
Contours actifs avec a priori de forme basé sur la transformée de Fourier-Mellin analytique

Slim M'Hiri, Mohamed Amine Mezghich, Malek Sellami

*Laboratoire CRISTAL, Pôle GRIFT
École Nationale des Sciences de l'Informatique
Université de la Manouba, 2010 la Manouba, Tunisie*

{slim.mhiri, malek.sellami}@ensi.rnu.tn, ma.mezghich@cristal.rnu.tn

RÉSUMÉ. Dans cet article, nous proposons une méthode originale pour incorporer un a priori de forme dans un modèle de contours actifs basé région afin d'améliorer sa robustesse aux similitudes, bruit et occultations. Nous définissons un a priori de forme à partir du recalage des fonctions level set associées au contour actif et une forme de référence. Le recalage que nous proposons se base sur la corrélation de phase par la transformée de Fourier-Mellin analytique (TFMA). Cette représentation, dédiée aux images à niveaux de gris, permet de gérer simultanément plusieurs objets. Nous illustrons expérimentalement les capacités de ce nouvel a priori de forme à contraindre l'évolution du contour actif vers une forme cible. Enfin, nous mettons en évidence, sur des images de synthèse et réelles, son apport pour la segmentation d'images en présence de similitudes, d'occultations et de bruits.

ABSTRACT. In this paper, we propose new method to incorporate geometric shape prior into region-based active contours in order to improve its robustness to noise and occlusions. The proposed shape prior is defined after the registration of the level set functions associated with the active contour and a reference shape. The used registration method is based on phase correlation by the Analytical Fourier-Mellin Transform (AFMT). This representation, dedicated to gray levels images, makes it possible to manage several objects simultaneously. Experimental results show the ability of the proposed geometric shape prior to constrain an evolving curve towards a target shape. We highlight on synthetic and real images, the benefit of the new shape prior on segmentation results, in presence of occlusions and noise.

MOTS-CLÉS: contours actifs, a priori de forme, transformée de Fourier-Mellin analytique.

KEYWORDS: active contours, shape prior, analytical Fourier-Mellin transform.

DOI:10.3166/TS.29.123-142 © 2012 Lavoisier

Extended abstract

Active contours have been introduced in 1988 (Kass *et al.*, 1988). The principle is to move a curve iteratively minimizing energy functional. The minimum is reached at object boundaries. These methods can be classified into two families: parametric and geometric active contours. The first family, called also snakes, uses an explicit representation of the contours while the second one uses an implicit representation of the front *via* Level Set approach. These models typically manage the evolution of the active contour based on local information of the image (gray level). The lack of global information about the target object prevents these approaches to be robust in presence of textured background, occlusions or even noise.

Several studies have proposed to introduce prior knowledge on the shape to detect into the active contour model. In the context of statistical shape prior, Leventon *et al.* (2000) proposed to associate a statistical model on the learned shape to the geodesic active contours (Caselles *et al.*, 1997). Chen *et al.* (2001) defined an energy functional based on the quadratic distance between the evolving curve and the average shapes of the target object after alignment. This term is then incorporated into the geodesic active contours.

Foulonneau *et al.* (2004) introduced an additional geometric shape prior into region-based active contours. Prior knowledge is defined as a distance between shapes descriptors based on Legendre moments of the characteristic function. An extension of this work in case of affine transformation is performed in (Foulonneau *et al.*, 2006) and in (Foulonneau *et al.*, 2009), a multi-references shape prior is presented. Charmi *et al.* (2008) introduced geometric shape prior into the snake model. A set of complete and locally stable invariants to Euclidean transformations (Ghorbel, 1998) is used to define new force which makes the snake overcome some well-known problems.

In (Charmi *et al.*, 2010), we defined new geometric shape prior for region-based active contours (Chan, Vese, 2001). The new added term was based on the property of signed distance function associated with the evolving contour which assigns negative values for points inside the contour and positive values for those outside. In fact, given two level set functions associated with the active contour and the template, variability between shapes can be formulated using the Heaviside of the product function of these two level set functions. Hence the proposed shape prior is the integral of this function on the image domain. This term is then incorporated into the evolution's equation of the active contour. If one takes a reference shape which is not necessarily defined in the image reference, it is necessary to apply a transformation to align it with the shape to segment (rotation, translation, scaling factor). Then, we used a shape alignment method based on Fourier descriptors. This shape prior introduced into region-based active contours has been successful in case of single object in the image in presence of noise and occlusion.

It is well known that the level set approach solves the problem of topology changing of the snake model. However, shape prior in several works (Leventon *et al.* (2000), Chen *et al.* (2001), Chan et Zhu (2005), Fang et Chan (2007) and Charmi

et al. (2010)) based on contours alignment constrain these approaches to segment only one object in the image. Thus our goal in this paper is to extend the work done in Charmi *et al.* (2010) to manage the case of several objects that may be partially occluded and possibly noisy. We were based on the property of distance maps of level set functions and associated binary image for every distance map. Then the problem amounts to the registration of these images.

We used the method of phase correlation in Fourier space that is appropriate to estimate the translation vector and phase correlation in the space of Fourier-Mellin for estimating the rotation and the scaling factor knowing that the Fourier-Mellin transform applied to grayscale images is a mathematical tool known for its performance in objects description and features recognition. It was also pointed out that numerical estimation of the Mellin integral brings up crucial difficulties. A solution for the convergence of the integral was given in (Ghorbel, 1994) by using the analytical Fourier-Mellin transform (AFMT). In (Derrode, Ghorbel, 2001), three approximations of the AFMT were proposed. We adopt the fast algorithm based on fast Fourier transform (FFT) and log-polar sampling of the image. Hence to introduce the shape prior we proceed as follows:

- we start by segmenting the target object with the Chan and Vese’s model without prior knowledge;
- then, after convergence of the evolving contour, we register the binary images associated with the level set functions of the evolving contour and the template;
- having the parameter of the rigid transformation between shapes, we calculate the proposed shape prior;
- finally, the proposed model evolves under Chan-Vese and the prior knowledge terms with big weight assigned to the shape prior energy to constrain the active contour to be similar to the template;

Experiments have shown the ability of the new added term to improve the robustness of the segmentation process in presence of textured background, missing parts and partial occlusions of the target object. The addition of shape prior has not increased significantly the execution time of the algorithm given that the proposed approach does the registration only once and it is done by the Fast Fourier Transform (FFT2) unlike Foulonneau *et al.* (2004) and Charmi *et al.* (2008) where at each iteration, shape descriptors are calculated for a given order. As future perspectives, we are working on extending this approach to more general transformations such as affine transformations and manage the case where many references are available and thus the model must be able to choose the most suitable shape according to the evolving contours.

1. Introduction

Les contours actifs ou modèles déformables sont des méthodes itératives de segmentation apparues en 1988 (Kass *et al.*, 1988). Ces méthodes se basent sur la minimisation d’une fonctionnelle d’énergie attachée à un contour en évolution pour

détecter les contours des objets dans l'image. Les approches de segmentation basées sur les contours actifs peuvent être divisées en deux grandes familles : les contours actifs paramétriques et les contours actifs géométriques. La première famille, appelée aussi Snakes, utilise une représentation explicite du contour en évolution et réalise un compromis entre fidélité aux données et contraintes sur la courbe. Cette famille souffre d'une sensibilité au bruit, aux faibles contrastes, aux contours manquants et à l'initialisation (le contour initial doit être proche de l'objet cible). Cohen (1991) a ajouté une nouvelle force au modèle Snake de base afin de remédier au problème d'initialisation. Le modèle ainsi modifié, appelé Balloon Snake, peut être vu comme une façon d'imposer une contrainte de forme globale simple, portant sur le volume de l'objet reconstruit. Xu et Prince (1997) ont proposé une autre variante du modèle Snake appelé GVF (*Gradient Vector Flow*) Snake. Bien que ce modèle apporte une solution aux problèmes de convergence dans les zones concaves et l'initialisation, il ne permet de segmenter qu'un seul objet dans l'image.

Afin de permettre le changement topologique du contour en évolution, Osher et Sethian (1988) ont fait appel à la théorie de propagation du front dans les milieux fluides. Ainsi la deuxième famille de contours actifs utilise une représentation implicite du contour *via* les ensembles de niveaux (*level set function*). De nombreux modèles de contours actifs géométriques basés sur la formulation Level Set sont apparus et peuvent être classés en contours actifs basés frontière (Caselles *et al.*, 1993 ; 1997 ; Malladi *et al.*, 1995) et contours actifs basés région (Paragios, Deriche, 1999 ; Chan, Vese, 2001). Les modèles basés frontière utilisent une fonction d'arrêt sur les points à fort gradient alors que les modèles basés région se basent sur la minimisation d'une fonctionnelle d'énergie pour gérer l'évolution du contour.

Les modèles cités précédemment gèrent généralement l'évolution du contour actif en se basant sur une information locale de l'image (gradient des niveaux de gris). L'absence d'une information globale sur la forme à segmenter empêche ces approches d'être robustes en présence d'un fond texturé, d'occultations ou même de bruit. Plusieurs travaux ont proposé d'introduire une information a priori sur la forme à détecter au modèle de base. Dans ce contexte, Leventon *et al.* (2000) ont proposé d'associer un modèle statistique de forme au modèle de contour actif géodésique (Caselles *et al.*, 1997). A chaque itération de l'évolution de la fonction de niveaux, l'algorithme alterne deux étapes. Dans la première, un apprentissage des cartes de distance signée (CDS) est mis à profit pour calculer une estimation grossière de la position de la courbe. Pour cela, une optimisation sur les paramètres de forme et d'alignement d'une fonctionnelle incluant une contrainte gaussienne portant sur les paramètres de la forme est effectuée. Dans une deuxième étape, cette courbe est utilisée comme référence pour définir une force de rappel, rajoutée à un contour actif géodésique, et permettant un ajustement local du Snake. Chen *et al.* (2001) ont proposé d'utiliser comme forme de référence la moyenne d'un échantillon de formes d'apprentissage. Comme elle n'est pas définie dans le repère image, il est nécessaire d'appliquer à la forme de référence une transformation pour l'aligner avec la forme à segmenter (translation, rotation et facteur d'échelle). L'optimisation se fait par une équation aux dérivées partielles (EDP) croisées portant sur les paramètres d'alignement et sur l'évolution de la courbe. Fang et Chan

(2007) ont introduit un a priori de forme au modèle de contours actifs géodésique pour détecter les objets partiellement occultés. Une analyse en composante principale (ACP) est réalisée sur une base de fonctions level set associées à une forme donnée pour définir le modèle statistique. Pour accélérer l'algorithme, un alignement explicite du modèle statistique et le contour en évolution, est réalisé pour estimer les paramètres de pose.

Foulonneau *et al.* (2004) ont défini un descripteur de forme à partir des moments de Legendre de la fonction caractéristique de la forme. L'a priori de forme est invariant par translation et mise à l'échelle et est défini à partir de la distance quadratique entre les descripteurs associés au contour actif et la forme de référence. L'extension de ce travail aux transformations affines est présentée dans (Foulonneau *et al.*, 2006). Le cas multiréférence est décrit dans (Foulonneau *et al.*, 2009).

Charmi *et al.* (2008), ont utilisé une famille complète et localement stable d'invariants par rapport aux transformations euclidiennes (Ghorbel, 1998) pour remédier au problème de convergence du modèle Snake paramétrique dans les zones concaves. Dans (Charmi *et al.*, 2009), une méthode d'alignement de forme basée sur les coefficients de Fourier est utilisée pour définir et ajouter une nouvelle force extérieure au modèle Snake lui permettant de gérer le problème d'occultation, bruit et fond texturé. Se basant sur ces travaux nous avons défini, dans (Charmi *et al.*, 2010), un a priori de forme pour un modèle de contours actifs basé région (Chan, Vese, 2001) après un alignement basé sur la transformée de Fourier du contour en évolution et celui de la forme de référence. L'a priori de forme proposé a donné de bons résultats dans le cas d'un seul objet dans l'image.

Il est bien connu que l'approche Level Set résout le problème de changement de topologie du Snake paramétrique. Néanmoins, l'introduction d'a priori de forme par les modèles cités précédemment basés sur un alignement de contours ne permet de segmenter qu'un seul objet dans l'image. Dans ce travail, nous proposons un a priori de forme géométrique pour le modèle des contours actifs basé région (Chan et Vese, 2001). Cet a priori, basé sur le recalage par corrélation de phase des images binaires associées aux fonctions Level Set du contour en évolution et de la forme cible, permet de traiter le cas d'images à plusieurs objets en présence de bruit et d'occultations partielles.

La suite de cet article est organisée comme suit. Dans la deuxième section, nous rappelons le modèle de contours actifs basé région. Ensuite, l'a priori de forme proposé ainsi que la méthode de recalage utilisée sont présentés dans la section 3. Enfin, nous illustrons dans la section 4 les capacités de notre a priori de forme et son apport dans les problèmes de segmentation en présence d'occultations partielles et de fonds texturés. Une conclusion et les perspectives de ce travail clôturent cet article.

2. Modèle de contours actifs orienté région

Soit $f(x, y)$ une distribution bidimensionnelle qui représente une image dont les valeurs sont l'intensité des pixels aux positions (x, y) et Ω son domaine. Le modèle de contours actifs basé région se base sur la minimisation d'une énergie bien définie

pour segmenter l'image. Chan et Vese (2001) ont proposé de minimiser l'énergie suivante :

$$E_{cv}(\phi, c_1, c_2) = \mu \int_{\Omega} \delta(\phi(x, y)) |\nabla \phi(x, y)| dx dy + \nu \int_{\Omega} H(-\phi(x, y)) dx dy \quad (1)$$

$$+ \lambda_1 \int_{\Omega} |f(x, y) - c_1|^2 H(-\phi(x, y)) dx dy$$

$$+ \lambda_2 \int_{\Omega} |f(x, y) - c_2|^2 H(\phi(x, y)) dx dy$$

avec $\mu, \nu \geq 0, \lambda_1, \lambda_2 > 0$ des paramètres fixes et ϕ la fonction level set associée au contour en évolution. La fonction Heaviside H et la mesure de Dirac δ sont données par :

$$H(\phi(x, y)) = \begin{cases} 1, & \text{si } \phi(x, y) \geq 0 \\ 0, & \text{si } \phi(x, y) < 0 \end{cases} \quad \delta(\phi(x, y)) = H'(\phi(x, y)) \quad (2)$$

Les paramètres c_1 et c_2 sont respectivement les moyennes des niveaux de gris à l'intérieur et à l'extérieur du contour en évolution et sont calculés comme suit :

$$c_1 = \frac{\int_{\Omega} f(x, y) H(-\phi(x, y)) dx dy}{\int_{\Omega} H(-\phi(x, y)) dx dy}, \quad c_2 = \frac{\int_{\Omega} f(x, y) H(\phi(x, y)) dx dy}{\int_{\Omega} H(\phi(x, y)) dx dy} \quad (3)$$

L'équation d'évolution discrétisée est :

$$\frac{\phi_{ij}^{n+1} - \phi_{ij}^n}{\Delta t} = \delta_{\epsilon}(\phi_{ij}^n) (-\mu \cdot K_{i,j} + \nu + \lambda_1 \cdot (f_{i,j} - c_1)^2 - \lambda_2 \cdot (f_{i,j} - c_2)^2) \quad (4)$$

$K_{i,j} = \text{div}\left(\frac{\nabla \phi_{i,j}}{|\nabla \phi_{i,j}|}\right)$ et δ_{ϵ} est une forme régulière de δ choisie comme dans Cremers *et al.* (2003).

3. A priori de forme proposé

Notre objectif est de définir un a priori de forme pour imposer à un contour actif une contrainte de forme géométrique. Nous allons donc considérer le contour en évolution comme délimitant une forme et faire porter la contrainte sur celui-ci. Si l'on se donne une forme de référence qui n'est pas obligatoirement définie dans le repère image, il est nécessaire de lui appliquer une transformation pour l'aligner avec la forme à segmenter (translation, rotation et facteur d'échelle). Pour estimer les paramètres de cette transformation, plusieurs approches rencontrées dans la littérature (section 1) utilisent un alignement entre le contour en évolution et celui d'une forme de référence. L'alignement sur le contour contraint ses méthodes à ne segmenter qu'un seul objet dans l'image et se priver de l'apport des level set, à savoir sa capacité de segmenter plusieurs objets à la fois. Pour segmenter des images à plusieurs objets, nous proposons dans ce travail, un a priori de forme qui utilise les paramètres de

mouvement relatifs entre des objets à niveaux de gris de même forme mais de taille et d'orientation différentes estimés par la transformée de Fourier-Mellin.

Dans un premier temps nous utilisons la méthode de corrélation de phase dans l'espace de Fourier qui est appropriée pour estimer le vecteur translation (Marcel *et al.*, 1997). Ensuite, et comme on le verra en section suivante, nous utilisons la corrélation de phase dans l'espace de Fourier-Mellin pour l'estimation de la rotation et du facteur d'échelle.

3.1. La transformée de Fourier-Mellin analytique

Afin d'introduire la corrélation de phase dans l'espace de Fourier-Mellin, rappelons que la transformée de Fourier-Mellin (TFM) est la transformée de Fourier sur le groupe des similitudes planes vectorielles $G = (R_+, S^1)$ où S^1 est le cercle unité (Ghorbel, 1998). Soit $f(r, \theta)$ une représentation polaire de l'image avec r le rayon au centre de gravité de l'image et θ l'angle par rapport à l'horizontale. Il est bien connu que l'approximation de la transformée de Fourier-Mellin (TFM) $M_f(k, \nu)$ d'une distribution $f(r, \theta)$ associée à une image, soulève des problèmes numériques cruciaux. En effet, pour avoir une description invariante par rapport aux translations, l'objet est souvent décrit en coordonnées polaires par rapport à son centre d'inertie. Or, dans ce cas, le support de l'objet n'est généralement pas contenu dans un compact de G , *i.e.* une couronne fermée, bornée, centrée à l'origine des coordonnées est privée de celle-ci. Deux solutions ont été proposées dans la littérature pour résoudre ce problème. Soit annuler la fonction sur un disque de rayon ε où ε est suffisamment petit pour minimiser la perte d'information, soit effectuer un prolongement analytique (Ghorbel, 1994) en posant :

$$\forall (r, \theta) \in G, f_\sigma(r, \theta) = f(r, \theta) \cdot r^\sigma \quad (5)$$

avec σ un réel strictement positif.

Ainsi définie, f_σ est intégrable sur G et sa TFM est appelée TFM analytique (TFMA) de f que l'on peut écrire sous cette forme : $\forall (k, \nu) \in \widehat{G}$ (avec \widehat{G} le groupe dual de G).

$$M_{f_\sigma}(k, \nu) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} f(r, \theta) \cdot r^{\sigma-iv} \cdot e^{-ik\theta} \cdot \frac{dr}{r} \cdot d\theta \quad (6)$$

En appliquant la TFMA inverse (TFMAI) à $M_{f_\sigma}(k, \nu)$, nous obtenons :

$$f_\sigma(r, \theta) = \int_0^\infty \sum_{\mathbb{Z}} M_{f_\sigma}(k, \nu) \cdot r^{-\sigma+iv} \cdot e^{ik\theta} d\nu \quad (7)$$

Derrode et Ghorbel (2001), proposent trois méthodes d'estimation numériques de cette transformée basées sur des ré-échantillonnages différents de l'image initialement décrite en coordonnées cartésiennes. Dans la suite de ce travail, nous allons utiliser la transformée de Fourier Mellin analytique avec ré-échantillonnage log-polaire pour calculer les paramètres d'une similitude (rotation et homothétie).

En effet, une similitude dans l'espace image se traduit par une translation dans l'espace des fréquences log-polaires.

3.2. Estimation des paramètres d'une similitude par corrélation de phase dans l'espace de Fourier-Mellin

Dans cette section, nous illustrons les étapes de notre approche pour estimer les paramètres d'une similitude sur l'exemple d'une image de référence f_{ref} (figure 1a) qui a subi une rotation de 300° , des occultations et un bruit gaussien de déviation $\sigma = 75$, f (figure 1b).

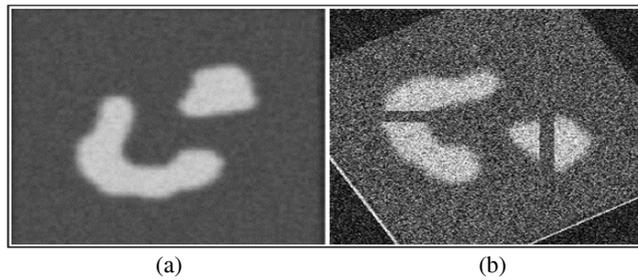


Figure 1. (a) Image de référence, (b) image (a) après rotation + bruit + occultations

Par sa définition, une fonction level set assigne un signe négatif aux points situés à l'intérieur du contour en évolution et un signe positif à ceux situés à l'extérieur de celui-ci. Ainsi, nous associons à une carte de distance d'une fonction Level Set ϕ une image binaire f_ϕ .

Dans un premier temps, nous proposons de faire évoluer le contour actif avec le modèle de Chan et Vese (sans a priori) sur l'image à segmenter et l'image de référence jusqu'à convergence. A partir des résultats obtenus, les figures 2a et 2b sont respectivement les images binaires $f_{\phi_{ref}}$ et f_ϕ associées aux fonctions level set ϕ_{ref} et ϕ .

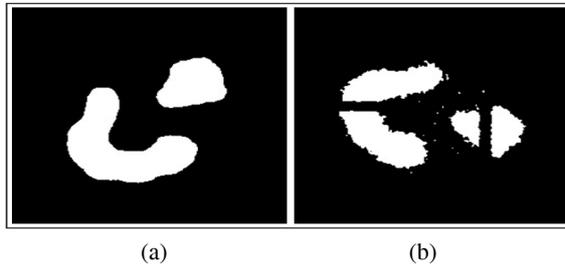


Figure 2. Les images binaires : (a) $f_{\phi_{ref}}$ et (b) f_ϕ

Nous désignons par $M_{f_{\phi_{ref}}^\sigma}$ et $M_{f_\phi^\sigma}$ les TFMA des deux fonctions $f_{\phi_{ref}}^\sigma$ et f_ϕ^σ pour un même prolongement analytique. Nous supposons que le produit des deux spectres $M_{f_\phi^\sigma} \cdot M_{f_{\phi_{ref}}^\sigma}^*$ est dans $L^1(\hat{G})$ (c'est-à-dire l'espace vectoriel normé). $f_{\phi_{ref}}^\sigma$ et f_ϕ^σ ont la même forme si et seulement si il existe une similitude $(\alpha_0, \beta_0) \in G$ telle que :

$$\forall (r, \theta) \in G, f_\phi^\sigma(r, \theta) = f_{\phi_{ref}}^\sigma\left(\frac{r}{\alpha_0}, \theta - \beta_0\right) \quad (8)$$

L'action des similitudes planes vectorielles sur l'espace de Fourier-Mellin se traduit par :

$$M_{f_\phi^\sigma}(k, v) = \alpha_0^{\sigma-iv} \cdot e^{-ik\beta_0} \cdot M_{f_{\phi_{ref}}^\sigma}(k, v) \quad (9)$$

Cette équation montre que la TFMA convertit l'action interne d'une similitude en une action externe sur l'amplitude et la phase du spectre. Cette équation peut être vue comme le théorème du retard pour le groupe des similitudes planes. En calculant l'inter-spectre normalisé seule l'information sur la différence des phases sera préservée.

$$\Phi(k, v) = \frac{M_{f_\phi^\sigma}^*(k, v) M_{f_{\phi_{ref}}^\sigma}(k, v)}{\left| M_{f_\phi^\sigma}^*(k, v) \right| \left| M_{f_{\phi_{ref}}^\sigma}(k, v) \right|} = \alpha_0^{-iv} \cdot e^{-ik\beta_0}, \forall (k, v) \in \hat{G} \quad (10)$$

La corrélation de phase de deux objets représentés respectivement par $f_{\phi_{ref}}^\sigma$ et f_ϕ^σ est définie comme suit :

$$C_{Tfm}(\alpha, \beta) = \int_0^\infty \sum_Z \Phi(k, v) \alpha^{iv} \cdot e^{ik\beta} dv \quad (11)$$

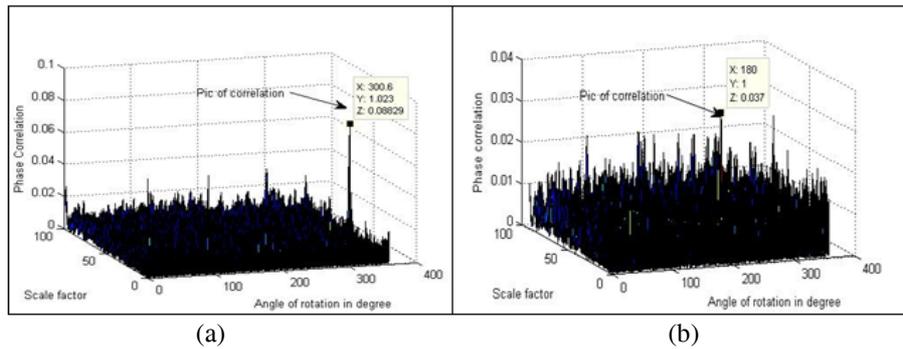


Figure 3. Surface de corrélation de phase utilisant les images (a) binaires $f_{\phi_{ref}}$ et f_ϕ (b) en niveaux de gris f_{ref} et f

La figure 3a représente la surface de corrélation de phase utilisant la représentation log-polaire des images binaires $f_{\phi_{ref}}$ et f_{ϕ} . Sur cette figure, il est bien clair qu'en travaillant sur ces images binaires, on obtient un pic saillant permettant une meilleure estimation des valeurs de la rotation et du facteur d'échelle (valeurs estimées : $\theta = 300^\circ$, $\alpha = 1$). De plus, l'utilisation de ces images binaires rend l'estimation des paramètres plus robuste en présence de bruit. En effet, si on mesure la surface de corrélation de phase en utilisant directement les images en niveaux de gris f_{ref} et f (figure 3b), l'estimation de l'angle de rotation échoue (valeurs estimées : $\theta = 180^\circ$, $\alpha = 1$).

3.3. L'a priori de forme proposé

Après avoir estimé les paramètres de la transformation rigide (vecteur translation (a, b) , l'angle de rotation θ et le facteur d'échelle α) entre les deux images binaires $f_{\phi_{ref}}$ et f_{ϕ} (figures 2a et 2b), on effectue le recalage de l'image $f_{\phi_{ref}}$ d'après la formule suivante (Chan et Zhu, (2005)) :

$$f_{\phi_{ref}}^{rec}(x, y) = \alpha f_{\phi_{ref}} \left(\frac{(x - a) \cos \theta + (y - b) \sin \theta}{\alpha}, \frac{-(x - a) \sin \theta + (y - b) \cos \theta}{\alpha} \right) \quad (12)$$

Sur l'image résultante (figure 4a), les pixels en noir (resp. blanc) correspondent aux zones positives (resp. négatives) de la carte de distance. L'image de la figure 4c représente la fonction produit donnée par :

$$f_{prod}(x, y) = f_{\phi_{ref}}^{rec}(x, y) \cdot f_{\phi}(x, y) \quad (13)$$

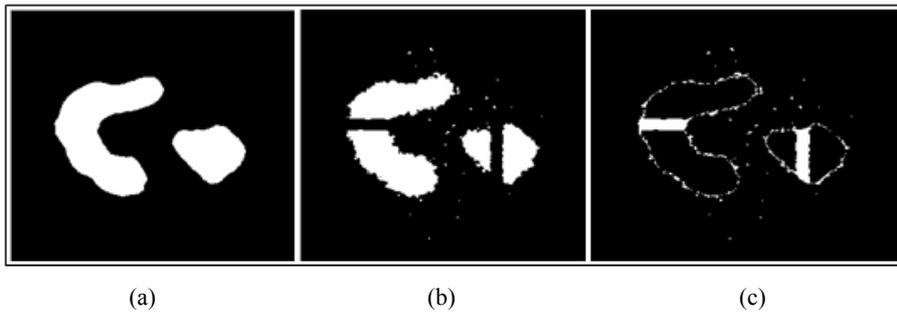


Figure 4. (a) $f_{\phi_{ref}}^{rec}$: fonction level set de l'image template après recalage, (b) f_{ϕ} : fonction level set de l'image test, (c) f_{prod} : fonction produit de $f_{\phi_{ref}}^{rec}$ et f_{ϕ}

Par construction, la fonction f_{prod} est négative dans les zones de différence entre les deux formes (occultations, texture etc.). Ainsi nous proposons de rajouter à l'équation d'évolution du modèle de Chan et Vese le terme d'énergie a priori suivant :

$$E_{shape} = \int_{\Omega} H(g(x, y)) dx dy \quad (14)$$

avec $g(x, y) = -\phi(x, y) \cdot \text{sign}(\phi_{ref}(x, y))$. Comme on peut le constater, cette énergie correspond à l'aire de la région de variabilité entre les deux formes et est nulle si le contour en évolution converge vers la forme cible. Ainsi l'énergie totale à minimiser devient :

$$E(\phi, c_1, c_2) = E_{cv} + \lambda E_{shape} \quad (15)$$

avec λ est un facteur de pondération et E_{cv} l'énergie proposée par l'équation (1). L'équation d'évolution discrétisée, déduite de la méthode de descente de gradient par rapport à la variable ϕ , devient :

$$\frac{\phi_{ij}^{n+1} - \phi_{ij}^n}{\Delta t} = \delta_{\epsilon}(\phi_{ij}^n) \cdot \left(-\mu \cdot K_{ij} + \nu + \lambda_1 \cdot (f_{i,j} - c_1)^2 - \lambda_2 \cdot (f_{i,j} - c_2)^2 \right) + \lambda \cdot \text{sign}(\phi_{ref_{i,j}}) \cdot \delta_{\epsilon}(g_{ij}^n) \quad (16)$$

Vu qu'on s'intéresse à la mise à jour de la fonction level set au niveau des régions de variabilités entre la forme de référence et le contour en évolution, nous prenons $\delta_{\epsilon}(g_{ij}^n)=0$ pour tous les points qui se situent à l'extérieur de ces régions. Cette propriété rappelle la technique de la bande étroite utilisée pour accélérer l'évolution des fonctions level set (Malladi *et al.*, 1995).

4. Expérimentations

Nous allons commencer par illustrer la capacité de l'a priori de forme proposé à contraindre le contour en évolution à être similaire à une forme de référence, ensuite nous traitons le problème de segmentation.

4.1. Apport de l'a priori de forme proposé

Pour illustrer la capacité de l'a priori de forme proposé à contraindre géométriquement un contour actif, nous expérimentons dans un premier temps l'évolution du contour sous l'effet du terme d'énergie a priori E_{shape} seul (en annulant le terme de Chan et Vese). La figure 5a présente une image de référence synthétique, composée d'un objet sous forme d'*Homme*. La figure 5b présente le même objet avec des régions manquantes. On initialise le système par un cercle englobant l'objet cible (figure 5c). Sur la figure 6, où nous faisons évoluer la courbe avec le modèle de Chan et Vese (sans a priori), jusqu'à convergence, le modèle ne

parvient pas à retrouver la forme cible. Comme on peut le constater (figure 7), l'a priori de forme seul permet de contraindre le contour à retrouver l'objet *Homme* cible, malgré les régions manquantes.

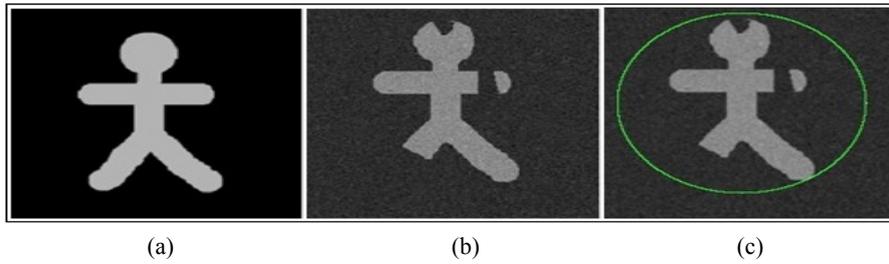


Figure 5. (a) Image template, (b) image test, (c) contour initial

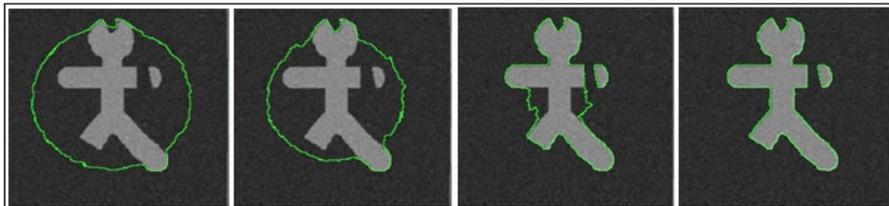


Figure 6. Évolution du contour sous l'effet des termes du modèle de Chan et Vese (sans le terme a priori)

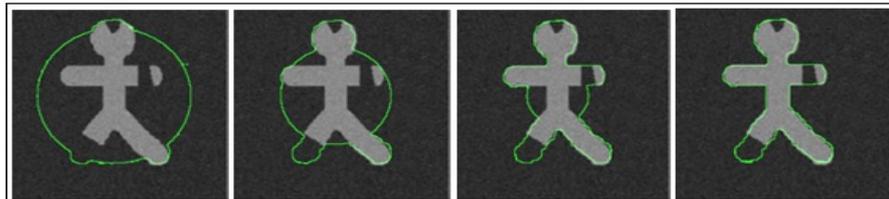


Figure 7. Evolution du contour sous l'effet du terme a priori seul (sans les termes du modèle de Chan et Vese)

Dans le même contexte, sur la figure 8 on cherche à détecter le *Fémur* sur une image réelle bruitée et faiblement contrastée. Etant donné que l'image en question présente des régions faiblement contrastées, le modèle basé région sans a priori échoue à segmenter l'objet cible (figure 9).

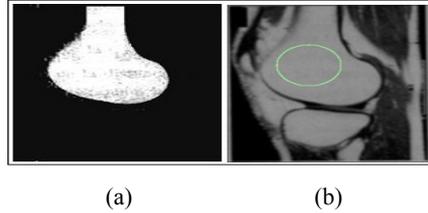


Figure 8. (a) Image template, (b) image avec initialisation du contour actif

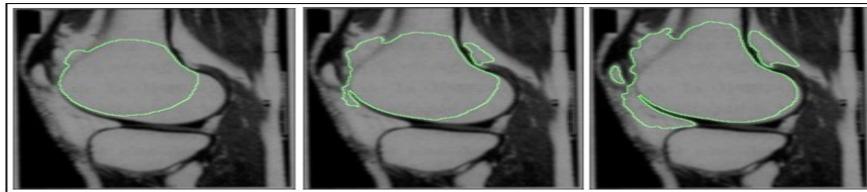


Figure 9. Évolution du contour sous l'effet des termes du modèle de Chan et Vese (sans le terme a priori)

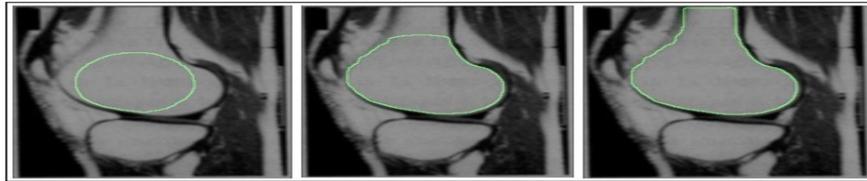


Figure 10. Évolution du contour sous l'effet du terme a priori seul (sans les termes du modèle de Chan et Vese)

Cette simulation montre que l'a priori de forme que nous avons défini permet de bien contraindre un contour actif à prendre une forme de référence en présence de zones manquantes et de faibles contrastes (figure 10).

4.2. Application au problème de segmentation

Nous allons maintenant évaluer le modèle de Chan et Vese incluant le terme a priori proposé dans le cadre de la segmentation d'images à deux classes ayant un ou plusieurs objets. Les simulations ont été faites sous Matlab sur un PC i3 (2,4 Ghz). Dans le but d'alléger la complexité algorithmique du système et d'avoir une bonne estimation des paramètres de la transformation rigide, nous faisons d'abord évoluer le contour sans a priori jusqu'à convergence. Ce premier résultat fournit une initialisation pour la minimisation de l'énergie totale (équation (15)). Ensuite le modèle évolue sous l'effet du terme d'attache aux données et le terme a priori. Dans

la pratique nous procédons à une normalisation de l'énergie de Chan et Vese dans l'intervalle $[-1,1]$ pour donner plus de pondération à l'énergie a priori. Nous avons fixé $\lambda = 10$ et $\lambda_1 = \lambda_2 = 1.5$.

4.2.1. Cas d'un seul objet

Nous allons tout d'abord comparer notre modèle à celui proposé par Foulonneau *et al.* (2004) sur une image de synthèse dont l'objet est partiellement recouvert par un disque (figure 11). Nous rappelons ici que le modèle de Foulonneau *et al.* (2004) présente une invariance par rapport à la translation et le facteur d'échelle. De plus, afin d'obtenir un résultat satisfaisant, il faut bien choisir l'ordre des moments de Legendre vu qu'un faible ordre ne permet pas d'avoir le résultat souhaité et un ordre élevé peut conduire à des erreurs et un énorme temps d'exécution comme l'ont signalé les auteurs. Le résultat obtenu par le modèle de Foulonneau *et al.* (2004) est donné par la figure 11a et ceux par notre modèle sont donnés par les figures 11b et 11c. Il est visuellement clair que le résultat obtenu par notre modèle est meilleur. La figure 11c met en évidence la robustesse par rapport à la rotation et le bruit.

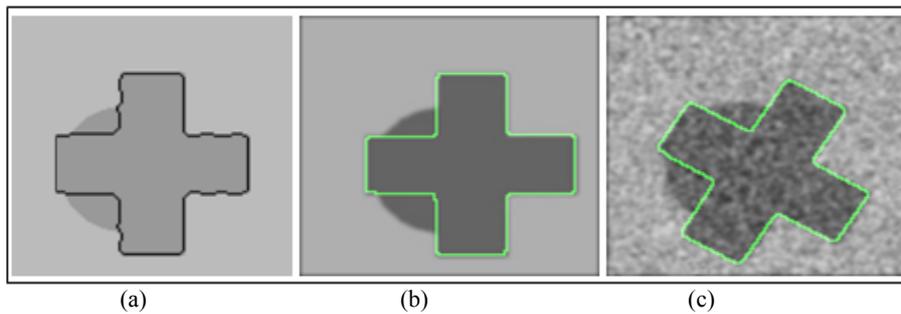


Figure 11. (a) Résultat obtenu par le model de Foulonneau *et al.* (2004), (b) et (c) résultats obtenus par notre modèle

Le tableau 1 présente le temps d'exécution jusqu'à convergence.

Tableau 1. Temps de calculs pour l'expérience de la figure 11

Temps d'exécution du modèle	Sans a priori	Avec a priori
Modèle de Foulonneau <i>et al.</i>	1 minute	14 minutes
Notre modèle, figure 11b	10,517 secondes	26,030 secondes

Nous rappelons que pour l'estimation des paramètres de la transformation rigide entre les images binaires associées aux fonctions level set, nous avons utilisé l'approximation rapide de la TFMA par ré-échantillonnage log-polaire (Derrode, Ghorbel, 2001) basée sur la transformée de Fourier rapide (FFT2). Ainsi, le temps

d'estimation des paramètres est 0,412 seconde. Nous pouvons constater d'après le tableau précédent que notre modèle est beaucoup plus rapide surtout durant la phase qui suit la convergence par le modèle de Chan et Vese sans a priori.

Dans le même contexte nous avons étudié l'influence du paramètre λ sur le temps d'exécution (en secondes) tout en gardant les paramètres λ_1 et λ_2 fixes égales à 1.5 (cas de la figure 11c). Le tableau 2 montre que plus λ augmente plus le temps nécessaire pour obtenir la convergence diminue.

Tableau 2. Influence du coefficient λ sur le temps d'exécution

Valeur du coefficient de pondération	$\lambda = 2$	$\lambda = 5$	$\lambda = 10$	$\lambda = 20$
Temps d'exécution total	115.23	54.53	26.71	12.54
Temps d'estimation des paramètres	0.49	0.53	0.56	0.49

Nous considérons maintenant le cas d'une image réelle qui présente en premier plan un objet clair (ventricule gauche du cœur) partiellement occulté sur un fond texturé plus sombre. La figure 12b présente l'image de référence avec une partie manquante et une rotation, alors que la figure 12c, présente en plus de la même rotation et des parties manquantes, des occultations.

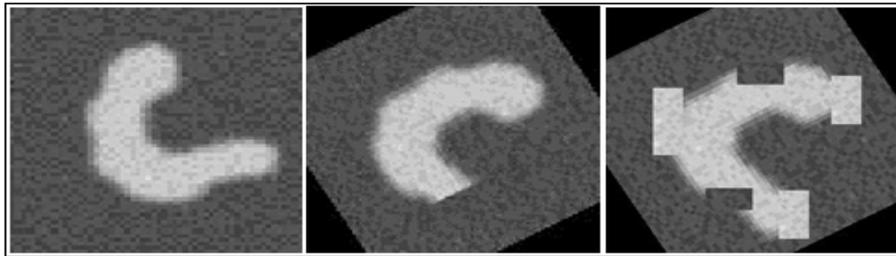


Figure 12. (a) Image template, (b) partie manquante et rotation, (c) parties manquantes, rotation et occultations

Les résultats de segmentation illustrés par les figures 13a et 13c montrent l'incapacité du modèle de Chan et Vese (2001) de base à faire évoluer le contour dans les zones manquantes et d'occultations. Partant de ce résultat, l'introduction du terme d'énergie associé à l'information a priori permet de contraindre le contour à continuer son évolution vers le contour réel du ventricule gauche du cœur, comme le montrent les figures 13b et 13d.

Il est à noter que le terme a priori proposé s'adapte automatiquement suivant qu'il s'agit d'une zone manquante ou d'une occultation. Cela rappelle le modèle proposé par Cohen (1991), le Balloon Snake, où la position initiale du contour doit être connue à l'avance pour savoir si le contour doit gonfler ou bien dégonfler afin d'atteindre les contours désirés.

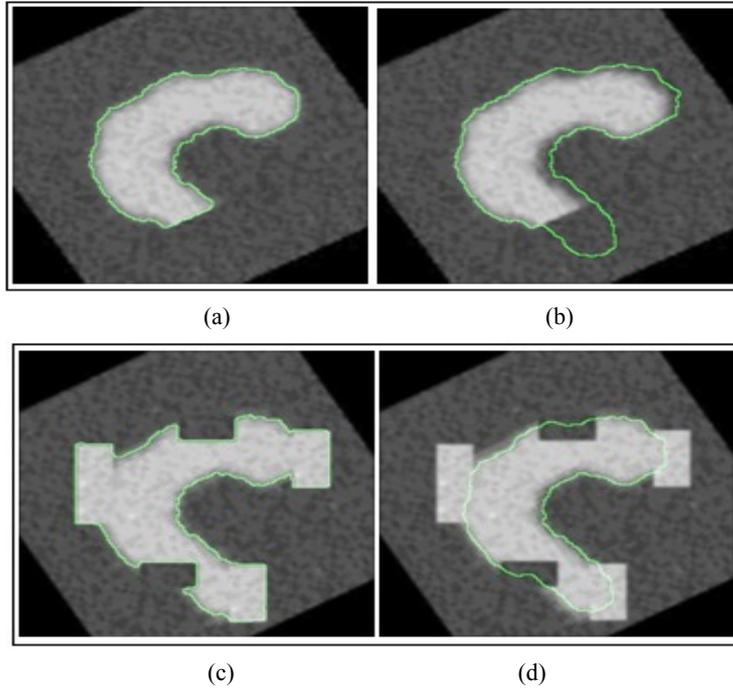


Figure 13. (a) et (c) Résultats sans a priori, (b) et (d) résultats avec a priori

4.2.2. Cas d'images à plusieurs objets

Dans cette section nous testons le modèle en présence de plusieurs objets sous différentes occultations, angles de rotation et bruit gaussien. La figure 14a est une image de synthèse contenant plusieurs objets simples sur un fond homogène. Sur la figure 14b, nous présentons les contours obtenus sur l'image 14a à laquelle nous avons ajouté un bruit gaussien centré de déviation égale à 100 et en cachant quelques zones, alors que, la figure 14c, présente les contours trouvés après avoir appliqué une rotation de -15° sur l'image de la figure 14b.

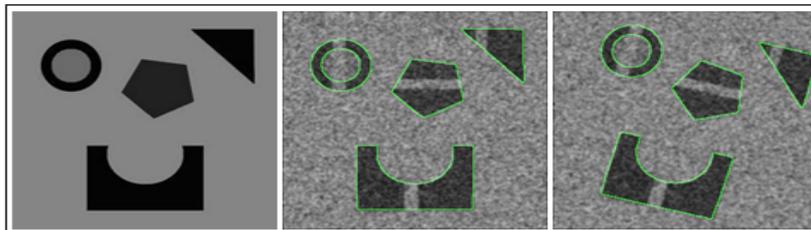


Figure 14. (a) Image template, (b) régions manquantes + bruit, (c) régions manquantes + bruit + rotation -15°

La figure 15 illustre les résultats obtenus pour une image réelle. Dans la deuxième image de cette figure, les objets sont partiellement occultés et ont subi une rotation de -30° . Pour la troisième image, nous avons ajouté un bruit blanc gaussien de déviation égale à 75. Comme on peut le constater, le modèle parvient à détecter les vrais contours (image de droite).

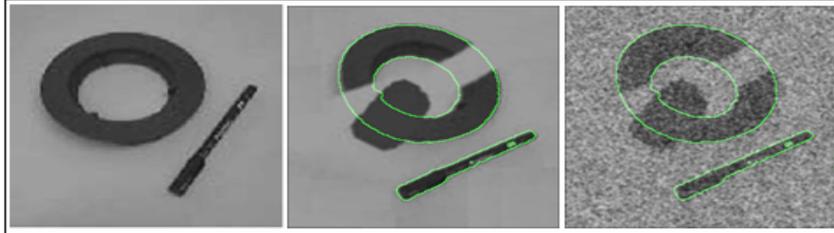


Figure 15. (a) Image template, (b) occultations + rotation -30° , (c) occultation + rotation -30° + bruit

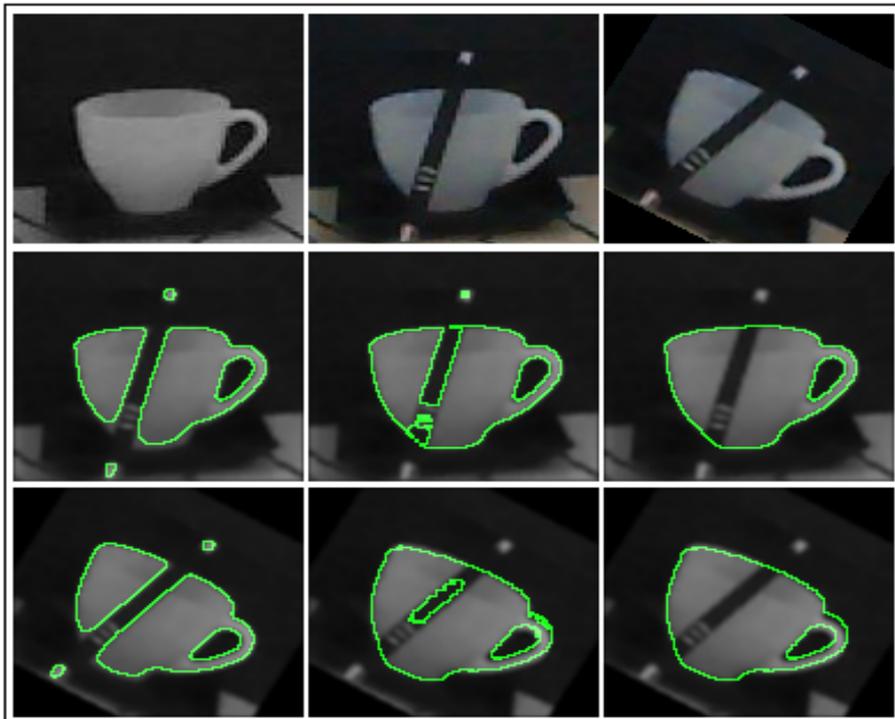


Figure 16. Ligne 1 (a) Image template, (b) occultations, (c) occultations + rotation -30° , Ligne 2 (a) résultat sans a priori (itération 340), (b) avec a priori (itération 360), (c) avec a priori (itération 440), Ligne 3 (a) résultat sans a priori (itération 320), (b) avec a priori (itération 370), (c) avec a priori (itération 480)

Cremers *et al.* (2003), ont proposé un a priori de forme capable de gérer plusieurs objets cependant le problème d'invariance à des transformations géométriques n'a pas été traité. Le recalage par corrélation de phase nous a permis d'aligner globalement les deux images binaires en vue de l'estimation des paramètres de la transformation rigide entre ces images pour pouvoir calculer le terme a priori sur les objets à segmenter.

Nous finissons ce travail par la segmentation d'un objet dont la topologie n'est pas triviale. Il s'agit d'un verre qui est partiellement occulté par un stylo sous deux angles de rotation différents (0 et -30 degré) (figure 16, ligne 1, images du milieu et de droite). Nous faisons évoluer le contour sans a priori jusqu'à convergence (lignes 2 et 3, images de gauche). Le modèle intégrant l'a priori de forme parvient à détecter les vrais contours bien qu'ils soient partiellement occultés (lignes 2 et 3, images de droite) en passant par des étapes intermédiaires (lignes 2 et 3, images du milieu).

5. Conclusion

Dans cet article, nous avons présenté un nouveau terme d'a priori de forme géométrique pour contraindre l'évolution d'un modèle de contours actifs basé région vers une forme de référence. Cette approche utilise le recalage des fonctions level set, associées au contour en évolution et à une forme de référence, par corrélation de phase. La validation proposée a montré la capacité du terme d'énergie a priori rajouté à améliorer la robustesse de la segmentation en présence de fond texturé, de parties manquantes et d'occultations partielles de l'objet cible. L'ajout du terme a priori n'a pas augmenté considérablement le temps d'exécution de l'algorithme étant donné que l'approche proposée ne fait le recalage qu'une seule fois et ce recalage est réalisé par la transformé de Fourier rapide. A la suite de cette étude, nous travaillons sur l'extension de cette approche à des transformations plus générales telles que les transformations affines et à gérer le cas ou plusieurs formes de références sont disponibles et donc que le modèle doit pouvoir choisir la forme la plus proche.

Bibliographie

- Caselles V., Kimmel R., Sapiro G. (1997). Geodesic active contours. *International Journal of Computer Vision*, vol. 22, n° 1, p. 61-79.
- Caselles V., Catté F., Coll T., Dibos F. (1993). A geometric model for active contours. *Numerische Mathematik*, vol. 66, n° 1, p. 1-31.
- Chan T., Zhu W. (2005). Level set based shape prior segmentation. *CVPR*.
- Chan T., Vese L. (2001). Active contours without edges. *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 10, n° 2, p. 266-277.
- Charmi M.A., Mezghich M.A., M'Hiri S., Derrode S., Ghorbel F. (2010). Geometric shape prior to region-based active contours using Fourier-based shape alignment. *IST*.

- Charmi M.A., Derrode S., Ghorbel F. (2009). Using Fourier-based shape alignment to add geometric prior to snakes. *ICASSP*.
- Charmi M.A., Derrode S., Ghorbel F. (2008). Fourier-based shape prior for snakes. *Pattern Recognition Letters*, vol. 29, n° 7, p. 897-904.
- Chen Y., Thiruvankadam S., Tagare H.D., Huang F., Wilson D., Geiser E.A. (2001). On the incorporation of shape priors into geometric active contours. *IEEE Workshop on Variational and Level Set Methods in Computer Vision*.
- Cohen L. (1991). On active contour models and balloons. *Graphical Models Image Process.* vol. 53, n° 2, p. 211-218.
- Cremers D., Sochen N., Schnörr C. (2003). Toward Recognition-Based Variational Segmentation Using Shape Priors and Dynamic Labeling. *Computer Science*.
- Derrode S., Ghorbel F. (2001). Robust and efficient Fourier Mellin Transform Approximations for gray level image reconstruction and complete invariant description. *Computer Vision and Image Understanding*, vol. 83, n° 1, p. 57-78.
- Fang W., Chan K.L. (2007). Incorporating shape prior into geodesic active contours for detecting partially occluded object. *Pattern Recognition*, vol. 40, n° 1, p. 2163-2172.
- Foulonneau A., Charbonnier P., Heitz F. (2009). Multi-reference shape priors for active contours. *International Journal of Computer Vision*, vol. 81, n° 1, p. 68-81.
- Foulonneau A., Charbonnier P., Heitz F. (2006). Affine-invariant geometric shape priors for region-based active contours. *PAMI*, vol. 28, n° 8, p. 1352-1357.
- Foulonneau A., Charbonnier P., Heitz F. (2004). Contraintes géométriques de formes pour les contours actifs orientés région : une approche basée sur les moments de Legendre. *Traitement du signal*, vol. 21, n° 2, p. 109-127.
- Foulonneau A., Charbonnier P., Heitz F. (2003). Geometric shape priors for region-based active contours. *IEEE Conf. Image Processing*.
- Ghorbel F. (1998). Towards a unitary formulation for invariant image description: application to image coding. *An. of telecom*, vol. 153, n° 3, p. 145-155.
- Ghorbel F. (1994). A complete invariant description for grey-Level images by the harmonic analysis approach. *Pattern Recognition Letters*, vol. 15, n° 1, p. 1043-1051.
- Kass M., Witkin A., Terzopoulos D. (1988). Snakes: active contour models. *International Journal of Computer Vision*, vol. 1, n° 4, p. 321-331.
- Leventon M., Grimson E., Faugeras O. (2000). Statistical shape influence in geodesic active contours. *Computer Vision and Pattern Recognition*.
- Malladi R., Sethian J., Vemuri B. (1995). Shape modeling with front propagation: A level set approach. *PAMI*, vol. 17, n° 2, p. 158-175.
- Marcel B., Briot M., Murietta R. (1997). Calcul de translation et rotation par la transformation de Fourier. *Traitement du signal*, vol. 14, n° 2, p. 135-149.
- Osher S., Sethian J.A. (1988). Fronts propagating with curvature-dependent speed: algorithms based on hamilton-jacobi formulation. *J.of Computational Physics*, vol. 79, n° 1, p. 12-49.

Paragios N., Deriche R. (1999). Geodesic active regions for supervised texture segmentation. *International Conference on Computer Vision*.

Xu C., Prince L. (1997). Gradient vector flow: A new external force for snakes. *Computer Vision and Pattern Recognition, 1997*.

Slim M'Hiri. Ingénieur Télécom (1993), Docteur en GBM (1996), Slim M'Hiri est maître assistant à l'Ecole Nationale des Sciences de l'Informatique (ENSI), il anime des recherches au sein du pôle GRIFT (Groupe de Recherche en Images et Formes de Tunisie) du laboratoire CRISTAL incluant la modélisation statistique et modèles de formes appliquées à la reconnaissance des formes et la segmentation 2D et 3D dans le domaine médical.

Mohamed Amine Mezghich. Ingénieur de l'Ecole Nationale des Sciences de l'Informatique (ENSI) en 2009 et titulaire d'un Master PRISM, option image en 2010, Mohamed Amine MEZGHICH est assistant contractuel à l'ISAMM. Il prépare, au sein du Laboratoire CRISTAL, pôle GRIFT, une thèse portant sur l'introduction d'un a priori de forme pour les contours actifs. Ses domaines d'intérêt portent sur la segmentation par les modèles déformables en imagerie médicale.

Malek Sellami. Ingénieur en Informatique de l'Ecole Nationale des Sciences de l'Informatique (ENSI) et titulaire du diplôme de Master PRISM option image. Elle est actuellement doctorante au Groupe de Recherche en Images et Formes de Tunisie (GRIFT) du laboratoire CRISTAL et assistante contractuelle à l'ENSI. Ses travaux actuels concernent le recalage d'image basé sur les groupes des transformations géométriques.