

2. Modèle des signaux et principe du filtrage

Stéphanie Bidon

*Université de Toulouse
Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace
Département Électronique Optronique et Signal
10 avenue Edouard Belin
F-31055 Toulouse cedex 4
stephanie.bidon@isae.fr*

RÉSUMÉ. Cet article présente le modèle classique des signaux reçus sur l'antenne réseau d'un système radar aéroporté à bande étroite. Ce modèle est communément reconnu et adopté par la communauté STAP (Space Time Adaptive Processing). Quelques approximations seront faites sur le scénario radar envisagé afin de se concentrer sur les aspects essentiels du filtrage spatio-temporel adaptatif. Le principe du filtrage sera ensuite présenté.

ABSTRACT. This paper presents the data model for signals received on the antenna array of an airborne radar system. This model is acknowledged and deeply used by the STAP community. To introduce and comprehend basics about STAP signals a simple geometry will be considered for the radar scenario. Finally, principles of STAP filtering will be presented.

MOTS-CLÉS : filtrage, traitement spatio-temporel adaptatif, détection et estimation radar.

KEYWORDS: filtering, space-time adaptive processing, adaptive detection, estimation.

DOI:10.3166/TS.28.35-56 © 2011 Lavoisier, Paris

Extended abstract

Most radar systems aim at informing the operator about the presence or absence of targets of interest in the observed scene. To do so, electromagnetic pulses are emitted and signal returns are analyzed. Typically, the analysis is performed range cell by range cell. A range cell stands for a portion of the space at a certain distance from the radar and whose dimension is set by the waveform resolution. For each cell, the signal processing chain has to extract correctly the signal of interest (i.e., the target) embedded in noise. The noise is mainly due to thermal noise, possibly jammers, and echoes which differ from the target. These undesired returns are referred to as clutter and are essentially due to the ground.

For airborne radar systems, ground clutter is distributed in angle and in Doppler due to the motion of the platform. More specifically, clutter is situated in the angle-Doppler domain in a locus that is mainly determined by the geometry of the scenario. Flight parameters, configuration of the radar antenna, pointing direction and ground elevation are hence parameters that mainly influence the clutter location. For instance, for a perfect sidelooking antenna, the clutter is located on a line in the angle-Doppler domain.

To extract the echo of a slow moving target from ground clutter, it is thus necessary to discriminate both signals with respect to their direction of arrival (DOA) and their velocity. In other words, a space-time processing is required. Although such filtering technique was not feasible a few years ago due to technology limitations, it has become nowadays feasible thanks to the introduction of active electronically scanned arrays (Lacomme *et al.*, 2001). Within this context, many algorithms have thus been designed for detecting slow moving targets competing with clutter; these techniques are referred to as space-time adaptive processing (STAP).

To comprehend the essence of STAP, it is necessary to study first the characteristics of the signal received on the antenna array. The first part of the paper presents therefore the conventional signal model that is acknowledged and deeply used by the STAP community. The three main components of the signal, i.e., the target signal, the clutter and the thermal noise, are described.

It is shown that the target echo can be easily described by a two-dimensional cisoid whose frequencies are directly related to the target's DOA and velocity respectively.

Thermal noise (receiver noise mainly) and clutter are represented by wide sense stationary random processes. Thermal noise is considered to be white spatially and temporally. On the contrary, the clutter component is correlated temporally from pulse-to-pulse and spatially between the array elements. More precisely, for each range cell, the clutter echo is seen as the superposition of a large number of independent clutter sources having zero inherent velocity. Thereby, for each clutter patch, the spatial and Doppler frequencies are linked by a specific relation that determines the clutter locus in the angle-Doppler domain. Canonical radar configurations, i.e., sidelooking and forward looking configurations, are considered to illustrate the impact of the geometry on the clutter locus.

The second part of the paper presents the principle of STAP filtering. Once the received data are sampled in space and time, the presence of targets is usually tested

- for each range cell;
- in the angular sector covered by the mainlobe antenna on transmit;
- for different velocities.

More specifically, a linear STAP filter is applied to the space-time data vector of the range gate of interest. The filter aims at suppressing clutter components while maintaining a gain on the target under test. This operation is tantamount to whitening the received data via the noise covariance matrix (thermal noise plus clutter) and, then, integrating coherently the possible target signal. As the noise covariance matrix is not known *a priori*, it is usually estimated adaptively in flight with secondary data collected from several range cells near the range gate of interest.

STAP filters are often applied in suboptimal structures where data are first projected into a lower dimension space prior to adaptation. These architectures allow one to decrease both the computational burden and the number of secondary data required to estimate correctly the noise. Two suboptimal techniques and conventional STAP performance metrics are presented in the last sections of the paper.

1. Introduction

Pour un système radar aéroporté, le fouillis de sol est étalé en angle et en Doppler du fait du mouvement de la plateforme. Plus précisément, le fouillis occupe dans l'espace des fréquences spatiales et Doppler un lieu bien précis déterminé essentiellement par la géométrie du scénario radar. Celle-ci est définie en particulier par les paramètres de vol, la position de l'antenne radar sur le fuselage, la direction d'éclairage de l'antenne, et la géométrie du terrain. Par exemple, pour une antenne disposée sur le fuselage de l'avion éclairant latéralement un sol plan, le lieu du fouillis décrit une droite dans l'espace angle-Doppler.

Les premiers systèmes radar aéroportés, ne comportant qu'une voie spatiale à la réception, n'offrent pas la capacité de discriminer les signaux arrivant de différentes directions. Dans ces conditions, une cible aérienne ou terrestre ne peut être détectée que si sa vitesse, ou, de manière équivalente, sa fréquence Doppler se trouve en dehors de la plage Doppler occupée par le fouillis de sol à cette cellule de résolution distance.

Grâce à l'introduction récente d'antennes numériques et en particulier d'antennes actives à balayage électronique (Lacomme *et al.*, 2001), il est possible aujourd'hui de mettre en œuvre des schémas de détection basés sur le traitement de signaux multi-voies. Bien que ce type de traitement soit plus coûteux d'un point de vue calculatoire, la dimension spatiale introduite permet de discriminer les composantes du signal suivant leur direction d'arrivée angulaire sur le réseau d'antennes. Ainsi, pour une cellule distance donnée, une cible ayant une fréquence Doppler identique à celle d'un élément de sol peut être détectée si leurs directions d'arrivée respectives diffèrent suffisamment.

Nous présentons par la suite plus en détail le modèle classique (Ward, 1994) des signaux reçus sur un réseau d'antennes pour un système radar aéroporté. À partir de celui-ci, de nouvelles stratégies de filtrage spatio-temporel adaptatif (STAP) ont été mises en œuvre. Nous en exposons le principe dans un deuxième temps.

2. Modélisation des signaux

On présente dans cette section un modèle classique utilisé pour étudier les signaux STAP (Ward, 1994), (Melvin, 2004). Ce modèle permet de comprendre la nature et la spécificité des différentes composantes de ceux-ci. Quelques hypothèses simplificatrices seront faites afin d'illustrer des concepts essentiels du STAP. Nous décrivons ainsi ci-après un scénario simple pour un système radar aéroporté puis nous décrivons chacune des composantes du signal reçu sur le radar.

2.1. Description du scénario

2.1.1. Système de coordonnées

On considère le référentiel cartésien terrestre \mathcal{R} dans lequel est définie une base orthonormée $\mathcal{B} = (u_x, u_y, u_z)$. Les angles (ϕ, θ) représentés à la figure 1(a) permettent de définir n'importe quelle direction dans la base \mathcal{B} . Le vecteur unitaire $\mathbf{k}(\phi, \theta)$ pointant dans la direction (ϕ, θ) s'exprime alors par

$$\mathbf{k}(\phi, \theta) = [\cos(\theta) \cos(\phi) \quad \cos(\theta) \sin(\phi) \quad \sin(\theta)]^T$$

où T représente l'opérateur de transposition. Le sol est supposé plan et défini par le couple (u_x, u_y) .

2.1.2. Plateforme

La plateforme supportant le radar est supposée décrire un mouvement de translation rectiligne uniforme dans le référentiel terrestre durant une rafale. Plus précisément, le vecteur vitesse est considéré comme étant aligné sur l'axe u_x

$$\mathbf{v}_a = v_a \mathbf{u}_x$$

où v_a est la norme du vecteur \mathbf{v}_a . On désigne par h_a l'altitude de la plateforme.

2.1.3. Antenne réseau

On s'intéresse au cas simple d'une antenne linéaire uniforme (ULA, *Uniform Linear Array*) composée de N éléments et dont la distance entre deux capteurs est désignée par d . Le vecteur d'inter-espacement des capteurs est choisi par convention tel que

$$\mathbf{d} = d [\cos(\phi_a) \mathbf{u}_x + \sin(\phi_a) \mathbf{u}_y]$$

où ϕ_a représente l'angle entre le vecteur vitesse et l'axe d'alignement des éléments de l'antenne. Différents scénarios sont illustrés aux figures 1(b), 1(c) et 1(d).

On rappelle que la limite de repliement spatial dépend de la distance d'échantillonnage d et est donnée par le théorème de Shannon soit $d < \lambda_0/2$, où λ_0 représente la longueur d'onde du signal émis par le radar.

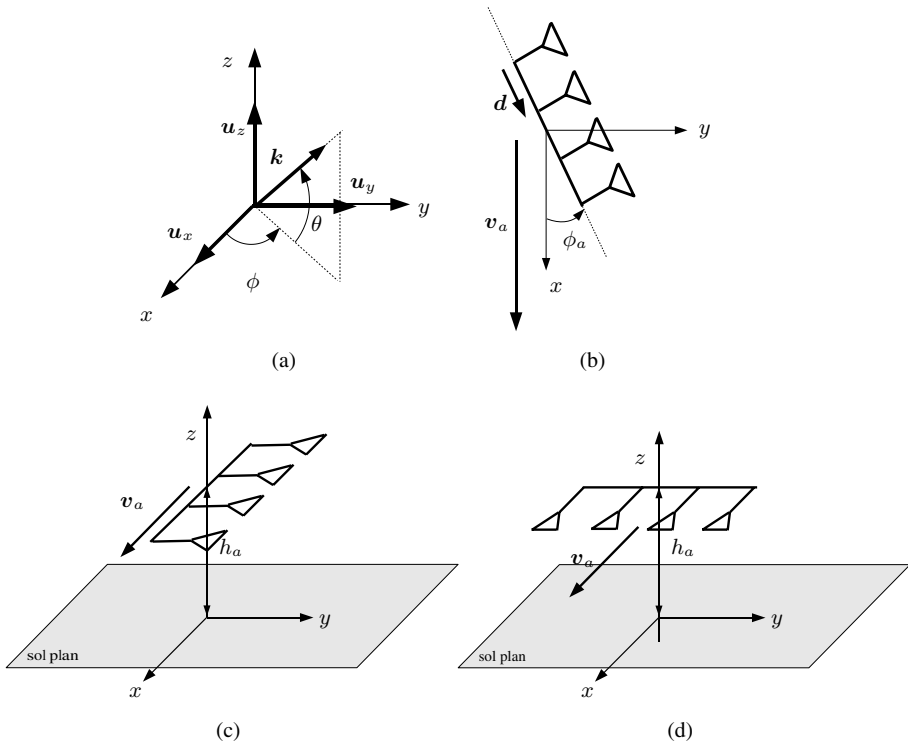


Figure 1. Géométrie du scénario radar. (a) Définition des angles d'azimut ϕ et d'élévation θ . (b) Position quelconque de l'antenne. (c) Visée latérale, $\phi_a = 0$. (d) Visée frontale, $\phi_a = -\pi/2$

2.1.4. Forme d'onde

Une rafale de M impulsions est envoyée par l'antenne du radar.

Chaque impulsion est composée d'une enveloppe complexe $u_p(t)$ de largeur de bande B (par exemple, un *chirp*) de durée τ_p et qui est mise sur une porteuse $f_0 = c/\lambda_0$. Les impulsions sont répétées à intervalle de temps régulier (PRI, *Pulse Repetition Interval*) noté $T_r = 1/f_r$ comme représenté à la figure 2. Le signal émis par le radar est donc de la forme

$$s_e(t) = \sum_{m=0}^{M-1} u_p(t - mT_r) e^{j2\pi f_0 t}. \quad [1]$$

Par la suite, on note c la célérité de l'onde dans le milieu de propagation ($c = 3e8$ m/s). L'onde émise est supposée être à bande étroite. Nous précisons cette hypothèse un peu plus loin.

2.1.5. Échantillonnage spatio-temporel

Le signal reçu est échantillonné spatialement par le réseau d’antennes. Puis sur chaque voie spatiale, après plusieurs opérations de pré-traitement représentées à la figure 3 (démodulation, filtrage adapté), le signal est échantillonné temporellement. Le rythme d’échantillonnage est fixé par la résolution temporelle de la forme d’onde et est égale à $1/B$ (Skolnik, 1970). On dispose ainsi approximativement de $L \approx BT_r$ cases distance comme représenté à la figure 2.

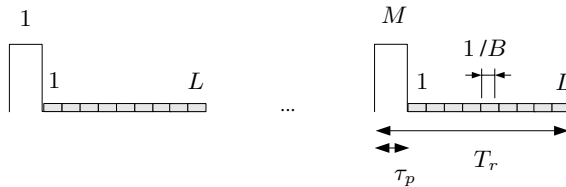


Figure 2. Échantillonnage temporel en sortie d’un élément d’antenne au rythme B

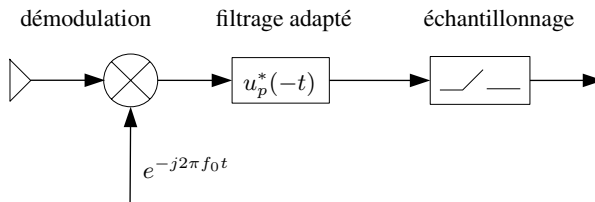


Figure 3. Étapes de pré-traitement : démodulation, filtrage adapté, échantillonnage temporel

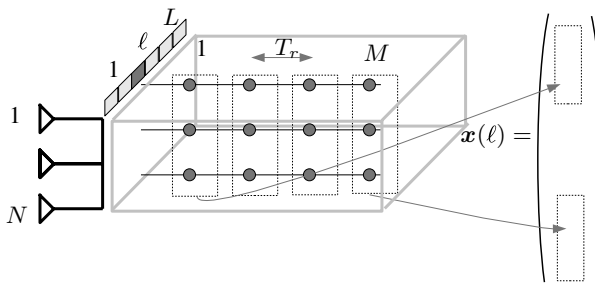


Figure 4. Rangement des données spatio-temporelles dans un cube de données $N \times M \times L$ et construction du snapshot spatio-temporel $\mathbf{x}(\ell)$

REMARQUE. – Pour un point réfléchissant à la distance R du radar pendant toute la durée de la rafale, le retard de propagation aller-retour de l’onde τ est donné par $\tau = 2R/c$. Autrement dit, la résolution distance du radar est égale à $\delta_R = c/(2B)$.

À ce stade, on dispose donc à chaque case distance de NM échantillons spatio-temporels. Traditionnellement, ces échantillons sont rangés (vue de la pensée) dans un cube de données de taille $N \times M \times L$. En empilant les réponses du réseau

d'impulsion à impulsion pour une case distance donnée ℓ , on construit alors le vecteur de données $\mathbf{x}(\ell)$ ¹ de longueur NM comme représenté à la figure 4.

2.2. Modèle du signal

On suppose que le signal reçu sur l'antenne est la somme de l'écho d'une cible, des échos du sol et du bruit thermique dû à l'agitation des électrons dans les parties résistives du récepteur radar. Le signal reçu pour une case distance donnée s'écrit donc

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_t + \mathbf{x}_c + \mathbf{x}_n$$

où les indices t, c, n se rapportent respectivement à la cible, au fouillis de sol et au bruit thermique. Également, les composantes sont considérées être indépendantes entre elles si bien que la matrice de covariance du fouillis et du bruit thermique s'exprime par

$$\mathbf{R} = \mathcal{E} \{ (\mathbf{x} - \mathbf{x}_t) (\mathbf{x} - \mathbf{x}_t)^H \} = \mathbf{R}_c + \mathbf{R}_n$$

où H représente l'opération de transposition-conjugaison et \mathcal{E} est l'espérance mathématique.

2.2.1. Signature d'une cible

Classiquement, une cible est décrite comme un point réfléchissant. On détaille ainsi ci-après la signature spatio-temporelle d'un écho provenant d'un point réfléchissant à la vitesse \mathbf{v}_p dans la direction (ϕ, θ) . On considérera que cette dernière est inchangée pendant toute la rafale. L'hypothèse bande étroite est précisée ci-après via les équations [3] et [7].

2.2.1.1. Signature spatiale

Le signal reçu sur l'élément n pour l'impulsion m est de la forme

$$s_r^{n,m}(t) = \alpha_t u_p(t - \tau_n(t) - mT_r) e^{j2\pi f_0[t - \tau_n(t)]} \quad [2]$$

pour $n = 1, \dots, N$ et $m = 0, \dots, M - 1$ et où α_t est l'atténuation complexe et $\tau_n(t)$ est le retard aller-retour de l'onde sur le capteur n . En supposant que l'onde reçue est plane, le temps maximal de traversée du front d'onde d'une ULA est égal à $(N - 1)d/c$. Par la suite, on suppose que l'enveloppe complexe $u_p(t)$ de l'impulsion reste inchangée pendant le temps de traversée du réseau, soit

$$\frac{(N - 1)d}{\lambda_0} B \ll f_0. \quad [3]$$

1. On omettra de préciser systématiquement le numéro de cases distance.

Autrement dit, le retard de propagation se traduit par un simple terme de déphasage entre capteurs

$$\begin{aligned} s_r^{n,m}(t) &= \alpha_t u_p(t - \tau_1(t) - mT_r) e^{j2\pi f_0\{t - \tau_1(t) - [\tau_n(t) - \tau_1(t)]\}} \\ &= s_r^{1,m}(t) e^{j2\pi f_0\{ -[\tau_n(t) - \tau_1(t)]\}}. \end{aligned} \quad [4]$$

Pour une onde plane, on montre aisément que

$$\tau_n(t) - \tau_1(t) = -(n - 1) \frac{d^T \mathbf{k}(\phi, \theta)}{c}$$

comme illustré à la figure 5. On définit alors le vecteur de pointage spatial qui contient les déphasages spatiaux de chaque élément par rapport à l'élément $n = 1$

$$\mathbf{a}_s(f_s) = [1 \quad e^{j2\pi f_s} \quad \dots \quad e^{j2\pi f_s(N-1)}]^T \quad [5]$$

où f_s est la fréquence spatiale normalisée et est définie par

$$f_s = \frac{d^T \mathbf{k}(\phi, \theta)}{\lambda_0}.$$

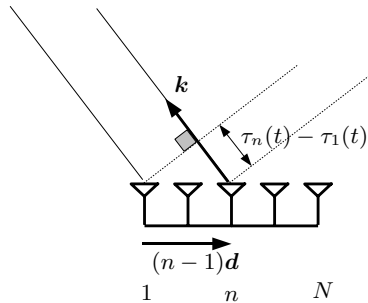


Figure 5. Délai de réception de l'onde plane entre le capteur 1 et n

2.2.1.2. Signature temporelle

Nous venons de voir que le signal reçu [4] sur un élément d'antenne pouvait s'exprimer facilement à partir du capteur de référence $n = 1$ en appliquant à ce dernier un terme de déphasage spatial. On s'intéresse alors ici au signal reçu sur le capteur de référence $n = 1$, c'est-à-dire $s_r^{1,m}(t)$. On se place sous l'hypothèse classique que la cible a une vitesse radiale v constante pendant la rafale d'impulsions. Au premier ordre, en remarquant que $v \ll c$, on a ainsi

$$\tau_1(t) = \frac{2R_0}{c} - \frac{2vt}{c} \quad [6]$$

où $v = (v_a - v_p)^T \mathbf{k}$ et R_0 est la distance initiale entre la cible et l'élément $n = 1$. Les scénarios radar STAP envisagés assurent que l'effet Doppler (dilatation ou compression du signal) n'a pas d'influence significative sur l'enveloppe complexe pendant toute la durée de la rafale, soit

$$vMT_r < \frac{c}{2B} \quad [7]$$

si bien que

$$s_r^{1,m}(t) = \alpha_t u_p \left(t - \frac{2R_0}{c} - mT_r \right) e^{j2\pi f_0 \left(t + \frac{2vt}{c} \right)} \quad [8]$$

où le paramètre α_t absorbe les termes constants. Après démodulation et filtrage adapté (voir figure 3), le signal [8] s'écrit

$$\begin{aligned} x^{1,m}(t) &= s_r^{1,m}(t) \star u_p^*(-t) \\ &= \alpha_t e^{j2\pi f_0 \frac{2v}{c} mT_r} \int_{u=-\infty}^{+\infty} u_p(u) u_p^* \left(u - \left[t - mT_r - \frac{2R_0}{c} \right] \right) e^{j2\pi f_0 \frac{2v}{c} u} du \end{aligned}$$

où \star désigne l'opérateur de convolution. La partie intégrale de l'expression précédente correspond à la fonction d'ambiguïté pour laquelle on fait classiquement l'approximation suivante (Skolnik, 1970)

$$x^{1,m}(t) = \alpha_t e^{j2\pi f_0 \frac{2v}{c} mT_r} \begin{cases} 1 & \text{si } t = \frac{2R_0}{c} + mT_r \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Autrement dit, la cible est localisée pendant toute la rafale à la case distance $\ell \approx R_0/\delta_R$ et son écho reçu sur un élément d'antenne se caractérise temporellement par un simple déphasage d'impulsion à impulsion. On définit ainsi le vecteur de pointage temporel qui contient l'ensemble des déphasages temporels par rapport à la première impulsion

$$\mathbf{a}_d(f_d) = [1 \quad e^{j2\pi f_d} \quad \dots \quad e^{j2\pi f_d(M-1)}]^T$$

où f_d est la fréquence Doppler normalisée et est définie par

$$f_d = \frac{2T_r}{\lambda_0} (\mathbf{v}_a - \mathbf{v}_p)^T \mathbf{k}(\phi, \theta)$$

2.2.1.3. Signature spatio-temporelle

En respectant la convention de rangement des échantillons présentée à la figure 4, le signal total reçu à la case distance de la cible s'exprime finalement par

$$\mathbf{x}_t = \alpha_t \mathbf{a}_t \quad \text{avec} \quad \mathbf{a}_t = \mathbf{a}(f_d, f_s)$$

et où

$$\mathbf{a}(f_d, f_s) = \mathbf{a}_d(f_d) \otimes \mathbf{a}_s(f_s) \quad [9]$$

est le vecteur de pointage spatio-temporel du point réfléchissant (\otimes représente le produit de Kronecker). Le signal de la cible correspond donc à une cisoïde

bidimensionnelle représentée par un point à la fréquence (f_d, f_s) dans l'espace angle-Doppler.

2.2.2. *Modèle du fouillis de sol*

On présente ci-après les caractéristiques angle-Doppler du fouillis du sol. Puis, on rappelle une méthode de génération simple de la matrice de covariance du fouillis basée sur le principe de superposition.

2.2.2.1. *Caractéristiques angle-Doppler*

Pour chaque point du sol, la vitesse propre $v_p = 0$ est nulle dans le référentiel terrestre \mathcal{R} . Les fréquences spatiales et Doppler sont alors données respectivement par

$$f_s = \frac{d}{\lambda_0} \cos(\theta) \cos(\phi - \phi_a) \quad \text{et} \quad f_d = \frac{2T_r v_a}{\lambda_0} \cos(\theta) \cos(\phi).$$

Pour une distance $R = h_a / |\sin(\theta)|$ fixée, on reconnaît l'équation paramétrique d'une ellipse (Ward, 1994). Pour fixer les idées, deux cas limites sont rappelés ci-après.

1) En visée latérale pure $\phi_a = 0$, le lieu occupé par le fouillis dans le domaine angle-Doppler décrit une droite d'équation

$$f_d = \beta f_s \quad \text{où} \quad \beta = \frac{2v_a T_r}{d}.$$

La pente β ne dépend pas de la distance considérée.

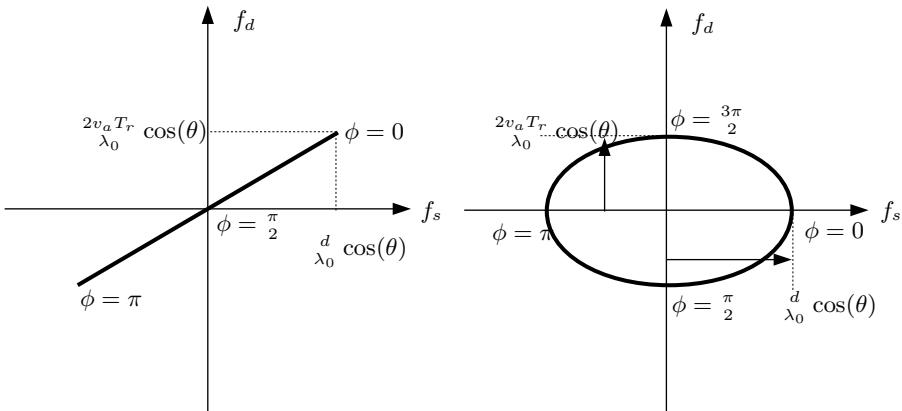


Figure 6. Lieu du fouillis de sol dans le domaine angle-Doppler (cas d'un sol plan). (a) Visée latérale. (b) Visée frontale

2) Pour une configuration d'antenne en pointe avant $\phi_a = -\pi/2$, le lieu du fouillis décrit une ellipse d'équation

$$\frac{f_s^2}{\left(\frac{d}{\lambda_0}\right)^2} + \frac{f_d^2}{\left(\frac{2T_r v_a}{\lambda_0}\right)^2} = \cos^2(\theta)$$

et dont les axes principaux sont les droites $f_s = 0$ et $f_d = 0$. La taille de l'ellipse dépend du terme $\cos(\theta)$ et donc de la distance R considérée.

Le lieu du fouillis est représenté dans l'espace angle-Doppler à la figure 6 pour ces deux configurations. Ces courbes sont évidemment à pondérer par le niveau de puissance reçue pour chaque direction (f_d, f_s) .

NOTE. – Le lecteur peut se référer aux articles (Ries *et al.*, 2008) et (Beau *et al.*, 2011) pour plus de détails sur le lieu du fouillis.

2.2.2.2. Matrice de covariance du fouillis

Pour modéliser l'écho du sol reçu à la distance R , le principe de superposition est invoqué comme suit. L'iso-distance décrite par l'intervalle $[R, R + \delta R[$ intercepte le sol en décrivant une couronne de largeur égale à $\delta R/\cos(\theta)$. Celle-ci est discrétisée en N_p éléments de sol à pas régulier en azimut de longueur $\delta\phi_p = 2\pi/N_p$ comme illustré à la figure 7. On suppose alors que l'écho de sol à la distance R se compose de la somme des N_p éléments de sol, soit

$$\mathbf{x}_c = \sum_{p=1}^{N_p} \alpha_p \mathbf{a}_d(f_{d,p}) \otimes \mathbf{a}_s(f_{s,p})$$

où l'indice p désigne le p -ième élément de sol. Les signaux reçus de chaque élément de sol sont supposés indépendants ; la matrice de covariance du fouillis s'exprime alors par

$$\mathbf{R}_c = \mathcal{E} \{ \mathbf{x}_c \mathbf{x}_c^H \} = \sum_{p=1}^{N_p} P_p \{ \mathbf{a}_d(f_{d,p}) \mathbf{a}_d(f_{d,p})^H \} \otimes \{ \mathbf{a}_s(f_{s,p}) \mathbf{a}_s(f_{s,p})^H \} \quad [10]$$

où $P_p = \mathcal{E} |\alpha_p|^2$ est la puissance de l'élément p reçue par élément d'antenne. En première approche, cette puissance peut s'obtenir via l'équation du radar (Skolnik, 1970 ; LeChevalier, 2002). Enfin, mentionnons que le modèle [10] peut être encore raffiné en prenant en compte le mouvement intrinsèque du fouillis (ICM, *Intrinsic Cutter Motion*) dû, par exemple, au mouvement des feuilles dans les arbres. Dans ce cas, l'amplitude α_p de chaque élément de fouillis fluctue d'impulsion à impulsion. Différents modèles ont été proposés et supposent que l'amplitude du patch admet une densité spectrale de puissance dont la largeur de bande varie suivant l'intensité du mouvement (Barlow, 1949), (Billingsley, 1996), (Fishbein, 1978). La matrice de covariance du fouillis s'exprime alors par

$$\mathbf{R}_c = \sum_{p=1}^{N_p} P_p \{ \mathbf{\Gamma}_p \odot \mathbf{a}_d(f_{d,p}) \mathbf{a}_d(f_{d,p})^H \} \otimes \{ \mathbf{a}_s(f_{s,p}) \mathbf{a}_s(f_{s,p})^H \}$$

où \odot désigne le produit terme à terme et $\mathbf{\Gamma}_p$ est une matrice de taille $M \times M$ représentant les fluctuations de α_p telle que

$$\mathbf{\Gamma}_p = \text{Toeplitz} \{ 1, \dots, \gamma_p(M-1) \} \quad \text{où} \quad \gamma_p(m) = \mathcal{E} \{ \alpha_p(m') \alpha_p^*(m' - m) \}.$$

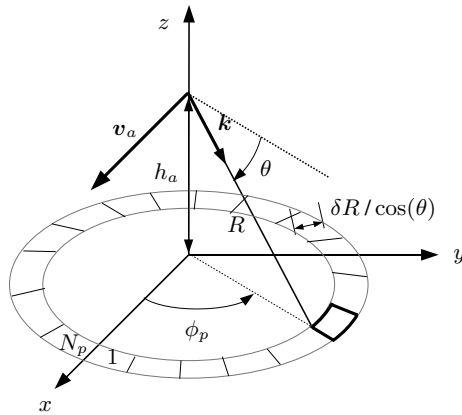


Figure 7. Sources de fouillis à la distance R pour un sol plan

Par exemple, dans le cas d'un spectre gaussien, l'autocorrélation de l'amplitude (normalisée) est donnée par

$$\gamma_p(m) = \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{4\pi\sigma_{v,p}T_r}{\lambda_0} m \right)^2 \right\}$$

où $\sigma_{v,p}$ est la déviation standard de la vitesse pour l'élément de sol p .

La composante du fouillis est traditionnellement considérée être un tirage aléatoire gaussien centré de matrice de covariance \mathbf{R}_c , ce que l'on notera

$$\mathbf{x}_c \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{R}_c)$$

La matrice de covariance du fouillis est en général de faible rang. En particulier, en visée latérale et en l'absence de Doppler propre de la végétation, son rang est donné par la loi de Brennan (Brennan, 1992)

$$r = \lfloor N + (M - 1)\beta \rfloor \tag{11}$$

où $\lfloor \cdot \rfloor$ est l'arrondi au plus proche entier.

NOTE. – Pour un radar monostatique, l'équation du radar prédit que la puissance d'un élément réfléchissant est donnée par (Skolnik, 1970 ; LeChevalier, 2002)

$$P = P_t G_t \frac{\zeta}{4\pi R^2} \frac{A_r}{4\pi R^2} \tag{12}$$

où P_t , G_t représentent la puissance de l'émetteur et le gain de l'antenne dans la direction de l'élément réfléchissant à l'émission ; ζ est la surface équivalente radar (RCS, *Radar Cross Section*) de l'élément réfléchissant, A_r est la surface efficace de l'antenne en réception. On rappelle également que la surface équivalente est définie par le produit

$$\zeta = \sigma_0 S$$

où σ_0 et S désignent respectivement la réflectivité et la surface de l'élément réfléchissant. }

REMARQUE. – On a supposé jusqu'à présent un mode radar non-ambigu en distance. Dans le cas contraire, la matrice de covariance [10] doit être modifiée en prenant en compte la contribution de chacune des distances ambiguës.

2.2.3. Le bruit thermique

Le bruit thermique présent dans le signal à traiter est dû essentiellement au premier amplificateur de la chaîne RF en réception. La densité spectrale de puissance du bruit peut être modélisée par une constante sur toute la largeur de bande B et s'exprime par

$$N_0 = k_B T_0 F$$

où k_B est la constante de Boltzmann, T_0 est la température du récepteur et F représente le facteur de bruit du premier amplificateur. La puissance du bruit thermique totale vaut, elle, $\sigma^2 = N_0 B$. En plus d'être blanc temporellement, le bruit thermique est supposé décorrélé de capteurs à capteurs. Autrement dit, la matrice de covariance spatio-temporelle du bruit thermique est telle que

$$\mathbf{R}_n = \sigma^2 \mathbf{I}_{MN}$$

où \mathbf{I}_ξ représente la matrice identité de taille $\xi \times \xi$. La composante de bruit thermique du signal est alors considérée être un tirage aléatoire gaussien centré de matrice de covariance \mathbf{R}_n , ce que l'on notera

$$\boxed{x_n \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{R}_n)}.$$

3. Principe du filtrage STAP

Nous venons de décrire une modélisation classique des signaux STAP. Celle-ci permet entre autres d'observer que la cible et le fouillis sont localisés dans le domaine des fréquences spatiale et Doppler alors que le bruit thermique, lui, est blanc spatialement et temporellement. Dans cette section, nous présentons l'architecture STAP classique mise en œuvre ayant pour but la détection de cibles. Les métriques de performance usuelles sont également introduites.

3.1. Principe de détection

Considérons le cube de données présenté précédemment à la figure 4. Classiquement la détection de cibles s'effectue case distance par case distance suivant un test d'hypothèse binaire qui décide entre l'absence ou la présence de cible à cette distance, soit respectivement

$$H_0 \quad \mathbf{x} = \mathbf{x}_u$$

$$H_1 \quad \mathbf{x} = \alpha_t \mathbf{a}_t + \mathbf{x}_u$$

où \mathbf{x}_u désigne l'ensemble des composantes indésirables du signal et \mathbf{a}_t est la signature de la cible sous test. En pratique, la fréquence spatiale de la cible est supposée connue et fixée par la direction d'éclairement du radar ; au contraire la fréquence Doppler est inconnue et testée sur un nombre discret de valeurs couvrant l'ensemble des vitesses possibles de la cible. Le test d'hypothèse consiste à comparer une statistique de test $T(\mathbf{x})$ avec un seuil η : si celle-ci dépasse le seuil, l'hypothèse H_1 est alors retenue. Deux principales stratégies existent pour construire $T(\mathbf{x})$. La première stratégie consiste à construire et à appliquer un filtre \mathbf{w} qui aura pour but de supprimer le fouillis. La puissance en sortie de filtrage $|\mathbf{w}^H \mathbf{x}|^2$ est ensuite normalisée et comparée à un seuil. La seconde stratégie consiste à construire directement en une seule étape la statistique de test en s'appuyant par exemple sur le principe du rapport de maximum de vraisemblance généralisé (GLR) (Kay, 1998) ou bien sur le principe d'invariance (Bose *et al.*, 1995). Un filtre STAP \mathbf{w} peut être dans ce cas déterminé *a posteriori* à partir de l'expression de $T(\mathbf{x})$.

3.2. Traitements optimal et sous-optimaux

3.2.1. Traitement optimal et problèmes de mise en œuvre

Le filtre optimal réjecteur de fouillis est défini comme celui qui maximise le rapport signal-à-bruit-plus-interférences

$$SINR(\mathbf{w}) = \mathcal{E}\{|\alpha_t|^2\} \frac{|\mathbf{w}^H \mathbf{a}_t|^2}{\mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w}} \quad [13]$$

et s'exprime par (Brennan *et al.*, 1973)

$$\mathbf{w}_{opt} \propto \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}_t \quad \text{avec} \quad SINR_{opt} = \mathcal{E}\{|\alpha_t|^2\} \mathbf{a}_t^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}_t \quad [14]$$

où α représente l'opérateur de proportionnalité. Le filtrage optimal nécessite donc la connaissance de la matrice de covariance \mathbf{R} . En pratique, celle-ci n'est pas connue et est estimée grâce au signal reçu sur des cases distance adjacentes à celle sous test. La chaîne de détection mise en place comporte généralement les étapes suivantes illustrées sur la figure 8 :

1) stratégie d'entraînement : K données secondaires $\{\mathbf{x}_k\}$ sont sélectionnées suivant des critères d'homogénéité avec la cellule sous test (ressemblance du fouillis entre \mathbf{x}_k et \mathbf{x}),

2) estimation : à partir des K données secondaires, une matrice $\hat{\mathbf{R}}$ est construite comme l'estimée de la matrice de covariance \mathbf{R} ,

3) adaptation : le filtre $\mathbf{w} \propto \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{a}_t$ est appliqué au vecteur de données \mathbf{x} ,

4) détection : finalement la statistique de test $T(\mathbf{x})$, fonction de la puissance en sortie de filtrage, est comparée au seuil η choisi.

La première version adaptative du filtre optimum [14] a été introduite dans (Reed *et al.*, 1974). Elle consiste à remplacer la matrice \mathbf{R} par la matrice de covariance des échantillons lorsque $K > NM$

$$\hat{\mathbf{R}}_{SCM} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^H. \quad [15]$$

Le filtrage associé $\mathbf{w}_{SMI} \propto \hat{\mathbf{R}}_{SCM}^{-1} \mathbf{a}_t$ est dénommé algorithme SMI (*Sample Matrix Inversion*). Lorsque les données secondaires sont gaussiennes indépendantes et identiquement distribuées (iid), [15] est l'estimateur du maximum de vraisemblance (ML, *Maximum Likelihood*).

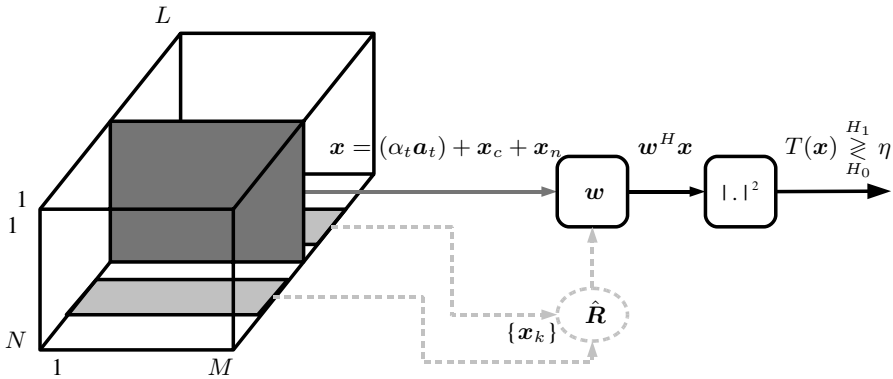


Figure 8. Architecture d'un traitement STAP classique

Il est essentiel de noter que l'architecture présentée sur la figure 8 est très générique. De nombreux traitements STAP incluent également une étape de réduction de la dimension de l'espace d'adaptation afin de

- réduire le coût calculatoire qui peut être prohibitif en pleine dimension NM (dû à l'inversion d'une matrice de grande taille) ;
- réduire le nombre de données secondaires nécessaires pour l'estimation de \mathbf{R} ; en effet il n'est pas évident de disposer d'un nombre suffisant de cellules homogènes à celle-sous test.

Ces algorithmes sont dits sous-optimaux.

3.2.2. Exemples de traitements sous-optimaux

Dans cette section, on présente deux algorithmes STAP sous-optimaux couramment rencontrés dans la littérature : l'*element space pre Doppler* et l'EFA (*Extended Factored Algorithm*). Ceux-ci sont également utilisés dans ce numéro spécial dans (Savy *et al.*, 2011) et (Bidon *et al.*, 2011).

3.2.2.1. Structure pre-Doppler

L'algorithme *element space pre Doppler* présenté dans (Ward, 1994) et appelé filtre FIR² STAP dans (Klemm, 2002) réalise l'adaptation sur un nombre limité d'impulsions. Il comporte les étapes suivantes (voir figure 9).

1) Sur une porte distance donnée, la matrice spatio-temporelle *des données* est découpée en $M - M' + 1$ jeux de données via un fenêtrage glissant de longueur M' . $\mathbf{x}^{(m)}$ est le vecteur de longueur NM' associé à la m -ième fenêtrage glissante.

2) Sur chacune des fenêtrages glissantes, un filtre adaptatif réjecteur du fouillis $\mathbf{w}^{(m)}$ est appliqué sur le jeu de données correspondant. Celui-ci met en jeu l'estimation d'une matrice de covariance de taille $NM' \times NM'$.

3) Une transformée de Fourier (FFT en pratique, *Fast Fourier Transform*) est effectuée sur l'ensemble des $M - M' + 1$ sorties obtenues. Cette dernière opération permet de regagner le gain sur la cible perdu initialement par la réduction de dimension à la première étape.

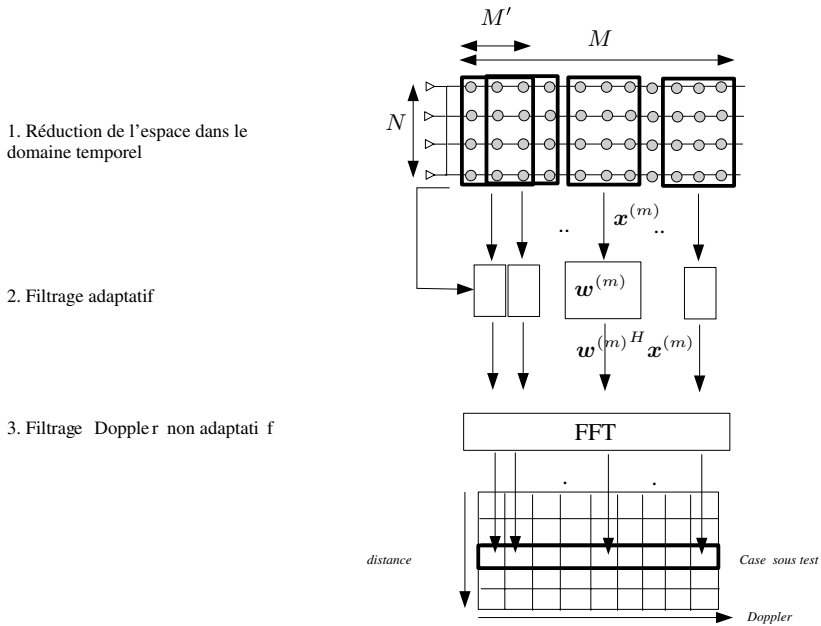


Figure 9. Représentation schématique de l'algorithme *element space pre-Doppler*

Un des avantages de la structure pré-Doppler est qu'elle permet de n'estimer qu'une seule matrice de covariance. En effet, en supposant que le signal du bruit et des interférences est stationnaire (au sens statistique) sur la rafale, la matrice de covariance de petite dimension ne dépend pas de la sous-fenêtre considérée

$$\mathcal{E} \left\{ \mathbf{x}^{(m)} \mathbf{x}^{(m)H} \right\} = \tilde{\mathbf{R}}.$$

2. Finite Impulse Response.

Le filtre STAP est alors indépendant également de la sous-fenêtre et s'exprime par

$$\mathbf{w}^{(m)} \propto \tilde{\mathbf{R}}^{-1} \tilde{\mathbf{a}}_t$$

où $\tilde{\mathbf{a}}_t$ est le vecteur de pointage de la cible sous test de longueur NM' . Ce dernier correspond au vecteur \mathbf{a}_t lorsque le nombre d'impulsions est pris égal à M' . Notons que certains auteurs (Klemm, 2002) ont proposé de choisir plutôt $\tilde{\mathbf{a}}_t$ tel que

$$\tilde{\mathbf{a}}_t = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \mathbf{a}_t$$

ce qui correspond en quelque sorte à pointer sur toutes les fréquences Doppler lors de l'adaptation. Ce choix engendre quelques pertes sur le filtrage mais permet de décroître la charge calculatoire. Enfin, notons que le nombre de données secondaires peut être largement réduit dans une telle structure. En effet, pour chaque case distance d'entraînement k , on dispose alors de $M - M' + 1$ données pour estimer $\tilde{\mathbf{R}}$. Traditionnellement, cette matrice est estimée grâce à la matrice de covariance des échantillons donnée par

$$\hat{\tilde{\mathbf{R}}} = \frac{1}{K(M - M' + 1)} \sum_{k=1}^K \sum_{m=0}^{M-M'+1} \mathbf{x}_k^{(m)} \mathbf{x}_k^{(m)H}$$

Notons enfin que le choix de M' peut être délicat et doit répondre au compromis suivant : M' ne doit pas être trop petit pour assurer une réjection correcte du fouillis, M' ne doit pas être trop grand sinon la charge calculatoire et le nombre de données secondaires ne sont pas significativement diminués.

3.2.2.2. Structure post-Doppler

La technique EFA décrite initialement dans (Dipietro, 1992) est un algorithme post-Doppler, c'est-à-dire qu'il réalise l'étape d'adaptation dans l'espace des fréquences Doppler et non dans celui du temps long. L'algorithme comprend les étapes suivantes :

- 1) appliquer une transformée de Fourier en sortie de chaque voie spatiale,
- 2) sélectionner M' cases Doppler autour de la case Doppler m pour lequel on teste la présence d'une cible,
- 3) effectuer l'adaptation sur une dimension de taille NM' grâce au filtre $\mathbf{w}^{(m)}$ propre à la case Doppler m .

Le principe de l'EFA est illustré sur la figure 10. Sur le nouvel espace d'adaptation de taille $M'N$, les filtres $\mathbf{w}^{(m)}$ peuvent être choisis par exemple suivant une approche SMI, c'est-à-dire

$$\mathbf{w}^{(m)} \propto \hat{\tilde{\mathbf{R}}}_m^{-1} \mathbf{a}_{t,m} \quad \text{avec} \quad \hat{\tilde{\mathbf{R}}}_m = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{x}_k^{(m)} \mathbf{x}_k^{(m)H}$$

où $\mathbf{a}_{t,m}$ et $\mathbf{x}_k^{(m)}$ désignent respectivement le vecteur de pointage et le vecteur de données secondaires \mathbf{x}_k après transformée de Fourier sur la dimension temporelle et sélection des M' cases autour de la case m .

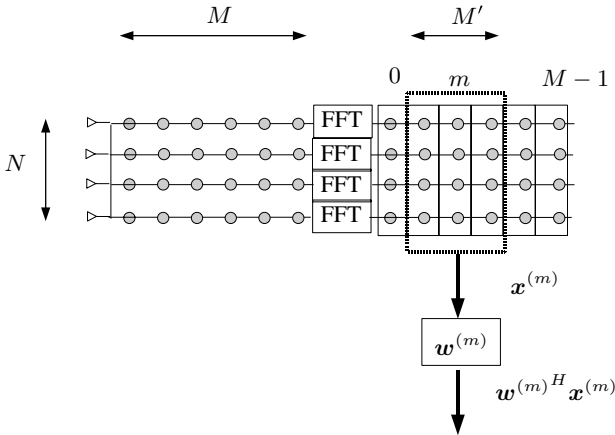


Figure 10. Représentation schématique de l'algorithme EFA

Un des avantages de l'EFA est qu'il permet de localiser dans le domaine Doppler les cibles et le fouillis avant l'étape d'adaptation. Ceci peut être avantageux dans un cas par exemple où la cellule sous test contient plusieurs cibles (Bidon *et al.*, 2011). Notons enfin que, tout comme pour l'*element space pre Doppler*, le choix du nombre de cases Doppler M' peut être délicat et doit répondre au compromis suivant : M' ne doit pas être trop petit pour assurer une réjection correcte du fouillis, M' ne doit pas être trop grand sinon la charge calculatoire et le nombre de données secondaires ne sont pas significativement diminués.

3.3. Métriques de performance

Pour apprécier la pertinence d'un traitement STAP, plusieurs métriques peuvent être considérées. On présente ci-après celles qui sont principalement utilisées dans la littérature. Notons que certaines d'entre elles nécessitent la connaissance exacte de la matrice de covariance \mathbf{R} et ne sont donc utilisables que sur des données synthétiques dont le scénario est parfaitement maîtrisé.

3.3.1. Diagramme adapté

Le diagramme adapté représente le gain du filtre STAP pour toutes les directions (f_d, f_s) de l'espace angle-Doppler. Il est ainsi défini par la fonction

$$(f_d, f_s) \mapsto |\mathbf{w}^H \mathbf{a}(f_d, f_s)|^2. \tag{16}$$

Ce diagramme est le pendant du diagramme de Bode en puissance d'un filtre unidimensionnel. Il permet ainsi d'apprécier la capacité du filtre \mathbf{w} à couper les

fréquences occupées par le fouillis tout en assurant un gain sur la fréquence spatio-Doppler de la cible.

3.3.2. Pertes en rapport signal à bruit-plus-interférences

À partir du SINR [13] et du filtre optimal [14], différentes expressions de pertes en SINR peuvent être définies. Ainsi, on s'intéresse souvent au ratio

$$\frac{SINR}{SNR_{opt}} \quad [17]$$

où SNR_{opt} désigne le rapport signal à bruit (SNR) sans interférences obtenu dans le cas clairvoyant (la matrice de covariance est connue). Cette métrique permet d'observer les pertes du filtrage par rapport à un environnement sans interférences. On s'intéresse également souvent au ratio

$$\frac{SINR}{SINR_{opt}} \quad [18]$$

qui permet de quantifier les pertes du filtre \mathbf{w} par rapport au filtrage optimal \mathbf{w}_{opt} .

REMARQUE. – Dans (Reed *et al.*, 1974), les auteurs étudient en milieu gaussien homogène la rapidité de convergence de l'algorithme SMI. Ils montrent que la moyenne statistique de [18] suit une loi bêta dont la moyenne est donnée par

$$\mathcal{E} \frac{SINR(\mathbf{w}_{SMI})}{SINR_{opt}} = \frac{K + 2 - NM}{K + 1} \quad [19]$$

Celle-ci, dénommée la loi de Reed, Mallett et Brennan, ne dépend que du nombre de données secondaires K et de la dimension d'adaptation NM .

3.3.3. Estimation de la matrice de covariance

La qualité du filtre \mathbf{w} dépend de la qualité d'estimation de la matrice de covariance $\hat{\mathbf{R}}$. On peut donc s'intéresser directement aux performances d'estimation de cette dernière. Celles-ci sont généralement quantifiées en termes de distance entre la matrice estimée et la matrice exacte. La distance euclidienne est souvent considérée (Kay, 1993)

$$\|\hat{\mathbf{R}} - \mathbf{R}\|^2$$

bien que pour une problématique de détection d'autres distances peuvent s'avérer plus pertinentes (Oudin *et al.*, 2009), par exemple la distance de Siegel (Siegel, 1964) qui est définie sur l'ensemble des matrices Hermitiennes positives par

$$\left\| \log \left(\mathbf{R}^{-1/2} \hat{\mathbf{R}} \mathbf{R}^{-1/2} \right) \right\|^2.$$

3.3.4. Probabilités de détection

Les métriques présentées jusqu'ici ont l'avantage d'être des méthodes relativement rapides à mettre en œuvre. En revanche, elles ne permettent pas d'apprécier complètement l'objectif final du traitement qui est la détection de cibles.

Pour ceci, on considère la probabilité de détection (PD) lorsque la probabilité de fausse alarme (PFA) fixée (Kay, 1998) qui sont définies respectivement par

$$P_d = P [T(\mathbf{x}) > \eta | H_1]$$

$$P_{fa} = P [T(\mathbf{x}) < \eta | H_0].$$

En pratique, le seuil η est fixé pour obtenir la PFA souhaitée, la PD est ensuite calculée pour diverses valeurs de SINR.

3.3.5. Coût calculatoire

Le coût calculatoire est un aspect important pour évaluer la performance d'un algorithme dans un contexte applicatif. Ainsi à titre de référence, le traitement optimal [14] nécessite l'inversion d'une matrice de taille MN dont le coût calculatoire est de l'ordre de $O(M^3 N^3)$.

4. Conclusion

Nous avons introduit dans ce papier le modèle de données classiquement utilisé dans le cadre des traitements STAP. En particulier, les signaux d'une cible et du fouillis de sol sont localisés dans le domaine des fréquences spatiales et Doppler alors que le bruit thermique est blanc spatialement et temporellement.

De nombreux algorithmes STAP ont été proposés dans la littérature. Ceux-ci s'appuient de manière explicite ou implicite sur la nature de ces signaux, en particulier sur la propriété de faible rang du fouillis. Il est donc essentiel de bien comprendre ce modèle. Notons enfin, que pour certains scénarios, le modèle proposé peut être raffiné pour modéliser des phénomènes non pris en compte dans cet article.

Bibliographie

- Barlow E. J. (1949). « Doppler Radar ». *Proc. IRE*, vol. 37, p. 340-355, April.
- Beau S., Marcos S. (2011). « Taylor series expansions for airborne radar space-time adaptive proces-sing ». *IET Radar, Sonar and Navigation*, vol. 5, n° 3, p. 266-278, March.
- Bidon S., Besson O., Tournet J.-Y. (2011). « Synthèse des traitement STAP pour la détection en environnement hétérogène ». *Revue Traitement du Signal*.
- Billingsley J. B. (1996). Exponential decay in windblown radar ground clutter Doppler spectra : Multifrequency measurements and model. Technical Report n° 997, Lincoln Laboratory, Massachusetts Institute of Technology, July.
- Bose S., Steinhardt A. O. (1995). « A Maximal Invariant Framework for Adaptive Detection with Structured and Unstructured Covariance Matrices ». *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 43, n° 9, p. 2164-2175, September.
- Brennan L. E., Reed I. S. (1973). « Theory of adaptive radar ». *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 9, p. 237-252, March.
- Brennan L. E., Staudaher F. M. (1992). Subclutter visibility demonstration. Technical Report n° RL-TR-92-21, Adaptive Sensors Incorporated, March.

- DiPietro R. C. (1992). « Extended Factored Space-Time Processing for Airborne Radar Systems ». *Proc. Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers*, vol. 1, p. 425-430, October.
- Fishbein W., Graveline S. W., Rittenbach O. E. (1978). Clutter Attenuation Analysis. Technical report, Army Electronics Command Fort Monmouth NJ, March.
- Kay S. M. (1993). *Fundamentals of Statistical Signal Processing : Estimation Theory*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- Kay S. M. (1998). *Fundamentals of Statistical Signal Processing : Detection Theory*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- Klemm R. (2002). *Principles of Space-Time Adaptive Processing*. IEE Press, London, U.K.
- Lacomme P., Marchais J.-C., Hardange J.-P., Normant E. (2001). *Air and Spaceborne Radar Systems: An Introduction*, William Andrew.
- Le Chevalier F., *Principles of Radar and Sonar Signal Processing*. Artech House, Norwood,
- Melvin W. L. (2004). « A STAP overview ». *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, January.
- Oudin M., Delmas J. P., Barbaresco F., Lupinski L. (2009). « Siegel distance-based covariance matrix selection for space-time adaptive processing ». *Proc. IEEE Radar conf.*, Bordeaux, October 12–16.
- Reed I. S., Mallett J. D., Brennan L. E. (1974). « Rapid Convergence Rate in Adaptive Arrays ». *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 10, n° 6, p. 853-863, November.
- Ries P., Neyt X., Lapiere F., Verly J. (2008). « Fundamentals of spatial and Doppler frequencies in radar STAP ». *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 44, n° 3, p. 1118-1134, July.
- Savy L., Degurse J.-F., (2011). « Stop-Band APES : Traitement STAP sur données fortement hétéro-gènes ». *Revue Traitement du Signal*.
- Siegel C. L. (1964). *Symplectic Geometry*. Academic Press, New-York.
- Skolnik M. I. (1970). *Radar Handbook*. McGraw-Hill.
- Ward J. (1994). Space-Time Adaptive Processing for Airborne Radar. Technical Report n° 1015, Lincoln Laboratory, MIT, Lexington, MA, December.

