois cette densité déterminée, les estimées EQMM des symboles des utilisateurs peuvent être obtenues. En faisant abstraction du caractère non Gaussien du bruit d'état représenté par le terme,  $\mathbf{G}\mathbf{x}(k + 1)$ , le filtre de Kalman implémente l'estimateur au sens EQMM du vecteur d'état  $\mathbf{d}(k)$  d'une manière récursive.

Cependant, un bon nombre de travaux [1], [2], [3], basé sur d'autres modélisations d'état du système CDMA, ne prend pas en compte la non Gaussiannité du bruit d'état. En fait, l'optimalité du filtrage de Kalman repose sur la Gaussiannité du bruit d'état et du bruit d'observation [4]. Toute déviation par rapport à la distribution Gaussienne peut induire des performances non satisfaisantes ce qui est le cas pour la détection multi-utilisateurs dans un contexte de haut débit (facteur d'étalement court). Vu l'importance de ce problème, nous proposons dans cet article de traiter le problème de la non gaussiannité du bruit d'état via l'approximation par une somme pondérée de gaussiennes (SPG) de la densité de probabilité *a posteriori* des symboles à estimer sachant les observations, initialement introduite par Sorenson et Alspach [5], centrée autour des valeurs possibles. Nous montrons, alors, que les densités prédites et estimées du vecteur d'état sachant les observations s'écrivent aussi sous forme de SPG où les paramètres de chaque Gaussienne sont mis à jour à l'aide d'un filtre de Kalman. L'estimée EQMM du vecteur d'état,  $\hat{\mathbf{d}}_{EQMM}(k) = E\{\mathbf{d}(k)|\mathbf{R}^k\}$ , est obtenue par une combinaison linéaire convexe des sorties d'un Réseau de Filtres de Kalman fonctionnant en parallèle. Pour stabiliser la complexité de la structure, la taille de la SPG est contrainte à une seule Gaussienne résumant l'information qui y est contenue, à savoir  $\mathcal{N}(\hat{\mathbf{d}}_{EQMM}(k), \hat{\mathbf{P}}_{EQMM}(k))^2$  où  $\hat{\mathbf{P}}_{EQMM}(k)$  est la covariance d'erreur d'estimation. La structure du détecteur proposé, Réseau de Filtres de Kalman (RFK), est adaptée à une implémentation en parallèle. Les résultats de simulations montrent l'amélioration des performances par rapport aux structures classiques type: EQMM, décorrélateur, DFE (Decision Feedback Equalizer) et Kalman simple dans plusieurs configurations d'étude. Les performances de la structure proposée s'approchent de celles du détecteur MAP Symbole par symbole (MAPS) tout en étant résistant au problème d'éblouissement dit de proche-lointain.

Ce papier est organisé comme suit. La section 2 présente le modèle d'état au rythme symbole du système AMRC. La section 3 introduit l'approche par filtrage de Kalman. La section 4 présente le détecteur RFK-EQMM qui se base sur l'application de l'approximation par une somme pondérée de Gaussiennes. L'apport de cette modélisation est étudié dans la section 5. L'étude des performances du nouveau détecteur est présentée dans la section 6. La section 7 conclut cet article.

1. Dans le reste de l'article, nous notons les vecteurs (resp. les matrices) par des caractères minuscules gras (resp. des caractères majuscules gras).

2.  $\mathcal{N}(\mathbf{a}, \mathbf{B})$  représente une densité Gaussienne de moyenne  $\mathbf{a}$  et de matrice de covariance  $\mathbf{B}$ .

## 2. Représentation d'état du système AMRC

L'utilisateur  $i$  émet les symboles  $d_i(m)$  ( $m \in \mathbb{Z}$ ) étalés par un code d'étalement  $c_i^q$ , de longueur  $L$  ( $q = 0, \dots, L-1$ ). Le rythme d'émission du code est  $T_c$ . La mise en forme du signal émis puis sa propagation à travers le canal  $i$  jusqu'au récepteur se traduisent par une convolution par une fonction  $\tilde{g}_i(t)$ , supposée connue pour chaque utilisateur. L'observation globale résulte de la somme sur les  $K$  utilisateurs actifs dans la cellule ainsi que d'un inévitable bruit, supposé Gaussien et blanc,

$$r(t) = \sum_{i=1}^K \sum_{m \in \mathbb{Z}} d_i(m) \tilde{g}_i(t - mL T_c) + b(t) \quad (1)$$

Soit, aux instants  $t = (kL + l) T_c$  et en omettant la période  $T_c$  comme suit,

$$r(kL + l) = \sum_{i=1}^K \sum_{m \in \mathbb{Z}} d_i(m) \tilde{g}_i(kL + l - mL) + b(kL + l) \quad (2)$$

$$= \sum_{i=1}^K \sum_{j \in \mathbb{Z}} d_i(k - j) \tilde{g}_i(jL + l) + b(kL + l) \quad (3)$$

$\tilde{g}_i(p)$  représente la fonction du canal total incluant l'effet de l'étalement et de la convolution par le canal de propagation supposé à multi-trajets.  $b(p)$  est un bruit additif blanc Gaussien centré de densité spectrale  $\sigma_b^2$ . Pour plus de détails, le lecteur peut se référer à l'annexe 1.

D'une façon vectorielle,  $\mathbf{r}(k) = [r(kL), \dots, r(kL + L - 1)]^T$  s'écrit,

$$\mathbf{r}(k) = \sum_{j \in \mathbb{Z}} \mathbf{B}(j) \mathbf{x}(k - j) + \mathbf{b}(k) \quad (4)$$

avec  $\mathbf{b}(k) = [b(kL), \dots, b(kL + L - 1)]^T$

et  $\mathbf{B}(j) = [\mathbf{g}_1(j), \dots, \mathbf{g}_K(j)]$

où  $\mathbf{g}_i(j) = [\tilde{g}_i(jL), \dots, \tilde{g}_i(jL + L - 1)]^T$

et  $\mathbf{x}(k) = [d_1(k), \dots, d_K(k)]^T$ .

Le nombre des symboles présents dans la fenêtre d'observation  $\mathbf{r}(k)$  est noté par  $\tilde{k}$ . Il est fonction du maximum des retards des trajets noté  $P$  et du facteur d'étalement,  $L$ , de la manière suivante :

$$\tilde{k} = \left\lceil \frac{P + L - 1}{L} \right\rceil \quad (5)$$

Ainsi, nous avons<sup>3</sup>,

$$\mathbf{r}(k) = \mathbf{A}_{L \times \tilde{k}K} \mathbf{d}(k)_{\tilde{k}K \times 1} + \mathbf{b}(k)_{L \times 1} \quad (6)$$

avec  $\mathbf{A} = [\mathbf{B}(0), \dots, \mathbf{B}(\tilde{k} - 1)]$ ,

$\mathbf{d}(k) = [\mathbf{x}(k)^T, \mathbf{x}(k - 1)^T, \dots, \mathbf{x}(k - \tilde{k} + 1)^T]^T$ .

Le modèle dérivé met en évidence le terme d'Interférence Inter-Symboles (IIS) qui apparaît dès que le canal dévie du canal mono-trajet, en effet :

- si  $L \rightarrow \infty$ , c'est-à-dire, lorsque la transmission est à très bas débit, le terme  $\tilde{k} \rightarrow 1$  : le terme d'IIS devient négligeable.

- si  $L \rightarrow 1$ , c'est-à-dire, lorsque la transmission est à très haut débit, le terme  $\tilde{k} \rightarrow P$  : le terme IIS est prépondérant.

L'équation (6) représente l'équation d'observation du modèle. Le vecteur,  $\mathbf{d}(k)$ , constitue le vecteur d'état à estimer. Il évolue au cours du temps selon l'équation de transition suivante :

$$\mathbf{d}(k + 1) = \mathbf{F} \mathbf{d}(k) + \mathbf{G} \mathbf{x}(k + 1) \quad (7)$$

avec :

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \mathbf{0}_{K \times K} & \mathbf{0}_{K \times K} & \cdots & \cdots & \mathbf{0}_{K \times K} \\ \mathbf{I}_{K \times K} & \mathbf{0}_{K \times K} & \ddots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0}_{K \times K} & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \mathbf{0}_{K \times K} \\ \mathbf{0}_{K \times K} & \cdots & \cdots & \mathbf{I}_{K \times K} & \mathbf{0}_{K \times K} \end{pmatrix}_{\tilde{k}K \times \tilde{k}K}$$

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{K \times K} \\ \mathbf{0}_{K \times K} \\ \vdots \\ \mathbf{0}_{K \times K} \end{pmatrix}_{\tilde{k}K \times K}$$

$\mathbf{0}$  désigne la matrice nulle de dimension  $K \times K$  et  $\mathbf{I}$  désigne la matrice identité de dimension  $K \times K$ .

Les symboles des utilisateurs sont supposés décorrélés et centrés, i.e.  $E[\mathbf{x}(k)\mathbf{x}(j)^T] = \sigma_d^2 \mathbf{I}_{K \times K} \delta(k - j)$  où  $\delta(\cdot)$  désigne le symbole de Kronecker et  $\sigma_d^2$  désigne la variance des symboles. Dans le reste du papier, on prendra  $\sigma_d^2 = 1$ .

Les équations (6) et (7) définissent le système AMRC comme un système linéaire. L'équation de transition d'état correspond à une égalité exacte (une simple équation de décalage). Le terme  $\mathbf{x}(k + 1)$  dans l'équation (7) est interprété comme un bruit d'état et non comme une entrée du système sinon il y aurait une incohérence entre estimer les symboles des utilisateurs émis à l'instant  $(k - r)$  avec  $0 \leq r \leq \tilde{k} - 1$  et connaître les symboles  $\mathbf{x}(k + 1)$ .

La représentation algébrique introduite ci-dessus modélise la transmission symbole par symbole du système AMRC. Cette caractéristique la différence du modèle présenté dans la référence [2] qui est obtenu par la concaténation du vecteur  $\mathbf{r}(k)$  sur toute la séquence émise ( $k = 1, \dots$ , nombre de symboles transmis). Dans le reste du papier, la matrice code-canal notée par  $\mathbf{A}$  est supposée connue ainsi que le nombre des utilisateurs  $K$ .

3. Les indices des matrices indiquent les dimensions et seront omis par la suite.

### 3. Approche par filtrage de Kalman

Le système AMRC est un système linéaire régi par une représentation d'état au rythme symbole. Ainsi, le meilleur estimateur linéaire non biaisé du vecteur d'état,  $\mathbf{d}(k)$ , au sens de l'erreur quadratique moyenne minimale (EQMM) dans l'ensemble des estimateurs linéaires est délivré par le filtre de Kalman.

Le bruit d'observation,  $\mathbf{b}(k)$ , et le bruit d'état,  $\mathbf{G}\mathbf{x}(k)$ , sont indépendants et décorrélés. En supposant la connaissance de la matrice code-canal  $\mathbf{A}$  et la variance de bruit d'observation, le filtre de Kalman peut être implémenté sous une forme récursive. Le vecteur d'état  $\mathbf{d}(k)$  est estimé à partir des observations collectées jusqu'à l'instant  $k$ ,  $\mathbf{R}^k = [\mathbf{r}(k), \mathbf{r}(k-1), \dots, \mathbf{r}(0)]$ .

Vu que le vecteur d'état est composé de  $\tilde{k}$  sous-vecteurs  $\mathbf{x}$  tel que  $\mathbf{d}(k) = [\mathbf{x}(k)^T, \mathbf{x}(k-1)^T, \dots, \mathbf{x}(k-\tilde{k}+1)^T]^T$ , l'estimation peut être, donc, obtenue avec un retard  $r$  où  $0 \leq r \leq \tilde{k} - 1$  afin de combattre l'effet de l'interférence inter-symboles.

Soit  $\mathbf{d}(k|l)$  l'estimée du vecteur d'état à l'instant  $k$  sachant les observations collectées jusqu'à l'instant  $l$ . Soit  $\mathbf{P}(k|l)$  la matrice de covariance de l'erreur associée. L'implémentation du filtre de Kalman est présentée dans le tableau suivant en supposant que la variance des symboles est égale à 1 [6], [4]:

Tableau 1. Filtre de Kalman, modèle au rythme symbole.

**Equations de Ricatti**

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(k|k-1) &= \mathbf{F}\mathbf{P}(k-1|k-1)\mathbf{F}^T + \mathbf{G}\mathbf{G}^T \\ \mathbf{T}(k) &= \mathbf{P}(k|k-1)\mathbf{A}^T \\ \mathbf{K}(k) &= \mathbf{T}(k)(\mathbf{A}\mathbf{T}(k) + \sigma_b^2\mathbf{I})^{-1} \\ \mathbf{P}(k|k) &= \mathbf{P}(k|k-1) - \mathbf{K}(k)\mathbf{T}^T(k) \end{aligned}$$

**Mise à jour de l'estimée de l'état**

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(k) &= \mathbf{r}(k) - \mathbf{A}\mathbf{F}\mathbf{d}(k-1|k-1) \\ \mathbf{d}(k|k) &= \mathbf{F}\mathbf{d}(k-1|k-1) + \mathbf{K}(k)\mathbf{e}(k) \end{aligned}$$

La mise à jour des estimées de l'état est réalisée au rythme symbole. La complexité calculatoire pour une charge du système<sup>4</sup> de l'ordre de  $\frac{K}{L} = 0.5$ , est de l'ordre de  $O(L^3)$  où  $K$  désigne le nombre des utilisateurs actifs et  $L$  désigne le facteur d'étalement.

Pour valider le modèle considéré au rythme symbole, nous comparons ses performances par rapport à une représentation au rythme chip proposée dans [3]. La figure 1 montre les résultats de simulations en termes de Taux d'Erreur Binaire en fonc-

4. Le système à étalement de spectre est un système limité par les interférences. Le nombre des utilisateurs est limité par le nombre des codes d'étalement disponibles au niveau de la station de base qui est égal au facteur d'étalement. Le rapport entre le nombre des utilisateurs actifs et la longueur des codes d'étalement est connu sous le nom de la charge du système.

tion du Rapport Signal à Bruit (RSB<sup>5</sup>). Le facteur d'étalement des codes de Gold est de  $L = 7$ . Le nombre des utilisateurs est de  $K = 3$  avec des retards d'accès de 0, 2 et 5 chips. Le retard d'estimation est choisi égal à 1 symbole. Nous remarquons que les performances des deux modèles sont équivalentes.

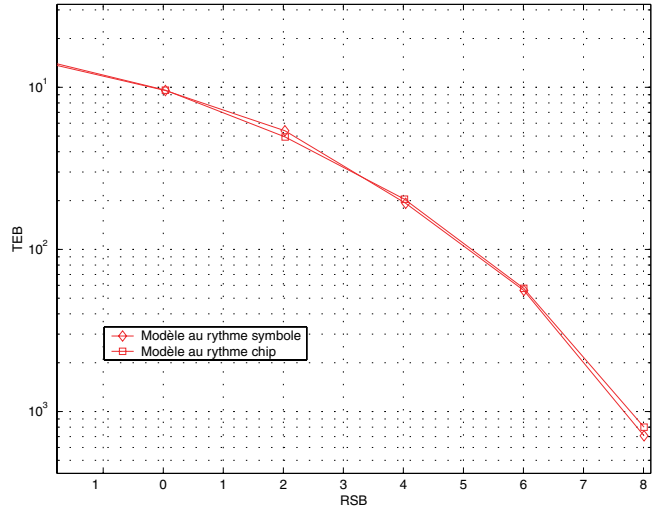


Figure 1. Comparaison en termes de TEB des deux modèles d'état du système AMRC : au rythme chip et au rythme symbole.

### 4. Approximation de la ddp a posteriori par une Somme Pondérée de Gaussiennes

Les deux critères MAP et EQMM nécessitent le calcul de la densité de probabilité (ddp) du vecteur d'état,  $\mathbf{d}(k)$ , sachant la connaissance de  $\mathbf{R}^k = [\mathbf{r}(0), \dots, \mathbf{r}(k)]$ , notée par  $p(\mathbf{d}(k)|\mathbf{R}^k)$ . Cette ddp a posteriori fournit la description la plus complète du vecteur d'état. Mis à part le cas linéaire et gaussien où la solution est donnée par le filtre de Kalman, il est extrêmement difficile de déterminer cette densité de probabilité en se basant seulement sur les équations de Bayes [6], [7].

Le modèle d'état au rythme symbole présente un bruit d'état à caractère discret (puisque les symboles appartiennent à un alphabet fini). Donc, le bruit d'état n'est pas Gaussien. Par conséquent le filtre de Kalman perd son optimalité au sens EQMM [7]. Des techniques robustes de filtrage de Kalman deviennent, alors, nécessaires.

Deux approches principales ont été proposées dans la littérature. L'approche de Sorenson et Alspach [5] qui consiste à

5.  $RSB = E_b/\sigma_b^2$  où  $E_b$  est l'énergie symbole et  $\sigma_b^2$  est la variance du bruit d'observation.

approcher une densité non Gaussienne par une Somme Pondérée de Gaussiennes et l'approche de Masreliez [8] qui consiste à caractériser la déviation de la distribution non Gaussienne par rapport à une distribution Gaussienne par une fonction coût (*score function*) [7]. Cette dernière approche, néanmoins, est difficile à implémenter et est d'un intérêt pratique limité [7]. C'est pour cela que dans la suite de ce travail, nous nous intéressons à l'application de l'approximation de la ddp *a posteriori* par une Somme Pondérée de Gaussiennes, et plus particulièrement, à la simplification introduite dans [9], [10].

Grâce à l'indépendance des observations ( $\{d(k)\}$ ) et en appliquant les relations de Bayes, la ddp *a posteriori* de l'état est obtenue de la façon suivante [6]:

$$p(\mathbf{d}(k)|\mathbf{R}^k) = \theta_k p(\mathbf{d}(k)|\mathbf{R}^{k-1}) p(\mathbf{r}(k)|\mathbf{d}(k)) \quad (8)$$

$$p(\mathbf{d}(k)|\mathbf{R}^{k-1}) = \int p(\mathbf{d}(k)|\mathbf{d}(k-1)) p(\mathbf{d}(k-1)|\mathbf{R}^{k-1}) d\mathbf{d}(k-1) \quad (9)$$

où la constante de normalisation  $\theta_k$  est donnée par:

$$\frac{1}{\theta_k} = p(\mathbf{r}(k)|\mathbf{R}^{k-1}) = \int p(\mathbf{r}(k)|\mathbf{d}(k)) p(\mathbf{d}(k)|\mathbf{R}^{k-1}) d\mathbf{d}(k) \quad (10)$$

Les densités  $p(\mathbf{d}(k)|\mathbf{R}^k)$  et  $p(\mathbf{d}(k)|\mathbf{d}(k-1))$  sont déterminées à partir des équations du modèle d'état, équations (6) et (7), et à partir des distributions *a priori* de  $\mathbf{b}(k)$  et  $\mathbf{d}(k)$ .

Supposons, qu'à l'itération  $(k-1)$ , la ddp  $p(\mathbf{d}(k)|\mathbf{R}^{k-1})$  s'écrive sous la forme d'une SPG,

$$p(\mathbf{d}(k)|\mathbf{R}^{k-1}) = \sum_{i=1}^{\xi'(k)} \alpha'_i(k) \mathcal{N}(\mathbf{d}(k) - \mathbf{d}_i(k|k-1), \mathbf{P}_i(k|k-1)) \quad (11)$$

où  $\{\mathbf{d}_i(k|k-1)\}_{i=1, \dots, \xi'(k)}$  et  $\{\mathbf{P}_i(k|k-1)\}_{i=1, \dots, \xi'(k)}$  sont des vecteurs et des matrices de dimension  $\tilde{k}K \times 1$  et  $kK \times \tilde{k}K$ , respectivement.

Dans la suite, nous calculons l'expression de la ddp estimée  $p(\mathbf{d}(k)|\mathbf{R}^k)$  et la ddp prédite  $p(\mathbf{d}(k+1)|\mathbf{R}^k)$  en supposant que  $p(\mathbf{d}(k)|\mathbf{R}^{k-1})$  est donnée par l'équation (11).

### A. Détermination de $p(\mathbf{d}(k)|\mathbf{R}^k)$

D'après les équations (8) et (11), on peut écrire,

$$p(\mathbf{d}(k)|\mathbf{R}^k) = \theta_k \left[ \sum_{i=1}^{\xi'(k)} \alpha'_i(k) \mathcal{N}(\mathbf{d}(k) - \mathbf{d}_i(k|k-1), \mathbf{P}_i(k|k-1)) \right] \times p(\mathbf{r}(k)|\mathbf{d}(k)) \quad (12)$$

En exploitant le fait que

$$p(\mathbf{r}(k)|\mathbf{d}(k)) = \mathcal{N}(\mathbf{r}(k) - \mathbf{A}\mathbf{d}(k), \sigma_b^2 \mathbf{I}_{L \times L}), \quad \text{l'équation (12) s'écrit:}$$

$$p(\mathbf{d}(k)|\mathbf{R}^k) = \theta_k \sum_{i=1}^{\xi'(k)} \alpha'_i(k) \Lambda_i \quad (13)$$

avec  $\Lambda_i = \mathcal{N}(\mathbf{d}(k) - \mathbf{d}_i(k|k-1), \mathbf{P}_i(k|k-1)) \times \mathcal{N}(\mathbf{r}(k) - \mathbf{A}\mathbf{d}(k), \sigma_b^2 \mathbf{I}_{L \times L})$ , pour  $i = 1, \dots, \xi'(k)$ .

L'opérateur  $\times$  désigne une multiplication.

On montre dans l'annexe 3 que  $\Lambda_i$  s'écrit sous la forme suivante:

$$\begin{aligned} \Lambda_i &\simeq \mathcal{N}(\mathbf{d}(k) - \mathbf{d}_i(k|k), \mathbf{P}_i(k|k)) \times \beta_i(k) \quad (14) \\ \beta_i(k) &= \mathcal{N}(\mathbf{r}(k) - \mathbf{A}\mathbf{d}_i(k|k-1), \sigma_b^2 \mathbf{I}_{L \times L} + \mathbf{A}\mathbf{P}_i(k|k-1)\mathbf{A}^T) \quad (15) \end{aligned}$$

L'équation (13) devient,

$$p(\mathbf{d}(k)|\mathbf{R}^k) = \sum_{i=1}^{\xi'(k)} \alpha_i(k) \mathcal{N}(\mathbf{d}(k) - \mathbf{d}_i(k|k), \mathbf{P}_i(k|k)) \quad (16)$$

$$\text{avec } \alpha_i(k) = \frac{\theta_k \alpha'_i(k) \beta_i(k)}{\sum_{i=1}^{\xi'(k)} \theta_k \alpha'_i(k) \beta_i(k)} = \frac{\alpha'_i(k) \beta_i(k)}{\sum_{i=1}^{\xi'(k)} \alpha'_i(k) \beta_i(k)}$$

Finalement, on a montré que si  $p(\mathbf{d}(k)|\mathbf{R}^{k-1})$  s'écrivait sous la forme d'une SPG, la ddp  $p(\mathbf{d}(k)|\mathbf{R}^k)$  s'écrit, elle aussi, sous la forme d'une SPG donnée par l'équation (16) avec les relations suivantes:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_i(k) &= \mathbf{P}_i(k|k-1)\mathbf{A}^T [\sigma_b^2 \mathbf{I}_{L \times L} + \mathbf{A}\mathbf{P}_i(k|k-1)\mathbf{A}^T]^{-1} \\ \mathbf{d}_i(k|k) &= \mathbf{d}_i(k|k-1) + \mathbf{K}_i(k) [\mathbf{r}(k) - \mathbf{A}\mathbf{d}_i(k|k-1)] \\ \mathbf{P}_i(k|k) &= \mathbf{P}_i(k|k-1) - \mathbf{K}_i(k)\mathbf{A}\mathbf{P}_i(k|k-1) \\ \beta_i(k) &= \mathcal{N}(\mathbf{r}(k) - \mathbf{A}\mathbf{d}_i(k|k-1), \sigma_b^2 \mathbf{I}_{L \times L} + \mathbf{A}\mathbf{P}_i(k|k-1)\mathbf{A}^T) \\ \alpha_i(k) &= \frac{\alpha'_i(k) \beta_i(k)}{\sum_{i=1}^{\xi'(k)} \alpha'_i(k) \beta_i(k)} \end{aligned}$$

### B. Détermination de $p(\mathbf{d}(k+1)|\mathbf{R}^k)$

La ddp prédite  $p(\mathbf{d}(k+1)|\mathbf{R}^k)$  est obtenue suivant la relation de Bayes donnée par l'équation (9),

$$p(\mathbf{d}(k+1)|\mathbf{R}^k) = \int p(\mathbf{d}(k+1)|\mathbf{d}(k)) p(\mathbf{d}(k)|\mathbf{R}^k) d\mathbf{d}(k)$$

Le vecteur  $\mathbf{d}(k)$  peut être partitionné selon les  $(\tilde{k}-1)K$  premières composantes notées par  $\mathbf{u}$  et les  $K$  dernières composantes notées par  $\mathbf{w}$ . De la même manière, le vecteur  $\mathbf{d}(k+1)$  peut être partitionné selon les  $(\tilde{k}-1)K$  dernières composantes notées par  $\mathbf{v}$  et les  $K$  premières composantes constituées des nouveaux symboles à transmettre  $\mathbf{x}(k+1)$ . Ainsi on a,

$$p(\mathbf{d}(k+1)|\mathbf{d}(k)) = p([\mathbf{x}^T(k+1), \mathbf{v}^T(k+1)]^T | [\mathbf{u}^T(k), \mathbf{w}^T(k)]^T) \quad (17)$$

$$= p(\mathbf{G}\mathbf{x}(k+1)) \delta(\mathbf{v}(k+1) = \mathbf{u}(k)) \quad (18)$$

$\delta$  désigne le symbole Kronecker.

Dans ce cas, lorsqu'on intègre par rapport à  $\mathbf{d}(k)$ , la partie connue,  $\mathbf{u}$ , de  $\mathbf{d}(k)$  (égale à la partie correspondante de

$\mathbf{d}(k+1)$ ) est fixée et on se trouve à intégrer par rapport à  $\mathbf{x}(k+1)$  qui constitue une valeur aléatoire discrète. Comme sa densité n'est pas Gaussienne, on approxime la densité *a priori* du bruit d'état  $\mathbf{G}\mathbf{x}(k+1)$  par une SPG centrée sur les valeurs  $\{\mathbf{G}\mathbf{x}_q\}_{1 \leq q \leq 2^K}$  en supposant une modulation BPSK. Les valeurs possibles du vecteur  $\mathbf{x}(k+1)$  sont notées par  $\{\mathbf{x}_q\}_{1 \leq q \leq 2^K}$ . Elles sont égales à  $\frac{1}{2^K}$  dans la cas des symboles i.i.d. L'approximation par une SPG de la ddp de bruit d'état s'écrit, alors,

$$p(\mathbf{G}\mathbf{x}(k+1)) = \sum_{q=1}^{2^K} p_q \mathcal{N}(\mathbf{G}\mathbf{x}(k+1) - \mathbf{G}\mathbf{x}_q, \Delta_q) \quad (19)$$

avec  $\Delta_q = \epsilon_0 \mathbf{G}\mathbf{G}^T$  ( $\epsilon_0 \ll 1$ ), où la valeur de  $\epsilon_0$  est choisie très faible pour que les Gaussiennes soient très localisées autour de  $\mathbf{G}\mathbf{x}_q$  avec une probabilité égale à  $p_q$ .

Le problème du calcul de la ddp  $p(\mathbf{d}(k+1)|\mathbf{R}^k)$  fait apparaître le calcul d'un produit de deux Gaussiennes. En effet,  $p(\mathbf{d}(k+1)|\mathbf{R}^k)$  s'écrit en remplaçant l'expression de la ddp  $p(\mathbf{d}(k)|\mathbf{R}^k)$  par celle obtenue dans l'équation (16) et l'approximation de  $p(\mathbf{G}\mathbf{x}(k+1))$  donnée par l'équation (19),

$$\begin{aligned} p(\mathbf{d}(k+1)|\mathbf{R}^k) & \quad (20) \\ &= \sum_{i=1}^{\xi'(k)} \sum_{q=1}^{2^K} p_q \alpha_i(k) \int \mathcal{N}(\mathbf{d}(k) - \mathbf{d}_i(k|k), \mathbf{P}_i(k|k)) \\ & \quad \times \mathcal{N}(\mathbf{G}\mathbf{x}(k+1) - \mathbf{G}\mathbf{x}_q, \Delta_q) d\mathbf{d}(k) \end{aligned}$$

En suivant le même raisonnement que celui exposé dans l'annexe 3, et en posant,

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_{i,q}(k+1|k) &= \mathbf{F}\mathbf{d}_i(k|k) + \mathbf{G}\mathbf{x}_q \\ \mathbf{P}_{i,q}(k+1|k) &= \mathbf{F}\mathbf{P}_i(k|k)\mathbf{F}^T + \Delta_q \end{aligned}$$

On montre que la ddp  $p(\mathbf{d}(k+1)|\mathbf{R}^k)$  peut s'écrire, elle aussi, sous la forme d'une SPG,

$$\begin{aligned} p(\mathbf{d}(k+1)|\mathbf{R}^k) &= \sum_{i=1}^{\xi'(k)} \sum_{q=1}^{2^K} \alpha'_{i,q}(k+1) \\ & \quad \times \mathcal{N}(\mathbf{d}(k+1) - \mathbf{d}_{i,q}(k+1|k), \mathbf{P}_{i,q}(k+1|k)) \quad (21) \end{aligned}$$

avec  $\alpha'_{i,q}(k+1) = p_q \alpha_i(k)$ .

La complexité de l'algorithme, évaluée par le nombre de termes dans la somme, augmente d'une façon exponentielle à chaque itération rendant l'algorithme très complexe. Une solution basée sur l'injection de l'estimée EQMM de l'état sera proposée dans la section suivante afin de stabiliser le nombre de filtres de Kalman au cours des itérations.

### C. Réseau de Filtres de Kalman : l'algorithme

Supposons qu'à l'itération  $(k-1)$ , la ddp  $p(\mathbf{d}(k-1)|\mathbf{R}^{k-1})$  s'écrit sous la forme d'une SPG. Nous avons montré, dans les sections A et B, que la SPG se propage au cours des itérations

étant donné que la ddp prédite  $p(\mathbf{d}(k)|\mathbf{R}^{k-1})$  et la ddp estimée  $p(\mathbf{d}(k)|\mathbf{R}^k)$  s'écrivent elles aussi sous forme d'une SPG. Cette propagation peut être résumée sous la forme de l'algorithme suivant :

a) Prédiction : *calcul de la ddp*  $p(\mathbf{d}(k)|\mathbf{R}^{k-1})$

$$\xi'(k) = \xi'(k-1) \times 2^K$$

$$\alpha'_{i,q}(k) = p_q \alpha_i(k-1)$$

$$\mathbf{d}_{i,q}(k|k-1) = \mathbf{F}\mathbf{d}_i(k-1|k-1) + \mathbf{G}\mathbf{x}_q$$

$$\mathbf{P}_{i,q}(k|k-1) = \mathbf{F}\mathbf{P}_i(k-1|k-1)\mathbf{F}^T + \Delta_q$$

b) Estimation : *calcul de la ddp*  $p(\mathbf{d}(k)|\mathbf{R}^k)$

$$\mathbf{P}_{i,q}(k|k) = \mathbf{P}_{i,q}(k|k-1) - \mathbf{K}_{i,q}(k)\mathbf{A}\mathbf{P}_{i,q}(k|k-1)$$

$$\mathbf{d}_{i,q}(k|k) = \mathbf{d}_{i,q}(k|k-1) + \mathbf{K}_{i,q}(k) [\mathbf{r}(k) - \mathbf{A}\mathbf{d}_{i,q}(k|k-1)]$$

$$\mathbf{K}_{i,q}(k) = \mathbf{P}_{i,q}(k|k-1)\mathbf{A}^T [\sigma_b^2 \mathbf{I}_{L \times L} + \mathbf{A}\mathbf{P}_{i,q}(k|k-1)\mathbf{A}^T]^{-1}$$

$$\alpha_{i,q}(k) = \frac{\alpha'_{i,q}(k)\beta_{i,q}(k)}{\sum_{i=1}^{\xi'(k-1)} \sum_{q=1}^{2^K} \alpha'_{i,q}(k)\beta_{i,q}(k)}$$

$$\beta_{i,q}(k) = \mathcal{N}(\mathbf{r}(k) - \mathbf{A}\mathbf{d}_{i,q}(k|k-1), \sigma_b^2 \mathbf{I}_{L \times L} + \mathbf{A}\mathbf{P}_{i,q}(k|k-1)\mathbf{A}^T)$$

Le vecteur d'état estimé  $\widehat{\mathbf{d}}_{EQMM}(k|k)$  solution du problème d'estimation au sens EQMM est donné par la moyenne conditionnelle  $E(\mathbf{d}(k)|\mathbf{R}^k)$ . La solution EQMM est la combinaison linéaire convexe de  $\xi'(k)$  filtres de Kalman fonctionnant en parallèle,

$$\begin{aligned} \widehat{\mathbf{d}}_{EQMM}(k) &= \sum_{i=1}^{\xi'(k-1)} \sum_{q=1}^{2^K} \alpha_{i,q}(k) \mathbf{d}_{i,q}(k|k) \\ &= \sum_{i,q}^{\xi'(k)} \alpha_{i,q}(k) \mathbf{d}_{i,q}(k|k) \end{aligned} \quad (22)$$

Chaque vecteur d'état estimé,  $\mathbf{d}_{i,q}(k|k)$ , est la sortie d'un filtre de Kalman pondéré par le coefficient  $\alpha_{i,q}$ . La matrice de covariance de l'erreur associée notée par  $\overline{\mathbf{P}}(k)$ , définie comme  $E \left[ (\mathbf{d}(k) - \widehat{\mathbf{d}}_{EQMM}(k|k)) (\mathbf{d}(k) - \widehat{\mathbf{d}}_{EQMM}(k|k))^T \right]$  s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \overline{\mathbf{P}}(k) &= \sum_{i,q}^{\xi'(k)} \alpha_{i,q} (\mathbf{P}_{i,q}(k|k) + (\mathbf{d}_{i,q}(k|k) - \widehat{\mathbf{d}}_{EQMM}(k|k)) (\mathbf{d}_{i,q}(k|k) - \widehat{\mathbf{d}}_{EQMM}(k|k))^T) \end{aligned} \quad (23)$$

La complexité de l'algorithme, évaluée par  $\xi'(k)$ , augmente d'une façon exponentielle à chaque itération rendant l'algorithme très complexe. Afin de diminuer la complexité, la ddp  $p(\mathbf{d}(k)|\mathbf{R}^k)$  donnée par l'équation (16) est contrainte à ne contenir qu'un seul terme après chaque étape de filtrage, soit  $\xi'(k) = 1$ . Les vecteurs  $\mathbf{d}_i(k|k)$  sont forcés à la valeur de l'état estimé  $\widehat{\mathbf{d}}_{EQMM}(k)$ , et par conséquent les  $\widehat{\mathbf{P}}_i(k|k)$  à  $\overline{\mathbf{P}}(k)$  et les  $\alpha_i(k)$  à 1 pour la prochaine itération. Cette approximation est justifiée car la ddp *a posteriori* de  $\mathbf{d}(k)$  est supposée être localisée autour de l'estimée EQMM fournie par le Réseau de Filtres de

Tableau 2. Algorithme du RFK-EQMM.

Étape de prédiction	
$\hat{\mathbf{d}}_q(k k-1) = \mathbf{F}\hat{\mathbf{d}}_{EQMM}(k-1) + \mathbf{G}\mathbf{x}_q$	état prédit $-\mathbf{x}(k) = \mathbf{x}_q$
$\mathbf{e}_q(k k-1) = \mathbf{r}(k) - \mathbf{A}(k)\hat{\mathbf{d}}_q(k k-1)$	erreur de sortie prédite
$\hat{\mathbf{P}}_q(k k-1) = \mathbf{F}\bar{\mathbf{P}}(k-1)\mathbf{F}^T + \Delta_q$	covariance d'erreur de prédiction
$\Gamma_q(k k-1) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{P}}_q(k k-1)\mathbf{A}^T + \sigma_b^2 \mathbf{I}_{L \times L}$	covariance d'erreur de sortie prédite
Étape de filtrage	
$\mathbf{K}_q(k) = \hat{\mathbf{P}}_q(k k-1)\mathbf{A}^T \Gamma_q^{-1}(k k-1)$	gain de Kalman
$\hat{\mathbf{P}}_q(k k) = (\mathbf{I}_{kK \times kK} - \mathbf{K}_q(k)\mathbf{A})\hat{\mathbf{P}}_q(k k-1)$	covariance d'erreur d'estimation
$\hat{\mathbf{d}}_q(k k) = \hat{\mathbf{d}}_q(k k-1) + \mathbf{K}_q(k)\mathbf{e}_q(k k-1)$	état estimé
Estimation EQMM de l'état	
$\beta_q(k) = \mathcal{N}(\mathbf{e}_q(k k-1), \Gamma_q(k k-1))$	
$\alpha_q(k) = \frac{\beta_q(k)}{\sum_{j=1}^{2^K} \beta_j(k)}$	pondérations $q$
$\hat{\mathbf{d}}_{EQMM}(k) = \sum_{q=1}^{2^K} \alpha_q(k)\hat{\mathbf{d}}_q(k k)$	état estimée selon EQMM
$\bar{\mathbf{P}}(k) = \sum_{q=1}^{2^K} \alpha_q(k) \{ \hat{\mathbf{P}}_q(k k) + [\hat{\mathbf{d}}_q(k k) - \hat{\mathbf{d}}_{EQMM}(k)][\hat{\mathbf{d}}_q(k k) - \hat{\mathbf{d}}_{EQMM}(k)]^T \}$	matrice de covariance de l'état estimée EQMM

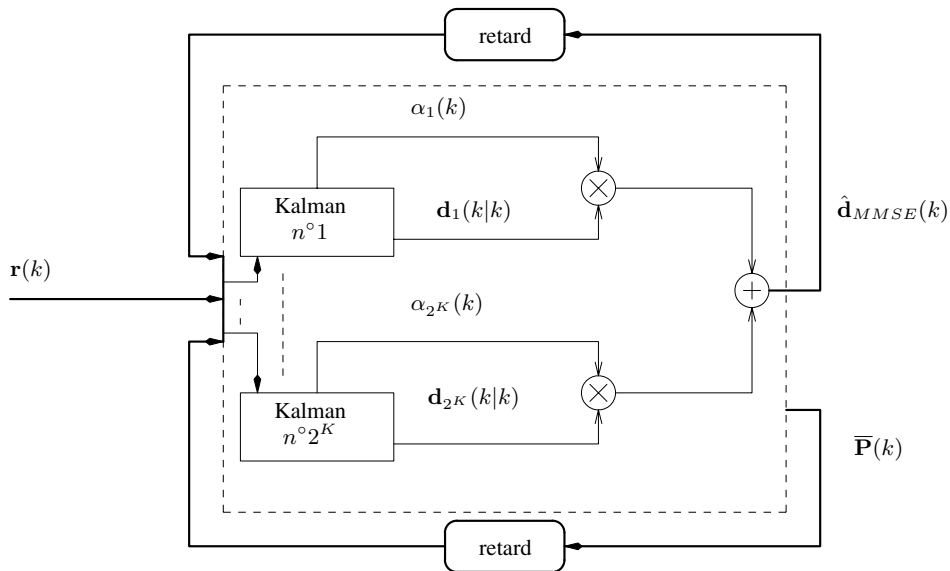


Figure 2. Schéma synoptique d'un détecteur basé sur un RFK.

Kalman (RFK), si jamais cette dernière est consistante<sup>6</sup>. La structure est nommée RFK à retour EQMM (RFK-EQMM). Le tableau suivant résume l'algorithme du RFK-EQMM.

6. Consistance dans le sens  $p(\|\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}\| > \epsilon) \rightarrow 0$  lorsque  $\epsilon \rightarrow 0$  [11].

Le nombre de filtres de Kalman nécessaires est de  $2^K$  (dans le cas d'une modulation BPSK) où  $K$  est le nombre des utilisateurs. L'algorithme RFK-EQMM prédit  $2^K$  vecteurs d'état. Chaque filtre de Kalman opère sous l'hypothèse qu'un  $\mathbf{x}(k) = \mathbf{x}_q$  a été émis. La pondération  $\alpha_q$  mesure la sévérité de

l'erreur de sortie prédite. Elle va être d'autant plus proche de 1 que l'erreur est négligeable et déterminera, par conséquent, la contribution de la sortie n°  $q$ ,  $q = 1..2^K$ , dans l'estimée EQMM. La figure 2 montre un schéma synoptique du nouveau détecteur par RFK.

## 5. Apport de la modélisation par une somme pondérée de Gaussiennes

L'estimée délivrée par le RFK-EQMM donnée par l'équation (22) avec  $\xi'(k) = 1$  s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{d}}_{EQMM}(k) &= \sum_{q=1}^{2^K} \alpha_q(k) \hat{\mathbf{d}}_q(k|k) \\ &= \sum_{q=1}^{2^K} \alpha_q(k) \left( \hat{\mathbf{d}}_q(k|k-1) + \mathbf{K}_q(k) \left( \mathbf{r}(k) - \mathbf{A}(k) \hat{\mathbf{d}}_q(k|k-1) \right) \right) \end{aligned} \quad (24)$$

En tenant compte que  $\hat{\mathbf{d}}_q(k|k-1) = \mathbf{F} \hat{\mathbf{d}}_{EQMM}(k-1) + \mathbf{G} \mathbf{x}_q$  avec  $q = 1, \dots, 2^K$ , l'équation (25) devient,

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{d}}_{EQMM}(k) &= \sum_{q=1}^{2^K} \alpha_q(k) \left\{ \mathbf{F} \hat{\mathbf{d}}_{EQMM}(k-1) + \mathbf{G} \mathbf{x}_q \right. \\ &\quad \left. + \mathbf{K}_q(k) \left( \mathbf{r}(k) - \mathbf{A}(k) \mathbf{F} \hat{\mathbf{d}}_{EQMM}(k-1) - \mathbf{A}(k) \mathbf{G} \mathbf{x}_q \right) \right\} \end{aligned} \quad (26)$$

En supposant que les matrices  $\Delta_q$  sont identiques (et par conséquent les gains  $\mathbf{K}_q(k) = \mathbf{K}(k)$ ) puisque les symboles sont supposés i.i.d et en tenant compte du fait que  $\sum_{q=1}^{2^K} \alpha_q(k) = 1$ , l'estimée de l'état par le RFK-EQMM s'écrit :

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{d}}_{EQMM}(k) &= \underbrace{\mathbf{F} \hat{\mathbf{d}}_{EQMM}(k-1) + \mathbf{K}(k) \left( \mathbf{r}(k) - \mathbf{A}(k) \mathbf{F} \hat{\mathbf{d}}_{EQMM}(k-1) \right)}_{\mathbf{T}_1} \\ &\quad + \underbrace{\left( \mathbf{I}_{kK \times kK} - \mathbf{K}(k) \mathbf{A}(k) \right) \mathbf{G} \sum_{q=1}^{2^K} \alpha_q(k) \mathbf{x}_q}_{\mathbf{T}_2} \end{aligned} \quad (28)$$

D'après cette expression, le terme  $\mathbf{T}_1$  correspond à une estimation du vecteur d'état produite par un simple filtre de Kalman en ignorant que le bruit d'état,  $\mathbf{G} \mathbf{x}_q$ , n'est pas gaussien. Le terme  $\mathbf{T}_2$  apparaît, ainsi, comme le terme correcteur dû à la représentation d'une façon plus adéquate par une SPG de la densité de bruit d'état  $p(\mathbf{G} \mathbf{x}(k))$ .

Le détecteur RFK-EQMM est un détecteur sous contrainte d'alphabet et fonctionnant symbole par symbole. Son comportement est piloté par le jeu de pondérations  $\{\alpha_q(k)\}_{q=1, \dots, 2^K}$ , où l'une des pondérations, présentant la métrique d'un chemin à

l'une des moyennes de la SPG, est très proche de 1 et les autres sont négligeables. La simulation est conduite avec 2 utilisateurs ( $K = 2$ ), une modulation BPSK, un Rapport Signal à Bruit ( $RSB = 10$  dB) et un facteur d'étalement  $L = 7$ . Le canal de propagation choisi est un canal de Proakis ( $H(z) = 0.4084 + 0.8164 \times z^{-1} + 0.4984 \times z^{-2}$ ) symétrique [12].

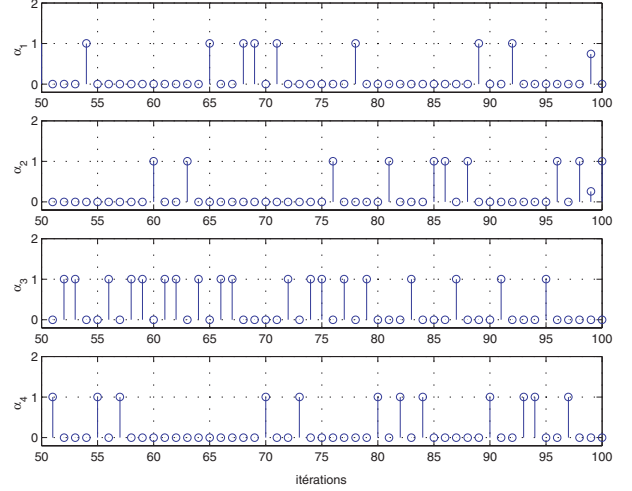


Figure 3. Évolution des coefficients de pondérations  $\{\alpha_q(k)\}_{q=1,4}$  en fonction des itérations.

## 6. Simulations et discussions

Dans cette section, nous présentons les performances du détecteur RFK-EQMM. La comparaison sera établie par rapport au :

- Détecteur optimal MAP symbole par symbole (MAPS) (algorithme obtenu dans [13]),
- Détecteur à retour de décision DFE (algorithme obtenu dans [14]);
- Détecteur de Kalman simple,
- Détecteur EQMM (sur une fenêtre d'un temps symbole) :

On cherche la matrice  $\mathbf{M}_{eqmm}$  en minimisant

$$E \left( \left\| \mathbf{d}(k) - \mathbf{M}_{eqmm}^T \mathbf{r}(k) \right\|^2 \right). \quad \text{D'après [15], la matrice s'écrit,}$$

$$\mathbf{M}_{eqmm} = \mathbf{A} \left( \mathbf{A}^T \mathbf{A} + \sigma_b^2 \mathbf{I}_{kK \times kK} \right)^{-1} \quad (29)$$

$$\text{avec } \mathbf{d}(k) = [\mathbf{x}(k), \dots, \mathbf{x}(k - \tilde{k} + 1)]^T,$$

$$\mathbf{x}(k) = [d_1(k), \dots, d_K(k)]^T \text{ et}$$

$$\mathbf{r}(k) = [r(kL), \dots, r(kL + L - 1)]^T;$$

- Récepteur en râteau : Rake [16],

- Performances optimales dans le cas mono-utilisateur et canal gaussien : taux d'erreur binaire =  $Q(\sqrt{\text{Rapport Signal à Bruit}})$ . Cette borne est notée sur la figure MFB pour *Matched Filter*



*Bound.* Nous rappelons l'expression de la fonction  $Q(\cdot)$ :  

$$Q(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_z^\infty e^{-t^2} dt.$$

• *Remarques:*

- Le retard d'estimation ( $\tilde{k} - 1$ ) sera appliqué dans l'ensemble des simulations présentées au-dessous afin de combattre au mieux l'interférence inter-symboles. Rappelons que  $\tilde{k}$  représente le nombre des symboles interférant dans le canal de propagation.  $P$  représente le maximum des retards des trajets.
- Le canal de trajet est supposé le même pour tous les utilisateurs.

**A. Cas synchrone**

Les simulations sont conduites dans une zone de charge du système de l'ordre de 0.5. Nous supposons la présence de  $K = 3$  utilisateurs. Ces derniers émettent leurs données, de type BPSK, étalées par des codes de Gold de longueur  $L = 7$ , sur un canal à multi-trajets. Afin de mettre en évidence l'intérêt du schéma RFK-EQMM, nous faisons varier le paramètre  $\tilde{k}$  qui nous renseigne sur la sévérité de l'IIS.

1) Cas  $\tilde{k} = 2$

La figure 4 montre la variation des performances des détecteurs en présence d'une interférence inter-symboles. Le canal de propagation est non symétrique:  $H(z) = 0.802 + 0.535 \times z^{-1} + 0.267 \times z^{-2}$ , où  $z$  représente le temps chip. Dans ce cas  $P = 2$  ce qui implique en tenant compte de l'équation (5) que  $\tilde{k} = 2$ . L'estimation des symboles des utilisateurs est faite en employant un retard d'estimation égal à 1 symbole.

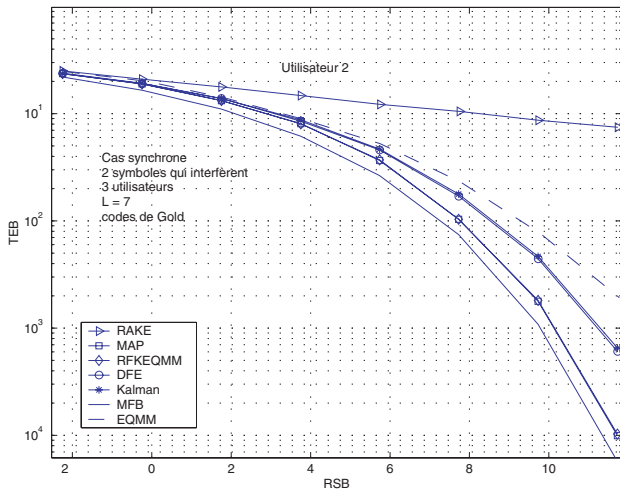


Figure 4. Performances du détecteur RFK-EQMM sur un canal à multi-trajets, accès synchrone,  $K = 3$ ,  $L = 7$ ,  $\tilde{k} = 2$ .

Les performances du détecteur RAKE se détériorent à cause de la présence de l'interférence inter-symboles. Les performances du détecteur DFE rejoignent celles obtenues par le détecteur par un

filtre de Kalman qui sont nettement supérieures à celles obtenues en employant le détecteur EQMM. Enfin nous observons les très bonnes performances du détecteur RFK-EQMM proposé.

2) Cas  $\tilde{k} = 3$

La figure 5 montre les performances des détecteurs: EQMM, DFE, RFK-EQMM, Kalman, Rake et MAPS dans le cas d'un terme IIS assez important. Le canal de propagation est:  $H(z) = 0.6203 + 0.3102 \times z^{-2} + 0.062 \times z^{-7} + 0.0074 \times z^{-8}$ . Dans ce cas  $P = 8$  ce qui implique en tenant compte de l'équation (5) que  $\tilde{k} = 3$ . L'estimation des symboles des utilisateurs est faite en employant un retard d'estimation égal à 2 symboles.

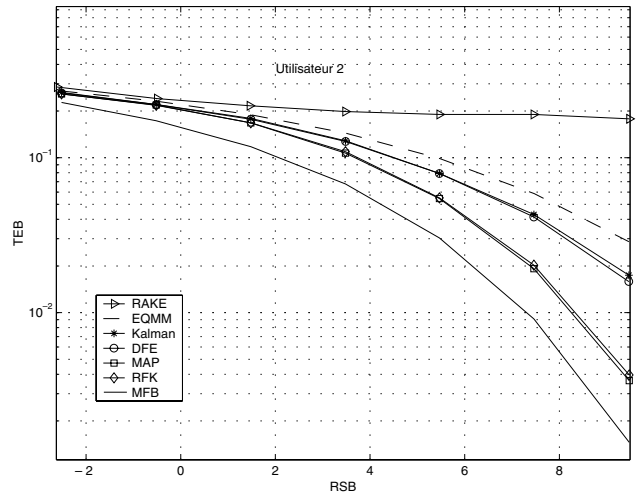


Figure 5. Performances du détecteur RFK-EQMM sur un canal à multi-trajets, accès synchrone,  $K = 3$ ,  $L = 7$ ,  $\tilde{k} = 3$ .

Nous remarquons les bonnes performances du détecteur RFK-EQMM qui sont très proches de celles du MAPS. Le détecteur RFK-EQMM arrive à annuler l'IIS. Par contre, les performances du détecteur DFE, EQMM et Kalman se détériorent par rapport à celles obtenues dans la figure 4. Le récepteur en râseau n'arrive plus à séparer les utilisateurs à cause de la présence d'un terme très important de l'IIS.

Nous pouvons conclure, que les performances du détecteur RFK-EQMM sont proches de celles de MAPS tout en offrant une complexité calculatoire moindre ( $\mathcal{O}_{MAPS}(2^{2kK}) > \mathcal{O}_{RFK}(2^{2k})$ ).

**B. Cas asynchrone**

Dans cette section, nous présentons les performances du RFK-EQMM dans un cas asynchrone.

1) Cas  $\tilde{k} = 2$

La figure 6 présente les résultats de simulation conduite en présence d'un canal à multi-trajets non symétrique:

$H(z) = 0.802 + 0.535 \times z^{-1} + 0.267 \times z^{-2}$ . Les retards d'accès des utilisateurs sont: 0, 2 et 4 chips. Dans ce cas  $P = 6$  ce qui implique  $\tilde{k} = 2$ . L'estimation des symboles des utilisateurs est faite en employant un retard d'estimation égal à 1 symbole.

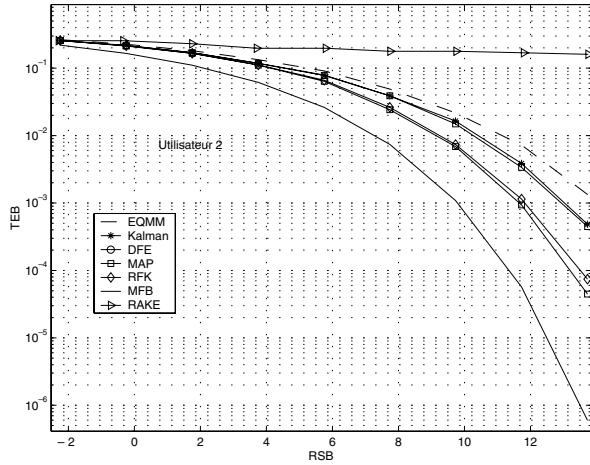


Figure 6. Performances du détecteur RFK-EQMM sur un canal à multi-trajets, accès asynchrone,  $K = 3$ ,  $L = 7$ ,  $\tilde{k} = 2$ .

2) Cas  $\tilde{k} = 3$

La simulation, dont les résultats sont donnés sur la figure 7, est conduite en présence d'un canal à multi-trajets:  $H(z) = 0.6203 + 0.3102 \times z^{-2} + 0.062 \times z^{-7} + 0.0074 \times z^{-8}$ . Les retards d'accès des utilisateurs sont:  $\tau'_1 = 0$ ,  $\tau'_2 = 2$  et  $\tau'_3 = 4$  chips. Dans ce cas  $P = 12$  ce qui implique  $\tilde{k} = 3$ . L'estimation des symboles des utilisateurs est faite en employant un retard d'estimation égal à 2 symboles.

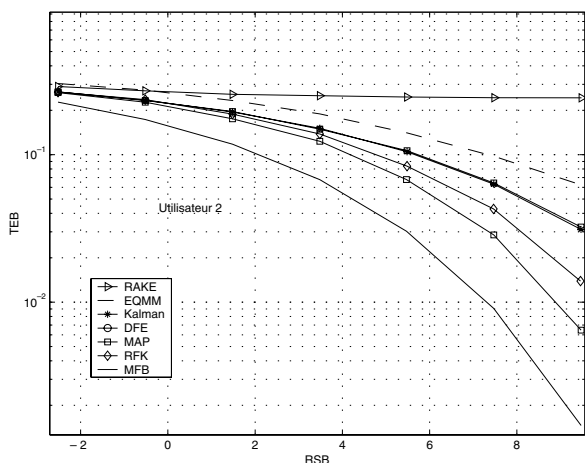


Figure 7. Performances du détecteur RFK-EQMM sur un canal à multi-trajets, accès asynchrone,  $K = 3$ ,  $L = 7$ ,  $\tilde{k} = 3$ .

D'après les figures 6 et 7, les performances des détecteurs se détériorent par rapport au cas synchrone. Les performances du détecteur RFK-EQMM s'écartent des performances du MAPS

tout en restant meilleures que pour les autres structures de détecteurs. Cela est dû au retour EQMM dans la structure RFK. Dans un objectif de réduire ce gap, l'auteur, dans [17], propose un retour d'état au sens MAP. Toutefois, la complexité de la structure RFK-MAP augmente par rapport à la version RFK-EQMM.

C. Résistance au problème de proche-lointain

Nous évaluons la résistance du détecteur RFK-EQMM au problème dit de proche-lointain qui nous renseigne sur les performances du récepteur dans le cas d'une disparité de puissance entre les différents utilisateurs. La simulation est conduite dans un cadre synchrone avec un canal gaussien. Le nombre des utilisateurs est fixé à  $K = 3$  avec un facteur d'étalement  $L = 7$ . La figure 8 présente les performances du 2<sup>ème</sup> utilisateur choisi comme utilisateur d'intérêt pour le RFK-EQMM, MAP, EQMM, Kalman et le Rake. Le RSB du 2<sup>ème</sup> utilisateur est fixé à 8 dB.

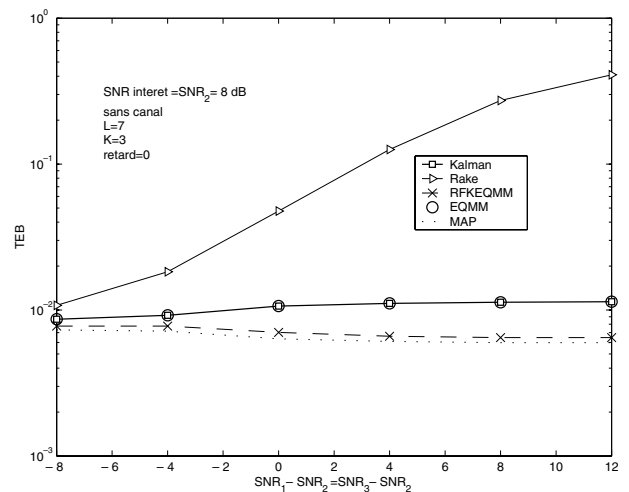


Figure 8. Résistance au problème de proche-lointain.

Nous remarquons que les détecteurs RFK-EQMM, MAP, Kalman et le détecteur EQMM sont résistants au problème proche-lointain.

D. Robustesse du schéma RFK-EQMM contre l'erreur d'estimation du canal

Dans cette section nous proposons d'évaluer la robustesse de la structure RFK-EQMM vis à vis de l'erreur d'estimation du canal de propagation et de la variance de bruit. Nous omettons les détails de l'obtention théorique des estimateurs. Cependant le lecteur peut se référer aux travaux effectués dans [18]. Considérons un système AMRC avec  $K = 3$  utilisateurs, un facteur d'étalement  $L = 7$ . Des codes de Gold. Le canal de transmission  $H(z) = 0.802 + 0.535 \times z^{-1} + 0.267 \times z^{-2}$ . L'accès est supposé synchrone.

La figure 9 présente les performances du détecteur RFK-EQMM, simplement noté RFK dans la suite, en présence du canal  $H(z)$ . Les estimateurs de canal utilisés sont : un filtre de Kalman, un filtre RLS avec un facteur d'oubli  $\lambda = 0.98$  et un filtre LMS avec un pas d'adaptation  $\mu = 0.2$ . La phase d'apprentissage est basée sur le canal CPICH. Les performances du schéma RFK/Kalman (*i.e.* estimateur du canal = Kalman) et RFK/RLS sont nettement meilleures que celles du schéma RFK/LMS.

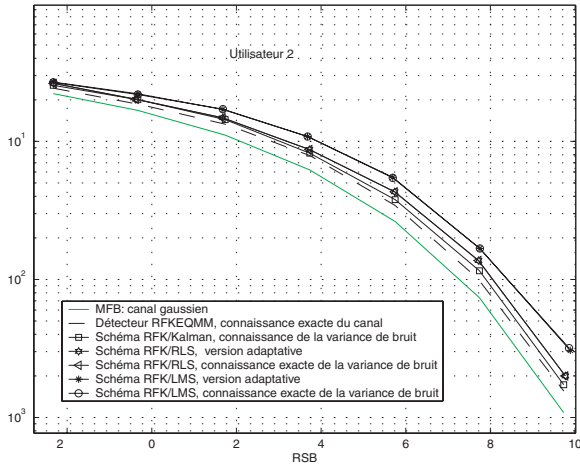


Figure 9. Performances du détecteur RFK-EQMM avec une estimation du canal, accès synchrone,  $K = 3$ ,  $L = 7$ ,  $\tilde{k} = 2$ .

Dans le cas d'un canal variant dans le temps, nous avons conduit une simulation avec un canal évoluant selon l'équation de transition Markovienne suivante :

$$\mathbf{h}(m) = \mathbf{h}(m-1) + \mathbf{w}(m) \quad (30)$$

avec  $\sigma_w^2 = 5 * 10^{-5}$  : variance de bruit  $\mathbf{w}(m)$ .

$$\begin{aligned} \mathbf{h}(0) &= [\mathbf{h}_1(0)^T \dots \mathbf{h}_K(0)^T] \\ &= [[0.802; 0.535; 0.267]^T \dots [0.802; 0.535; 0.267]^T] \end{aligned}$$

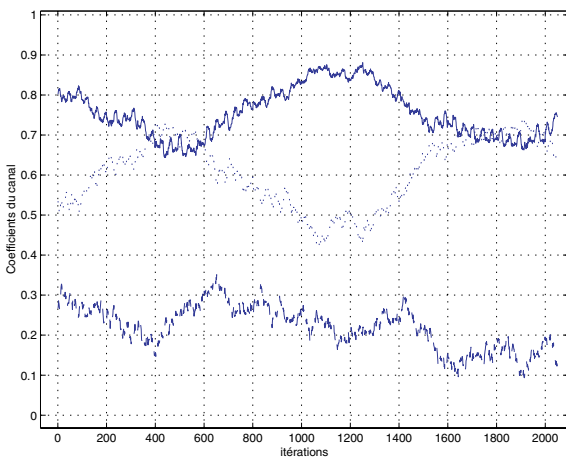


Figure 10. Exemple d'évolution du canal de propagation en fonction des itérations suivant le modèle Markovien.

La variance du bruit  $\sigma_w^2$  est supposée connue. La figure 11 montre les bonnes performances du schéma RFK/Kalman par rapport au RFK/RLS en supposant un canal variant (voir l'évolution des coefficients sur la figure 10). La propagation de l'erreur d'estimation du canal est contrôlée par la structure RFK/Kalman. Lorsque l'estimation EQMM est consistante, le filtre de Kalman poursuit la vraie moyenne du canal. Sinon, l'estimation n'est pas aussi précise mais l'algorithme correspondant reste stable. Nous avons évalué, aussi, les performances du schéma RFK/RLS quand la variance de bruit est estimée en ligne.

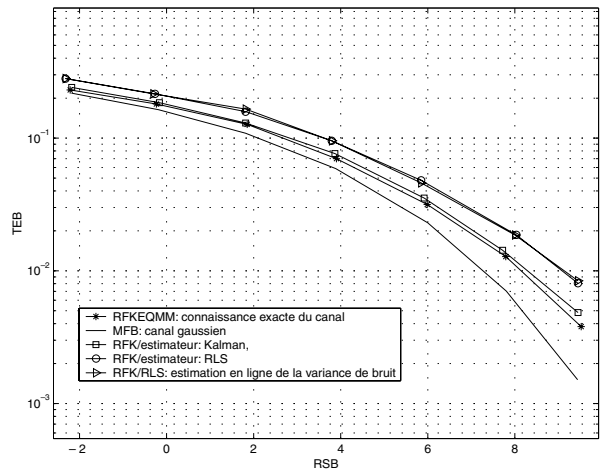


Figure 11. Performances du détecteur RFK-EQMM avec une estimation du canal variant dans le temps, accès synchrone,  $K = 3$ ,  $L = 7$ ,  $\tilde{k} = 2$ .

## 7. Conclusion

Dans cet article, nous avons proposé un détecteur multi-utilisateurs structuré sous la forme d'un Réseau de Filtrés de Kalman (RFK) fonctionnant en parallèle basé sur l'approximation par une somme pondérée de Gaussiennes (SPG) de la densité de probabilité *a posteriori* des symboles à estimer sachant les observations. Nous avons montré que la SPG se propage au cours des itérations sous la forme d'une structure de RFK. À chaque itération, nous réinjectons une seule Gaussienne ayant la moyenne et la matrice de covariance de l'estimée EQMM de l'état. D'où l'appellation : détecteur basé sur un RFK à retour EQMM. Ses performances sont nettement meilleures que les structures linéaires (EQMM, décorrélateur, filtre de Kalman) et à retour de décision (DFE). Le détecteur RFK-EQMM est un détecteur centralisé qui annule l'IIS et l'IIU. Sa supériorité, en terme de TEB, s'accompagne d'une complexité exponentielle en fonction du nombre des utilisateurs. Une version moins complexe, le RFK en multi-étages, a été déjà proposée dans [19], rendant linéaire le nombre de filtres de Kalman en fonction du nombre des utilisateurs dans la structure.

## 8. Annexe 1 : Dérivation du modèle

Considérons un système AMRC asynchrone à  $K$  utilisateurs actifs (voir figure (12)). Notons par  $d_i(mT_s)$  le symbole du  $i^{\text{ème}}$  utilisateur transmis sur l'intervalle  $[mT_s, (m+1)T_s[$  où  $T_s$  représente la période symbole. Dans la suite nous omettons la période  $T_s$ . Notons par  $\mathbf{c}_i = [c_i^0, \dots, c_i^{L-1}]^T$  le code d'étalement de l'utilisateur  $i$ .  $L$  désigne le facteur d'étalement.

$\{d'_i(nT_c)\}$  représente le suréchantillonnage du train de symboles  $\{d_i(mT_s)\}$  d'un facteur de  $L$ ,

$$d'_i(T_cn) = \begin{cases} d_i(mT_s) & \text{si } n = mL \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (31)$$

Cette opération de suréchantillonnage va nous permettre dans la suite de dériver l'expression du canal équivalent, incluant l'opération de l'étalement et le canal de propagation. En effet, l'opération d'étalement peut se représenter par un simple produit ou par une opération de convolution.

Le signal transmis par le  $i^{\text{ème}}$  utilisateur est noté par  $s_i(t)$  tel que  $s_i(t) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} d'_i(n)c_i(t - nT_c)$ ,

où  $c_i(t) = \sum_{q=0}^{L-1} c_i^q \psi(t - qT_c)$ .

$s_i(t)$  désigne la séquence de chip émise par l'utilisateur  $i$ .  $T_c$  représente la période chip avec  $T_s = LT_c$ .  $\psi(t)$  représente la fenêtre de mise en forme de durée  $T_c$ .

Chaque utilisateur est caractérisé par un canal de transmission, supposé sélectif en fréquence et invariant au cours du temps, noté par  $\tilde{h}^{(i)}(t)$ ,  $i = 1, \dots, K$ . Ainsi, le signal reçu  $r(t)$ , au niveau du mobile, s'obtient de la manière suivante :

$$r(t) = \sum_{i=1}^K s_i(t) \star \tilde{h}^{(i)}(t) + b(t) \quad (32)$$

$$= \sum_{i=1}^K \sum_{n \in \mathbb{Z}} \tilde{h}^{(i)}(t) \star (d'_i(n)c_i(t - nT_c)) + b(t) \quad (33)$$

$$= \sum_{i=1}^K \sum_{n \in \mathbb{Z}} d'_i(n) \sum_{q=0}^{L-1} c_i^q (\tilde{h}^{(i)}(t) \star \psi(t - qT_c - nT_c)) + b(t) \quad (34)$$

où  $\star$  désigne le produit de convolution.  $b(t)$  est un bruit blanc additif Gaussien centré de densité spectrale  $\sigma_b^2$ .

Le canal global contenant l'effet de la fenêtre de mise en forme et les effets de la propagation (multi-trajets, retard) du  $i^{\text{ème}}$  utilisateur est représenté par sa réponse impulsionnelle, notée  $h^{(i)}(t)$  :

$$h^{(i)}(t) = \tilde{h}^{(i)} \star \psi(t) \quad (35)$$

A la réception, le signal reçu,  $r(t)$ , est échantillonné au rythme  $T_c$  permettant d'avoir un modèle à temps discret au rythme chip. Le  $k^{\text{ème}}$  échantillon,  $r(t = kT_c)$ , s'écrit sous la forme suivante,

$$r(kT_c) = r(t = kT_c) = \sum_{i=1}^K \sum_{n \in \mathbb{Z}} d'_i(n) \sum_{q=0}^{L-1} c_i^q h^{(i)}((k-n-q)T_c) + b(kT_c) \quad (36)$$

Posons  $k-n=p \implies n=k-p$ . L'équation (36) s'écrit, donc, en omettant la période chip  $T_c$ ,

$$r(k) = \sum_{i=1}^K \sum_{p \in \mathbb{Z}} d'_i(k-p) \sum_{q=0}^{L-1} c_i^q h^{(i)}(p-q) + b(k) \quad (37)$$

$\tilde{g}_i(p) = \sum_{q=0}^{L-1} c_i^q h^{(i)}(p-q)$  représente la fonction du canal total incluant l'effet de l'étalement et de la convolution par le canal à multi-trajets. Ainsi, nous obtenons,

$$r(k) = \sum_{i=1}^K \sum_{p \in \mathbb{Z}} \tilde{g}_i(p) d'_i(k-p) + b(k)$$

Collectons  $L$  chips dans un vecteur  $\mathbf{r}(k) = [r(kL), \dots, r(kL+L-1)]^T$ . Soit, donc,  $l$  fixé tel que  $l \in \{0, \dots, L-1\}$ . L'échantillon  $r(kL+l)$  s'écrit,

$$r(kL+l) = \sum_{i=1}^K \sum_p \tilde{g}_i(p) d'_i(L(k - \frac{p-l}{L})) + b(kL+l) \quad (38)$$

Or, d'après l'équation (31),  $d'_i(L(k - \frac{p-l}{L})) = d_i(k-j)$  si  $p-l = jL$  c'est-à-dire  $p = l + jL$ . Ainsi, l'échantillon

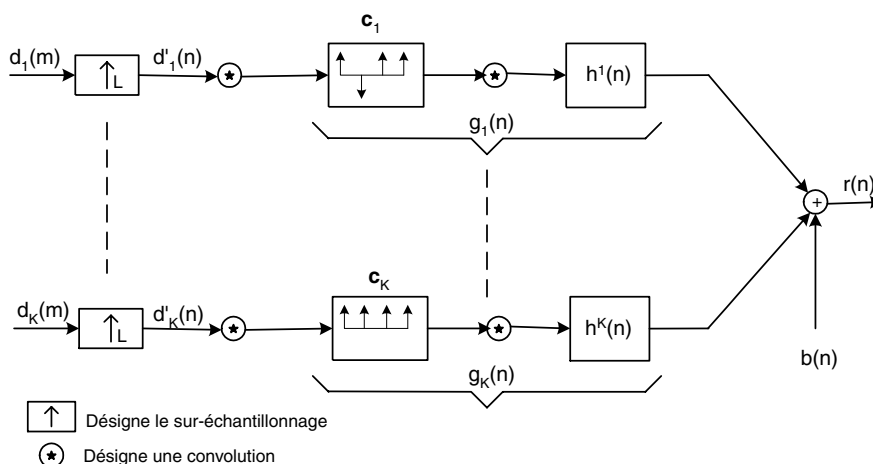


Figure 12. Synoptique général du lien montant d'un système AMRC.

$r(kL + l)$  s'écrit,

$$r(kL + l) = \sum_{i=1}^K \sum_j \tilde{g}_i(l + jL) d_i(k - j) + b(kL + l) \quad (39)$$

## 9. Annexe 2: SPG

La représentation par une somme pondérée de Gaussiennes,  $p_A$ , d'une densité de probabilité associée au vecteur aléatoire  $\mathbf{x}$  de dimension  $n$  est définie par;

$$p_A(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^l \alpha_i \mathcal{N}[\mathbf{x} - \mathbf{a}_i, \mathbf{B}_i] \quad (40)$$

où  $\mathcal{N}[\mathbf{a}, \mathbf{B}] = \exp(-\frac{1}{2} \mathbf{a}^T \mathbf{B}^{-1} \mathbf{a}) / (2\pi)^{n/2} |\mathbf{B}|^{1/2}$

et  $\sum_{i=1}^l \alpha_i = 1$  avec  $\alpha_i \geq 0, \forall i$ .

$\{\mathbf{a}_i\}_{i=1, \dots, l}$  sont des vecteurs de dimension  $n$ , et  $\{\mathbf{B}_i\}_{i=1, \dots, l}$  sont des matrices de dimension  $n \times n$ .

Il est montré dans [5] que  $p_A$  converge uniformément vers n'importe quelle densité de probabilité pratique,  $p(\mathbf{x})$  concernée, lorsque le nombre de termes  $l$  croit et les matrices de covariances  $\mathbf{B}_i$  approchent la matrice nulle. Les paramètres  $\alpha_i$ ,  $\mathbf{a}_i$  et  $\mathbf{B}_i$  de la somme (40) peuvent être choisis de diverses façons [5], mais il est plus commode de les considérer de la manière suivante. Les valeurs moyennes  $\mathbf{a}_i$  sont utilisées pour établir une grille de la densité de probabilité,  $p(\cdot)$ . Les  $\alpha_i$  sont choisis comme les valeurs normalisées de la densité (normalisées tel que  $\sum_{i=1}^l \alpha_i = 1$ ). Enfin, les matrices de covariance  $\mathbf{B}_i$  sont choisies égales à  $\varepsilon \mathbf{I}$  avec  $\varepsilon$  un scalaire positif. Nous notons que lorsque  $\varepsilon \rightarrow 0$ , les termes Gaussiens approchent les fonctions de Dirac localisées sur les valeurs moyennes  $\mathbf{a}_i$ .

## 10. Annexe 3: Expression de $\Lambda_i$

Fixons  $i, i = 1, \dots, \xi'(k)$ .

$\Lambda_i$  s'écrit, en réécrivant le terme  $\mathbf{Ad}(k)$  comme  $\mathbf{Ad}(k) = \mathbf{Ad}_i(k|k-1) + \mathbf{A}(\mathbf{d}(k) - \mathbf{d}_i(k|k-1))$ ,

$$\begin{aligned} \Lambda_i = & \frac{1}{a_i} \exp \left\{ -\frac{1}{2} [\mathbf{d}(k) - \mathbf{d}_i(k|k-1)]^T \mathbf{P}_i(k|k-1)^{-1} [\mathbf{d}(k) - \mathbf{d}_i(k|k-1)] \right\} \\ & \times \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_b^2} [(\mathbf{r}(k) - \mathbf{Ad}_i(k|k-1)) - \mathbf{A}(\mathbf{d}(k) - \mathbf{d}_i(k|k-1))]^T \right. \\ & \left. [(\mathbf{r}(k) - \mathbf{Ad}_i(k|k-1)) - \mathbf{A}(\mathbf{d}(k) - \mathbf{d}_i(k|k-1))] \right\} \quad (41) \end{aligned}$$

avec  $a_i = (2\pi)^{\frac{(kK+L)}{2}} \sigma_b^{\frac{(L)}{2}} |\mathbf{P}_i(k|k-1)|^{1/2}$  où  $|\cdot|$  désigne le déterminant d'une matrice.

En développant les termes de la deuxième exponentielle de l'équation (41), nous obtenons l'expression suivante,

$$\begin{aligned} \Lambda_i = & \frac{1}{a_i} \exp \left\{ -\frac{1}{2} [\mathbf{d}(k) - \mathbf{d}_i(k|k-1)]^T \left[ \mathbf{P}_i(k|k-1)^{-1} + \frac{\mathbf{A}^T \mathbf{A}}{\sigma_b^2} \right] [\mathbf{d}(k) - \mathbf{d}_i(k|k-1)] \right\} \\ & \times \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_b^2} (\mathbf{r}(k) - \mathbf{Ad}_i(k|k-1))^T (\mathbf{r}(k) - \mathbf{Ad}_i(k|k-1)) \right\} \\ & \times \exp \left\{ \frac{1}{2\sigma_b^2} 2(\mathbf{d}(k) - \mathbf{d}_i(k|k-1))^T \mathbf{A}^T (\mathbf{r}(k) - \mathbf{Ad}_i(k|k-1)) \right\} \quad (42) \end{aligned}$$

Définissons, alors,  $\mathbf{P}_i(k|k)$  comme suit,

$$\mathbf{P}_i(k|k) = \left[ \mathbf{P}_i(k|k-1)^{-1} + \frac{\mathbf{A}^T \mathbf{A}}{\sigma_b^2} \right]^{-1} \quad (43)$$

L'équation (43) nous permet d'obtenir en appliquant le lemme d'inversion matricielle,

$$\mathbf{P}_i(k|k) = \mathbf{P}_i(k|k-1) - \mathbf{K}_i(k) \mathbf{A} \mathbf{P}_i(k|k-1) \quad (44)$$

$$\mathbf{K}_i(k) = \mathbf{P}_i(k|k-1) \mathbf{A}^T [\sigma_b^2 \mathbf{I}_{L \times L} + \mathbf{A} \mathbf{P}_i(k|k-1) \mathbf{A}^T]^{-1} \quad (45)$$

On peut montrer d'après les équations (43) et (45), que

$$\mathbf{P}_i(k|k)^{-1} \mathbf{K}_i(k) = \frac{\mathbf{A}^T}{\sigma_b^2} \quad (46)$$

En introduisant l'expression suivante,

$$\mathbf{d}_i(k|k) = \mathbf{d}_i(k|k-1) + \mathbf{K}_i(k) [\mathbf{r}(k) - \mathbf{Ad}_i(k|k-1)] \quad (47)$$

nous pouvons montrer qu'après quelques arrangements, l'équation (42) s'écrit comme suit:

$$\begin{aligned} \Lambda_i = & \frac{1}{a_i} \exp \left\{ -\frac{1}{2} [\mathbf{d}(k) - \mathbf{d}_i(k|k)]^T [\mathbf{P}_i(k|k)]^{-1} [\mathbf{d}(k) - \mathbf{d}_i(k|k)] \right\} \times \\ & \exp \left\{ -\frac{1}{2} [\mathbf{r}(k) - \mathbf{Ad}_i(k|k-1)]^T \right. \\ & \left. \left[ \frac{\mathbf{I}_{L \times L}}{\sigma_b^2} - \mathbf{K}_i(k)^T \mathbf{P}_i(k|k)^{-1} \mathbf{K}_i(k) \right] [\mathbf{r}(k) - \mathbf{Ad}_i(k|k-1)] \right\} \quad (48) \end{aligned}$$

En remarquant que  $\left[ \frac{\mathbf{I}_{L \times L}}{\sigma_b^2} - \mathbf{K}_i(k)^T \mathbf{P}_i(k|k)^{-1} \mathbf{K}_i(k) \right]^{-1} = \sigma_b^2 \mathbf{I}_{L \times L} + \mathbf{A} \mathbf{P}_i(k|k-1) \mathbf{A}^T$ , le terme  $\Lambda_i$  s'écrit sous la forme suivante:

$$\Lambda_i \simeq \mathcal{N}(\mathbf{d}(k) - \mathbf{d}_i(k|k), \mathbf{P}_i(k|k)) \times \beta_i(k) \quad (49)$$

$$\beta_i(k) = \mathcal{N}(\mathbf{r}(k) - \mathbf{Ad}_i(k|k-1), \sigma_b^2 \mathbf{I}_{L \times L} + \mathbf{A} \mathbf{P}_i(k|k-1) \mathbf{A}^T) \quad (50)$$

# Références

- [1] J. THIELECKE, "A state-space multiuser detector for CDMA systems," *IEEE International Conference on communications*, vol. 3, pp. 1762-1767, May 1993.
- [2] T.J. LIM and Y. MA, "The Kalman filter as the optimal minimum mean-squared error multiuser CDMA detector," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 46, No 7, pp. 2561-2566, November 2000.
- [3] T.J. LIM, L.K. RASMUSSEN, and H. SUGIMOTO, "An asynchronous multiuser CDMA detector based on the Kalman filter," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 16, No 9, pp. 1711-1722, Dec 1998.
- [4] B.D.O. ANDERSON and J.B. MOORE, *Optimal Filtering*, Prentice-Hall, Electrical engineering series, 1979.
- [5] D.L. ALSPACH and H.W. SORENSON, "Nonlinear Bayesian estimation using gaussian sum approximation," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 17, Aug. 1972.
- [6] E.W. KALMAN and J.K. SU, *Introduction to Optimal Estimation*, Springer, Sept 1999.
- [7] G. CHEN, *Approximate Kalman Filtering*, World Scientific, 1993.
- [8] C.J. MASRELIEZ, "Approximate non-Gaussian filtering with linear state and observation relations," *IEEE Trans. on Automatic control*, vol. 20, pp. pp. 107-110, 1975.
- [9] S. MARCOS, "A network of adaptive Kalman filters for data channel equalization," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 48, No 9, pp. 2620-2627, Sept 2000.
- [10] P. GROHAN, *Egalisation adaptative non linéaire : structure utilisant des filtres de Volterra ou des filtres de Kalman*, Ph.D. thesis, Université Paris Sud, Faculté d'Orsay, Sept 1997.
- [11] A.W. VAN-DER-VAART, *Asymptotic statistics*, Cambridge series in statistical and probabilistic mathematics, Univeristy Press, 2000.
- [12] J.G. PROAKIS, *Digital Communications (Third Edition)*, McGraw-Hill, 1995.
- [13] B. SAYADI and S. MARCOS, "A network of Kalman filters based detector for joint MAI and ISI suppression in asynchronous DS-CDMA systems," *IEEE International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications*, ISSSTA02, vol. 2, pp. 511-515, Prague, Sept 2002.
- [14] C. TIDESTAV, "Designing equalizers based on explicit channel models of direct-sequence code-division multiple access systems," Tech. Rep., UPTEC 96025R, Uppsala university, Sweden, 1996.
- [15] M. LATVA-AHO and M.J. JUNTTI, "LMMSE detection for DS-CDMA systems in fading channels," *IEEE Transactions on communications*, vol. 48, No 2, pp. 194-199, February 2000.
- [16] F. SWARTS, P.V. ROOYEN, I. OPPERMANN, and M. LOTTER, *CDMA Techniques for 3rd Generation Mobile Systems*, Kluwer academic publisher, May 1999.
- [17] R. AMARA, *Egalisation de canaux linéaires et non linéaires : Approche Bayésienne*, Ph.D. thesis, Universit Paris sud, faculté d'Orsay, Janvier 2002.
- [18] B. SAYADI, *Détection multi-utilisateurs par Réseau de Filtres de Kalman en parallèle*, Ph.D. thesis, Université d'Orsay, Paris 11, Décembre 2003.
- [19] B. SAYADI and S. MARCOS, "A hybrid sic/pic detector based on a reduced network of kalman filters for DS-CDMA systems over multipath fading channels," *The 2004 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, ICASSP 2004*, pp. 977-980, 2004.



Bessem Sayadi

Bessem Sayadi est chercheur chez Alcatel-Lucent Bell Labs et membre d'Alcatel-Lucent Technical Academy. Il est ingénieur de l'École Supérieure des Télécommunications de Tunis (1999) et docteur de l'université Paris-Sud 11 (2003). Il a occupé le poste de Post-Doc chez CNRS, équipe de traitement des images et du signal entre 2004 et 2005. En 2006, il était ingénieur de recherche chez Orange Labs. Ses domaines d'intérêt sont la technologie de broadcast DVB-SH, la compression vidéo et le multiplexage statistique, la théorie bayésienne et la théorie de codage. Il est relecteur régulier de plusieurs journaux et conférences.



Sylvie Marcos

Sylvie Marcos est ingénieur de l'école Centrale de Paris (1984). Elle obtient son doctorat (1987) ainsi que son habilitation à diriger la recherche (1995) à l'université d'Orsay (Paris XI). Elle est directeur de recherche au CNRS et travaille au laboratoire des signaux et systèmes (LSS) à Supélec (Gif sur Yvette). Ses domaines de recherche sont le filtrage adaptatif linéaire et non-linéaire, le traitement spatial et spatio-temporel du signal avec des applications aux radio-communications, à l'acoustique sous-marine et au radar, l'égalisation de canaux de transmission et la détection multi-utilisateurs en CDMA avec recherche de séquences d'étalement.