

---

# Modèle analytique de la rupture longitudinale d'un composite unidirectionnel à fibres naturelles

**Bachir Bouhamida<sup>1</sup>, Zouaoui Sereir<sup>1</sup>, Alaa Chateauneuf<sup>2</sup>**

*1. Laboratoire Structures de Composites et Matériaux Innovants  
Faculté de génie mécanique,  
Université des Sciences et Technologie Mohamed Boudiaf  
BP 1505 El M'Naouer, Oran, Algérie  
Bouhamida68b@yahoo.fr*

*2. LaMI, Université Blaise Pascal, EA 3867  
BP 10448, 63000 Clermont-Ferrand, France*

---

*RÉSUMÉ. Le présent travail a pour objet le développement d'un modèle analytique de shear-lag d'une cellule d'un composite unidirectionnel à base de fibres naturelles (fibre d'Alfa) avec un espacement irrégulier entre les fibres. La méthode des différences finies est utilisée pour le calcul du facteur de concentration de contraintes Stress Concentration Factor (SCF) au niveau des fibres voisines intactes. À l'aide de la mise au point d'un schéma de différences finies tridimensionnel 3D avec un espacement aléatoire des fibres, un système d'équations couplées a été obtenu pour le déplacement et pour la concentration de contraintes dans les fibres. En variant la distance entre les fibres ainsi que leurs diamètres, la sensibilité de la répartition du SCF est évaluée sur le long de la fibre. Une analyse probabiliste, d'une cellule d'un composite unidirectionnel présentant une rupture de la fibre centrale, est effectuée afin d'évaluer l'effet des incertitudes géométriques et mécaniques sur l'évolution de la concentration des contraintes. L'étude probabiliste est effectuée en utilisant des simulations de Monte-Carlo afin d'évaluer la sensibilité du modèle aux incertitudes géométriques et mécaniques.*

*ABSTRACT. The present work aims at developing an analytical model of shear-lag of a cell of unidirectional composites made from natural fibers (Alfa) with irregular spacing between fibers. The finite difference method is used to calculate the "Stress Concentration Factor" (SCF) at the neighboring fibers. By the development of a pattern of three-dimensional finite differences with random spacing between fibers, a coupled system of equations is obtained for the displacement and stress concentration in the fibers. By varying the distance between the fibers and their diameters, the sensitivity distribution of the SCF is evaluated along the fibers. A probabilistic analysis of a cell of a unidirectional composite having a break in the central fiber is then conducted to evaluate the effect of geometrical and mechanical uncertainties on the evolution of the stress concentration. The probabilistic study is performed using Monte*

*Carlo simulations to assess the sensitivity of the model with respect to geometrical and mechanical uncertainties.*

*MOTS-CLÉS : composite unidirectionnel, fibre naturelle, rupture de fibre, différences finies, concentration de contrainte.*

*KEYWORDS: unidirectional composite, natural fiber, broken fiber transfer, finite difference, stress concentration.*

---

DOI:10.3166/RCMA.26.401-417 © Lavoisier 2016

### **Extended abstract**

This work consists on the probability analysis of unidirectional composite Alfa fibers presenting a break of the central fiber of a cell, to estimate the effect of the geometrical and mechanical uncertainties on the evolution of the stress of concentration. The probability study is made by using simulations of Monte Carlo to estimate the sensibility of the behavior towards the geometrical and mechanical uncertainties.

At the beginning, the extraction of fibers of Alfa is realized. The part of extraction consists of several stages, based mainly on a chemical and mechanical treatment by using simple ways.

After the extraction of the fiber Alfa, two essential variables for the calculation of the SCF are going to be determined to know the diameter of the fiber (geometrical characteristic) and Young modulus of the fiber (mechanical characteristic)  $E_f$ . For the diameter, the use of a computer-aided optical microscope is necessary. For the Young modulus, the use of a universal trial machine is necessary.

A unidirectional composite with fiber of Alfa loaded in the direction of fibers is used. If all the fibers are intact, a uniform state of axial close constraints exists altogether. When a fiber breaks itself, a micromechanical redistribution of the constraint in the neighborhood of the broken fiber is generated. However, this constraint is passed on in the intact nearby fibers through the matrix.

To study the state of constraints in the neighborhood of the broken fiber, the model NNLS (Nearest Neighbor Load Sharing) is used for the determination of the SCF. The SCF will be determined according to the displacements of fibers. A broken fiber is thus surrounded with six intact fibers.

Two programs are developed. The first one considers the mechanical model by calculating the displacements and the SCF for the neighboring broken and intact fibers; a validation of our digital results is made. The second is bound to the probability analysis according to the method of Monte Carlo. To make the probability analysis, the uncertain variables of entry must be described by their parameters and chaps of distribution.

## 1. Introduction

Ce travail porte sur l'analyse probabiliste d'un composite unidirectionnel présentant une rupture d'une fibre Alfa, afin d'évaluer l'effet des incertitudes géométriques et mécaniques sur l'évolution de la concentration des contraintes. L'étude probabiliste est effectuée en utilisant des simulations de Monte-Carlo afin d'évaluer la sensibilité du comportement vis-à-vis des incertitudes géométriques et mécaniques. La difficulté dans l'évaluation de la fiabilité provient de la nature incertaine des phénomènes mis en jeu au sein de la structure considérée (variabilité des propriétés des matériaux, imprécisions géométriques, aléas des chargements appliqués...), qui peuvent avoir un impact significatif sur les performances du système. Ainsi, il est indispensable d'intégrer ces incertitudes pour permettre des modélisations réalistes, d'une part, et pour justifier les marges de sécurité prises en compte dans le dimensionnement.

Traditionnellement, le dimensionnement des structures est fondé sur une démarche déterministe dans laquelle l'ensemble des paramètres précités prennent des valeurs fixes. Plus précisément, les paramètres incertains sont décrits par une valeur caractéristique défavorable. Associée à des coefficients de sécurité, l'analyse classique conduit à une réponse binaire ("sûreté" ou "défaillance") vis-à-vis d'un critère donné, qui traduit d'une certaine manière la confiance que l'on peut accorder à ce dimensionnement.

L'approche déterministe utilise par conséquent une marge volontairement pessimiste conduisant le plus souvent à un surdimensionnement injustifié (Lemaire *et al.*, 2005). Dans la démarche probabiliste en revanche, on construit une modélisation stochastique dans laquelle les données incertaines sont représentées par des variables aléatoires. On peut ensuite évaluer la probabilité de défaillance de la structure (aspect quantitatif) ainsi que mesurer la sensibilité de cette probabilité par rapport à chacune des variables aléatoires introduites (aspect qualitatif).

Deux situations sont envisageables : soit on connaît les caractéristiques de la structure et on vérifie que sa fiabilité est satisfaisante ; soit on optimise le dimensionnement de celle-ci pour respecter un niveau de fiabilité donné. En se basant sur un traitement plus rationnel des incertitudes, l'approche fiabiliste permet une meilleure appréciation des marges de sécurité à l'aide d'indicateurs de confiance, et constitue en ce sens un outil adéquat pour l'aide à la décision en phases de conception et de maintenance.

La mécanique probabiliste correspond à un couplage entre d'une part, la modélisation d'un phénomène physique (mécanique, construction, etc.) et d'autre part, les outils des mathématiques appliquées (statistiques, théorie des probabilités et simulation numérique).

## 2. Extraction de la fibre Alfa

Le Maghreb dispose d'une richesse unique dans le monde avec plusieurs millions d'hectares de la plante d'Alfa, et l'utilisation des fibres naturelles pour

l'environnement et la santé humaine n'est plus à démontrer. Les composites à base de fibres naturelles représentent des enjeux importants pour cette région du monde. L'extraction des fibres est un procédé classique dans l'industrie du textile. Les fibres naturelles se présentent souvent sous une forme qui ne permet pas leur filage ; il faut donc transformer par extraction et purification la matière première en une forme filable. Une extraction est nécessaire pour obtenir des fibres filables, pendant laquelle les liants comme les pectines et la lignine sont éliminés et les fibres deviennent plus courtes. Ces fibres obtenues sont appelées les fibres ultimes.

L'extraction de fibres d'alfa est effectuée à partir d'alfa brute ; il s'agit plus spécifiquement de la recherche concernant des fibres assez longues pour qu'elles soient filables. La partie d'extraction est composée de plusieurs étapes, basées principalement sur un traitement chimique, mécanique ou biologique. Notre travail consiste à extraire seulement des fibres à partir de la plante d'alfa en combinant des procédés des deux premières techniques et en utilisant des moyens simples.

Plusieurs plantes ont été utilisées pour nous permettre la sélection de plusieurs ensembles de rameaux. Ces derniers passent un temps à bouillonner dans l'eau douce, d'autres vont être trempés dans de l'acide (NAOH).

Le procédé de brossage des tiges, nous permet de faire des extractions de fibres en éliminant la couche supérieure de l'alfa. Un brossage mécanique avec des brosses métalliques subdivise les tiges et élimine la couche supérieure constituée de cellulose. Toutes les étapes nécessaires pour l'extraction des fibres sont indiquées dans la figure 1. Les brosses sont déplacées dans le sens longitudinal des tiges. Comme les tiges sont forcées à passer entre les dents du peigne, le diamètre des tiges est réduit permettant d'extraire les fibres.



*a) Cueillette*



*b) Cuisant*



*c) Trempage*



*d) Brossage*



*e) Extraction*

*Figure 1. Étapes d'extraction des fibres Alfa*

### 3. Caractérisation de la fibre alfa

Après l'extraction de la fibre alfa, deux variables indispensables pour le calcul du SCF vont être déterminées, à savoir le diamètre de la fibre (caractéristique géométrique) et le module de Young de la fibre (caractéristique mécanique)  $E_f$ . Pour le diamètre, l'utilisation d'un microscope optique assisté par ordinateur est nécessaire comme montre la figure 2. Suite à plusieurs mesures, une valeur moyenne est indiquée dans le tableau 1.

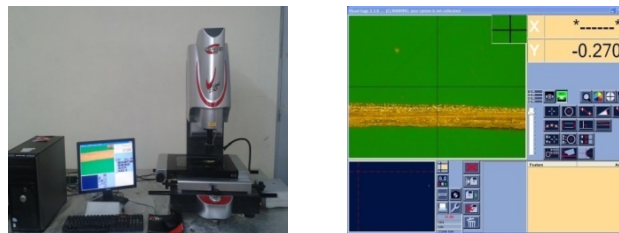


Figure 2. Détermination du diamètre de la fibre Alfa.

Tableau 1. Variables aléatoires et paramètres correspondant à l'alfa-époxy

Variables	Symboles	Valeurs	Coefficients de variation (%)
Module de Young de la fibre	$E_f$	28,4 GPa	12
Module de Young de la matrice	$E_m$	4,4 GPa	12
Rayon de fibres	$R_f$	135 $\mu\text{m}$	12
Fraction volumique des fibres	X	0,53	12
Distance entre fibres	$w_{12}$	1,05 $\mu\text{m}$	15
	$w_{13}$	0,74 $\mu\text{m}$	15
	$w_{14}$	0,84 $\mu\text{m}$	15
	$w_{15}$	1,44 $\mu\text{m}$	15
	$w_{16}$	0,9 $\mu\text{m}$	15
	$w_{17}$	0,32 $\mu\text{m}$	15
	$w_{23}$	0,74 $\mu\text{m}$	15
	$w_{27}$	1,11 $\mu\text{m}$	15
	$w_{34}$	0,61 $\mu\text{m}$	15
	$w_{45}$	1,03 $\mu\text{m}$	15
	$w_{56}$	1,31 $\mu\text{m}$	15
$w_{67}$	0,86 $\mu\text{m}$	15	

Pour le module de Young, l'utilisation d'une machine d'essai universelle est nécessaire. Après plusieurs essais dans la même condition climatique, une valeur moyenne est obtenue et fournie dans le tableau 1.

#### 4. Modèle numérique développé

##### 4.1. Présentation du phénomène physique

Un composite unidirectionnel à fibre d'alfa chargé dans la direction des fibres est exprimé par la figure 3. Si toutes les fibres sont intactes, un état uniforme de contraintes unies axiales existe dans l'ensemble. Une fois qu'une fibre se casse, une redistribution micromécanique de la contrainte au voisinage de la fibre cassée est générée. Cependant, cette contrainte est transmise aux fibres voisines intactes par l'intermédiaire de la matrice.

Afin d'étudier l'état de contraintes au voisinage de la fibre cassée, le modèle NNLS (*Nearest Neighbor Load Sharing*) a été utilisé pour la détermination du facteur de concentration de contraintes. Le SCF sera déterminé en fonction des déplacements des fibres. Une fibre cassée est donc entourée de six fibres intactes.

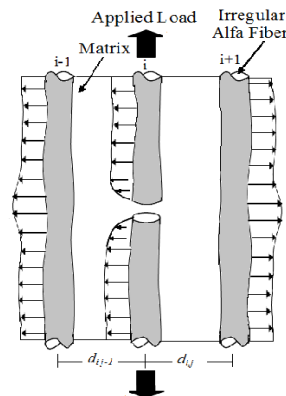


Figure 3. Répartition des contraintes au niveau de la fibre cassée et les fibres voisines intactes

##### 4.2. Présentation du modèle mathématique

Le modèle mathématique est détaillé dans l'article (Bouhamida *et al.*, 2013). En se servant de l'hypothèse de shear-lag, les forces d'influences sont estimées à partir des déplacements des fibres, qu'on peut écrire :

$$\{Q\} = E_f \frac{d}{dx} \{U\} \quad (1)$$

L'hypothèse de shear-lag est appliquée pour une cellule à sept fibres et système régissant des équations pour des déplacements des fibres est obtenu :

$$\frac{d^2}{dx^2}\{U\} + [A]\{U\} = 0 \quad (2)$$

### 4.3. Présentation du schéma

Dans le cas de rangement hexagonal, l'équation différentielle (3) permet d'écrire l'équilibre des forces en s'appuyant sur la méthode des différences finies à laquelle nous introduisons les conditions aux limites.

$$EA \frac{d^2 u_{i,j,k}}{dx^2} + \frac{Gh}{d} (u_{i+1,j,k} - u_{i+1/2,j+1,k} + u_{i+1/2,j-1,k} - u_{i-1,j,k} - u_{i-1/2,j-1,k} - u_{i-1/2,j+1,k} - 6u_{i,j,k}) = 0 \quad (3)$$

Les paramètres de cette expression sont le module de Young axial de la fibre  $E$ , le module de cisaillement de la matrice  $G$ , l'épaisseur de la matrice  $h$ , la section transversale de chaque fibre  $A$ , le déplacement d'ouverture de la fissure  $u$  et la distance entre les fibres  $d$ .

La figure 4 montre la discrétisation selon le modèle des différences finies. Le calcul devient très précis lorsque  $\Delta x$  est petit. Par contre, le temps de calcul devient lui-même très important. Afin de surmonter cette difficulté, nos discrétisations ont été limitées à la longueur inefficace. Cette dernière est considérée comme étant la longueur minimale pour laquelle les fibres regagnent leur position initiale.

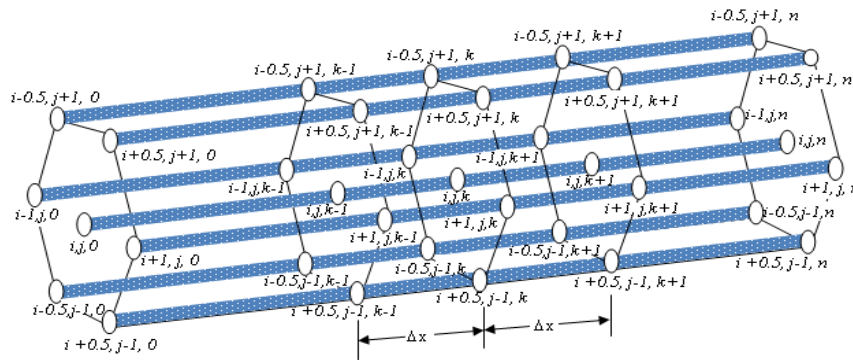


Figure 4. Nœuds et discrétisation du modèle de différences finies

Ainsi, les termes de l'équation différentielle du second ordre (3) peuvent être simplifiés de la manière détaillée ci-dessous.

Pour les fibres non rompues, la dérivée seconde du champ de déplacement est discrétisée comme suit :

$$\frac{d^2 u_{i,j,k}}{dx^2} = \frac{u_{i,j,k-1} - 2u_{i,j,k} + u_{i,j,k+1}}{\Delta x^2} \quad (4)$$

Lorsque la fibre  $(i, j, k)$  est rompue, la cassure peut être considérée comme le point central de la fibre, de sorte que la contrainte entre les déplacements  $u_{i,j,k}$  et  $u_{i,j,k-1}$  devient nulle (c.-à-d.  $u_{i,j,k} = u_{i,j,k-1}$ ). Ainsi, l'équation des différences finies au point nodal  $(i, j, k)$  est donnée pour la fibre cassée par :

$$\frac{d^2 u_{i,j,k}}{dx^2} = \frac{4u_{i,j,k+1} - u_{i,j,k}}{3\Delta x^2} \quad (5)$$

Par ailleurs, la contrainte de traction n'est pas nulle dans la fibre, mais puisque la matrice est dominée par l'effort de cisaillement, nous considérons que la rupture de la matrice est provoquée par une contrainte de cisaillement. La matrice ne supporte plus la charge après rupture, et la contrainte de cisaillement causée par le frottement existe seulement entre la matrice et les fibres (i.e. à l'interface). Cette contrainte due au frottement  $\tau_s$  est inférieure à la résistance au cisaillement de la matrice  $\tau_m$ . Lorsque les éléments de la matrice sont cassés, la contrainte de cisaillement dans la matrice est donnée comme suit :

$$\tau = \tau_s \quad (6)$$

Dans notre cas, l'arrangement des fibres est hexagonal (figure 5), nous obtenons :

$$U_{i,j,k} = \frac{1}{C_1 + C_2 C_3 \Delta x^2} \left[ U_{i,j,k-1} + U_{i,j,k+1} + C_2 \Delta x^2 \left( \begin{array}{l} U_{i+1,j,k} + U_{i-1,j,k} + U_{i+1/2,j+1,k} + \\ U_{i-1/2,j+1,k} + U_{i+1/2,j-1,k} + U_{i-1/2,j-1,k} \end{array} \right) \right] \quad (7)$$

On note

$$\xi = \sqrt{(EAd / Gh)} \quad (8)$$

avec  $U_{i,j,k} = u_{i,j,k} / \xi$  le petit déplacement du point nodal.  $C_1$  et  $C_2$  sont les constantes représentant l'état de rupture de la fibre ( $C_1 = 1$  et  $C_2 = 0.75$  quand la fibre est cassée,  $C_1 = 2$  et  $C_2 = 1$  quand la fibre est intacte).  $C_3$  est une constante qui représente l'état de rupture de la matrice ( $C_3 = 0$  quand tous les éléments de la matrice entourant le point nodal sont cassés, pour ce cas d'exception,  $C_3$  possède la même valeur que le nombre d'éléments intacts).



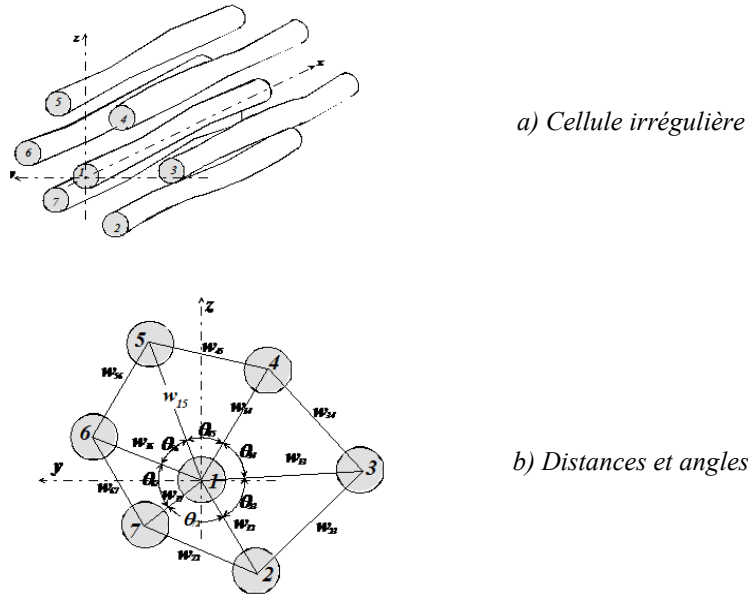


Figure 5. Illustration du modèle hexagonal à trois dimensions avec l'espace aléatoire (Bouhamida et al., 2013)

En outre,  $\Delta X (= \Delta x / \xi)$  est la petite longueur de la fibre, et les autres limites de déplacement correspondent à la rupture des fibres et de la matrice à proximité de la fibre cassée au point  $(i, j, k)$ . Les conditions aux limites de type Dirichlet sont appliquées, conformément au modèle shear-lag :

$$u_{1,0} = 1 \text{ et } u_{j,0} = 0 \text{ pour } j = 2,3,\dots,7 \quad (9)$$

Et aux critères de continuité :

$$u_{i,N} = u_{i,N-1} \text{ pour } i = 1,2,\dots,7 \quad (10)$$

Les fonctions d'influence de forces  $q_{i,k}$  peuvent être évaluées par les équations suivantes :

$$\begin{aligned} q_{i,0} &= E_{f_i} \frac{u_{i,1} - u_{i,0}}{\Delta x} \quad \text{pour } k = 0 \\ q_{i,k} &= E_{f_i} \frac{u_{i,k+1} - u_{i,k-1}}{\Delta x} \quad \text{pour } 0 < k < K \\ q_{i,K} &= E_{f_i} \frac{u_{i,K} - u_{i,K-1}}{\Delta x} \quad \text{pour } k = K \end{aligned} \quad (11)$$

Le facteur SCF peut être calculé pour toutes les fibres par :

$$C_{i,k} = 1 + \frac{q_{i,k}}{\sigma_{f0}} \quad (12)$$

où  $\sigma_{f0}$  est la moyenne de la contrainte dans le champ lointain.

#### 4.4. Validation

Les caractéristiques mécaniques sont données au tableau 2 pour un matériau composite d'époxy et de fibre de carbone. La validation de nos résultats numériques est effectuée par comparaison avec les résultats du modèle (Bandorawalla, 2002).

Tableau 2. Caractéristiques mécaniques et géométriques du graphite-époxy

Module de Young de la fibre $E_f$	234,4 GPa
Module de Young de matrice $E_m$	4,4 GPa
Résistance de référence fibre $\sigma_0$	3,17 GPa
Contrainte de cisaillement $\tau_0$	25,8 MPa
Coefficient de Poisson de la matrice $\nu$	0,43
Fraction Volumique des fibres $X$ ou $V_f$	0,53
Paramètre de cisaillement $\eta$	1,0
Rayon de la fibre $r_f$	3,5 $\mu\text{m}$
Distance de perturbation $x_p$	60 * $r_f$
Distance entre la fibre 1 et la fibre 2	0,105 $\mu\text{m}$
Distance entre la fibre 1 et la fibre 3	0,074 $\mu\text{m}$
Distance entre la fibre 1 et la fibre 4	0,084 $\mu\text{m}$
Distance entre la fibre 1 et la fibre 5	0,144 $\mu\text{m}$
Distance entre la fibre 1 et la fibre 6	0,09 $\mu\text{m}$
Distance entre la fibre 1 et la fibre 7	0,032 $\mu\text{m}$

En utilisant les mêmes données et les mêmes espacements entre les fibres, le facteur de concentration de contraintes (SCF) le long des six fibres voisines de la fibre cassée est représenté sur la figure 6. Nos résultats s'accordent avec ceux donnés par Bandorawalla (2002), comme le montre la figure 7.

Pour les deux modèles, nous avons constaté que le SCF est toujours maximal au point de rupture ( $x = 0,0$ ) à cause de la charge abandonnée par la fibre cassée. Cette concentration augmente de plus en plus, lorsque la fibre voisine se rapproche de la fibre cassée.

La fibre intacte la plus proche de la fibre cassée absorbe ainsi une partie importante de la charge lâchée. Par exemple à  $x = 0$ , le SCF pour la fibre la plus proche (Fibre 7) est de 1,29, tandis que pour la fibre la plus éloignée (Fibre 5), le SCF est seulement de 1,1. Ainsi, nous pouvons dire que l'espacement entre les fibres a un effet très significatif sur la répartition du SCF. Après une longueur critique d'environ  $25r_f$  la stabilité du SCF est observée.

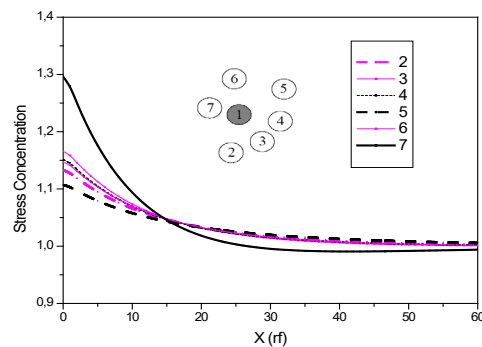


Figure 6. SCF des fibres voisines intactes les plus proches dans notre modèle

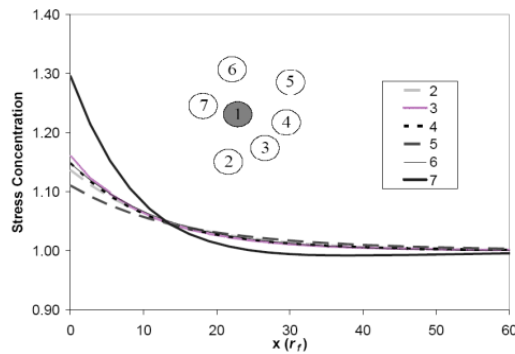


Figure 7. SCF des fibres voisines intactes les plus proches dans le modèle (Bandorawalla, 2002)

La comparaison avec le modèle (Bandorawalla, 2002) est effectuée pour le cas de la fibre centrale cassée. La figure 8 illustre la concentration de contraintes à partir du point de rupture  $x = 0$  jusqu'à la distance inefficace  $x = 60r_f$ . De cette figure, il

est visible que la concentration de contraintes est nulle au point de cassure (séparation entre les deux parties de cette fibre), parce que la force est totalement répartie sur les fibres voisines intactes. Ensuite, les valeurs augmentent progressivement jusqu'à la valeur asymptotique 1. Une parfaite concordance existe entre nos résultats et ceux de (Bandorawalla, 2002).

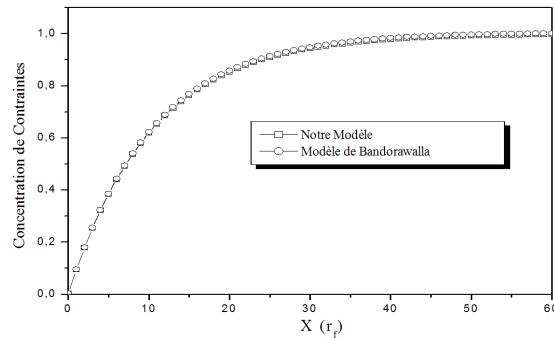


Figure 8. Comparaison de la concentration de contraintes dans la fibre cassée

D'après les caractéristiques de la fibre alfa obtenues dans les deux premières parties, le module de Young de la fibre alfa est petit comparativement à celle du carbone. En respectant la même géométrie, la figure 9 nous montre que le SCF est identique au départ par rapport à la figure 6, sauf que la longueur critique est réduite et que le SCF se stabilise à environ  $5r_f$  pour les fibres alfa.

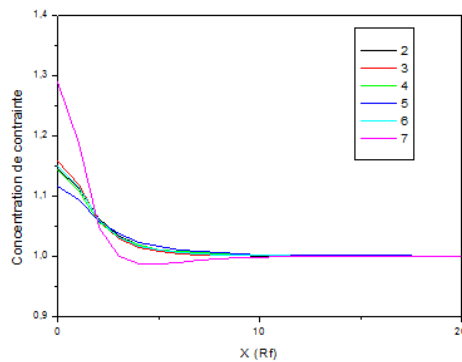


Figure 9. SCF des six fibres d'alfa intactes selon notre modèle

## 5. Résultats de l'approche fiabiliste du modèle mécanique

L'étude probabiliste est effectuée en utilisant des simulations de Monte-Carlo afin d'évaluer la sensibilité du modèle de comportement vis-à-vis des incertitudes géométriques et mécaniques. La méthode de Monte-Carlo (Ang et Tang, 1984) consiste à prélever un échantillon aléatoire des variables d'entrée, puis en effectuant une analyse numérique en utilisant l'exécutable du programme dans le programme de Monte-Carlo.

Afin d'avoir une bonne convergence des résultats, il est nécessaire de faire au moins  $10^5$  simulations. Dans la littérature (Motley et Young, 2011 ; Rouhi et Rais-Rohani, 2013 ; Khat *et al.*, 2011 et Bouhafs *et al.*, 2012), les sources d'incertitudes sont classées en deux catégories. Premièrement, les incertitudes des modèles concernent les problèmes de représentation du modèle mathématique et numérique des phénomènes physiques réels. Ces problèmes sont causés par des erreurs dans le choix du modèle et des paramètres de description du comportement du matériau, dans la précision de l'algorithme de résolution ou dans l'insuffisance du maillage éléments dans les modèles numériques. Deuxièmement, les incertitudes significatives concernent toutes les variabilités naturelles qui sont liées à la démarche expérimentale (par exemple, la précision de la géométrie ou des conditions de chargement lors des essais de structure, la variabilité naturelle des propriétés mécaniques...).

Dans notre étude, le deuxième type d'incertitude est considéré, les incertitudes sont partiellement irréductibles et aussi très difficile à contrôler. Ainsi, outre la variabilité dans l'arrangement des fibres et de l'espacement, il peut y avoir des incertitudes importantes dans les matériaux composites et les propriétés géométriques de l'interphase autour des renforts à l'intérieur de la matrice (Carrere *et al.*, 2009). Ces incertitudes, ainsi que celles associées à la fabrication et aux imperfections du processus, créent un dommage au niveau local qui peut causer des fissures transversales de la matrice et des ruptures de fibres, et par conséquent affecter les performances et la sécurité des structures et composants fabriqués à partir de ce matériau.

Les principales raisons de la rupture du composite unidirectionnel sont liées aux fluctuations des charges, aux incertitudes géométriques et aux dispersions des propriétés des matériaux. Pour cela, l'étude probabiliste du modèle de comportement du composite unidirectionnel est réalisée en utilisant les simulations de Monte-Carlo afin d'évaluer la sensibilité du modèle d'analyse présenté en ce qui concerne les incertitudes géométriques et mécaniques.

Pour notre analyse, deux programmes ont été développés : le premier considère le modèle mécanique en calculant le déplacement et les concentrations de contraintes pour les fibres cassées et intactes adjacentes, et le deuxième est lié à l'analyse probabiliste selon la méthode de Monte-Carlo. Pour effectuer l'analyse probabiliste, les variables d'entrée incertaines doivent être décrites par leurs paramètres et types de distribution.

Dans notre modèle, les incertitudes considérées sont associées aux modules de Young de la fibre alfa et de la matrice époxy ( $E_f$ ,  $E_m$ ), à la fraction volumique des fibres, aux espacements entre les fibres  $w_{ij}$  et au diamètre des fibres  $D_f$ . Sur la base des données de la littérature (Bouhafis *et al.*, 2012 ; Béakou et Mohamed, 2001 ; Atadero *et al.*, 2005 ; Amirat *et al.*, 2006), le tableau 1 indique les paramètres statistiques pour les variables aléatoires sélectionnées, qui sont considérées comme normalement distribuées.

Afin de permettre la compréhension du rôle des variables aléatoires d'entrée, nous devons tout d'abord étudier la sensibilité de la concentration des contraintes en ce qui concerne les incertitudes des variables d'entrées. L'influence des incertitudes du composite unidirectionnel, avec la fibre centrale cassée entourée de six fibres intactes, est considérée en traçant les fonctions de densité de probabilité (PDF). Pour tracer les PDF de la concentration de contraintes, certaines variables d'entrée sont considérées comme aléatoires, tandis que les autres sont maintenues déterministes (égales à leurs valeurs moyennes respectives).

La figure 10 représente la fonction de densité de probabilité de la concentration de contraintes pour les différentes combinaisons des variables d'entrée. Pour illustrer la sensibilité de la concentration des contraintes de notre composite, la figure 10 montre l'effet de la variation de l'espacement entre les fibres, du rayon des fibres, la fraction volumique et du module de Young de la matrice et des fibres.

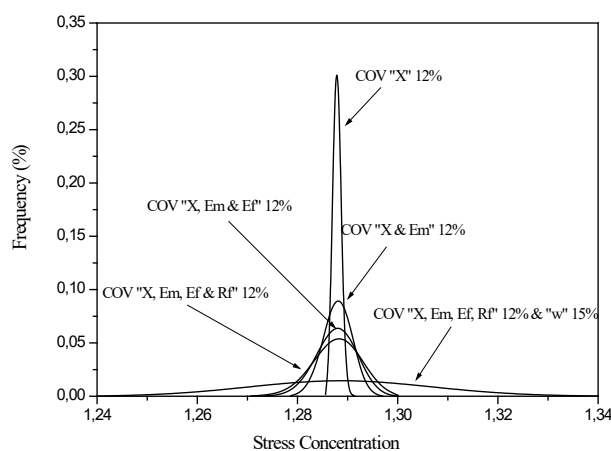


Figure 10. Distributions de probabilité de la concentration de contraintes pour différentes combinaisons de variables aléatoires

Lorsque seulement les propriétés des fibres et de la matrice ( $E_f$ ,  $E_m$ ) et la fraction volumique  $X$  sont considérées comme aléatoires, la dispersion du déplacement est négligeable ; dans ce cas, la concentration de contraintes peut être considérée comme déterministe. Lorsque le rayon de la fibre 7 est ajouté aux propriétés du

matériau, la dispersion de la concentration de contraintes devient plus au moins observable.

En introduisant les incertitudes liées à l'espacement entre les fibres 1 et 7  $COV(w_{17}) = 12\%$  selon le tableau 1, la concentration de contraintes varie de manière proportionnelle, la dispersion PDF devient très importante, et la queue de distribution est largement étendue sur les deux côtés, augmentant ainsi la probabilité de défaillance.

Sachant que l'incertitude de la fraction volumique n'a pratiquement aucun effet sur le SCF, dans la suite seulement les quatre variables à savoir  $E_f$ ,  $E_m$ ,  $R_f$  et  $w_{17}$  sont à considérer. La figure 11 illustre la PDF de la concentration de contraintes pour la fibre la plus proche (fibre 7) des quatre variables de conception. Nous constatons que la variable la plus importante est l'espacement entre les fibres suivie par le rayon de la fibre 7 (la fibre la plus proche de la fibre cassée). Les incertitudes liées à l'espacement entre les fibres ont le plus grand impact sur la fiabilité, avec plus de 83 %. Les incertitudes liées aux propriétés mécaniques n'ont pas d'influence significative sur le composite unidirectionnel ; ainsi, ces incertitudes ne présentent aucun danger pour la propagation de défaillance.

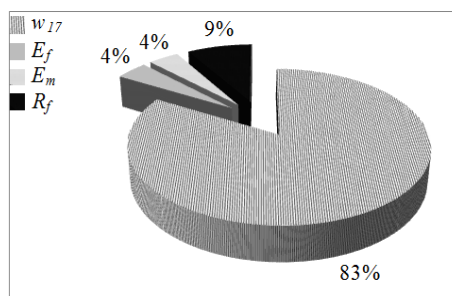


Figure 11. Facteurs d'importance de concentration de contraintes de la fibre la plus proche (fibre 7)

## 6. Conclusion

Le présent travail étudie la variation de la concentration de contraintes au niveau d'une cellule hexagonale irrégulière, d'un composite unidirectionnel à base de fibres naturelles d'Alfa. La cellule est constituée d'une fibre centrale cassée entourée de six fibres intactes. Les résultats obtenus sont en bonne concordance avec ceux de la littérature. Les principaux résultats relatifs au facteur de concentration de contraintes (SCF) autour des fibres voisines intactes se résument en :

- Pour les fibres voisines intactes les plus proches, la concentration de contraintes est maximale en  $x = 0$ , et diminue progressivement jusqu'à la valeur constante unitaire au-delà de la longueur inefficace.

– Pour les fibres alfa, le SCF diminue rapidement jusqu'à la valeur unitaire, permettant d'avoir une longueur inefficace très réduite à cause de son module de Young petit.

– le SCF change d'une manière assez importante avec la variation de la distance entre la fibre cassée et les fibres voisines intactes. En effet, lorsque cette distance est très petite, le SCF devient très important. Par contre, il sera très faible, lorsque cette distance augmente.

Une étude probabiliste avec notre modèle a été réalisée en utilisant les simulations de Monte-Carlo. L'évaluation de la sensibilité de notre modèle, nous a permis de constater que :

– l'amplification des incertitudes est plus importante pour l'espacement entre les fibres, que pour les autres paramètres ; les pourcentages les plus importants sont obtenus pour la fibre la plus proche ;

– lorsque seules les propriétés des fibres, de la matrice et la fraction volumique sont considérées comme aléatoires, la dispersion du déplacement est négligeable ; dans ce cas, la concentration de contraintes peut être considérée comme déterministe ;

– lorsque l'incertitude de la distance entre fibres est considérée, la PDF devient très dispersée, et la queue est largement étendue sur les deux côtés, augmentant ainsi la probabilité de défaillance.

## Bibliographie

- Amirat A., Chateaufneuf A. M., Chaoui K. (2006). Reliability assessment of underground pipelines under the combined effect of active corrosion and residual stress. *International Journal of Pressure Vessels and Piping* 83, 107–117.
- Ang A.H.-S., Tang W.H. (1984). *Probability Concepts in Engineering Planning and Design*. Vol.1 & 2. John Wiley and Sons.
- Atadero R., Luke Lee L., Karbhari V.M. (2005). Consideration of material variability in reliability analysis of FRP strengthened bridge decks. *Composite Structures* 70, 430–443.
- Bandorawalla T. J. (2002). *Micromechanics-based strength and lifetime prediction of polymer composites*. Doctor of Philosophy in Engineering Mechanics, Blacksburg, Virginia, USA.
- Béakou A., Mohamed A. (2001). Influence of variable scattering on the optimum winding angle of cylindrical laminated composites. *Composite Structures*, 53 287–293.
- Bouhafs M., Sereir Z., Chateaufneuf A. (2012). Probabilistic analysis of the mechanical response of thick composite pipes under internal pressure. *International Journal of Pressure Vessels and Piping* 95, 7-15.
- Bouhamida B., Sereir Z., Chateaufneuf A. (2013). Uncertainties of stress intensification near broken fibers of unidirectional composite with random fiber spacing. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* 65, 1–7.



- Carrere N., Rollet Y., Leroy F. H., Maire J.F. (2009). Efficient structural computations with parameters uncertainty for composite applications. *Composites Science and Technology* 69, 1328–1333.
- Khiat M.A., Sereir Z., Chateaneuf A. (2011). Uncertainties of unidirectional composite strength under tensile loading and variation of environmental condition. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* 56, 169–179.
- Lemaire M., Chateaneuf A., Mitteau J. C. (2005). *Fiabilité des structures : couplage mécano-fiabiliste statique*. Ed. Hermès-Lavoisier, Paris.
- Motley M.R, Young Y.L. (2011). Influence of uncertainties on the response and reliability of self-adaptive composite rotors. *Composite Structures* 94, 114–120.
- Rouhi M., Rais-Rohani M. (2013). Modeling and probabilistic design optimization of a nanofiber-enhanced composite cylinder for buckling. *Composite Structures*, 95, 346-353

