

---

# Estimation des incertitudes d'une méthode de mesure de déformées vibratoires par vision 3D

**Thomas Durand-Texte<sup>1</sup>, Elisabeth Simonetto<sup>2</sup>,  
Stéphane Durand<sup>2</sup>, Manuel Melon<sup>1</sup>, Marie-Hélène Moulet<sup>3</sup>**

*1. Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine - UMR CNRS 6613, 72085  
Le Mans cedex 09, France*

*thomas.durand-texte@univ-lemans.fr*

*2. Laboratoire Géomatique et Foncier, CNAM, 72000 Le Mans, France*

*3. Centre de Transfert de technologie du Mans, 72000 Le Mans, France*

---

*RÉSUMÉ. L'objectif du présent article est de présenter le principe d'une méthode de mesure de vibrations, basée sur la photogrammétrie, et d'en déterminer l'incertitude de mesure. Une des spécificités de la méthode réside dans le système mis en oeuvre : une caméra ultra-rapide associée à un jeu de miroirs générant deux caméras virtuelles. Des simulations numériques sont réalisées afin de quantifier les incertitudes de mesure et de déterminer la configuration optimale du système.*

*ABSTRACT. This article aims to explain the principle of a vibration measurement method based on photogrammetry, and to determine the corresponding uncertainty. The system used is specific : one ultra-fast camera and a set of mirrors generating two virtual cameras. Numerical simulations were carried out in order to quantify the measurement uncertainties and to determine the optimal configuration of the system.*

*MOTS-CLÉS : Photogrammétrie ; vibrations ; caméra ultra-rapide ; traitement d'images*

*KEYWORDS: Photogrammetry ; vibrations ; ultra-fast camera ; image processing*

---

DOI:10.3166/I2M.16.1-4.71-95 © 2017 Lavoisier

## 1. Introduction

Dans le domaine de la vibro-acoustique, la mesure de champs vibratoires est un enjeu capital, que ce soit pour étudier le comportement dynamique de structures (Ewins, 2000) ou pour identifier les sources vibratoires excitant une structure (Pezerat, Guyader, 2000). Afin d'effectuer des mesures de vibrations, les outils les plus utilisés sont l'accéléromètre et le vibromètre laser. Néanmoins, outre l'aspect intrusif des accéléromètres, la nécessité d'effectuer une acquisition par point de mesure limite ces techniques aux phénomènes stationnaires. Pour les signaux transitoires, l'holographie acoustique temporelle (Hald, 2001 ; Thomas *et al.*, 2010), l'imagerie par sources équivalentes (Bai, Lin, 2007) ou encore le retournement temporel (Lobreau *et al.*, 2015) sont des méthodes permettant cette fois d'étudier des phénomènes transitoires grâce à un grand nombre de microphones ; mais se pose alors le problème du bruit ambiant et de la régularisation due à l'étape de rétropropagation. L'intérêt se porte actuellement sur les techniques de mesure plein champ permettant de mesurer des phénomènes transitoires.

Au-delà de ces approches bien établies, différentes méthodes optiques se développent : la déflectométrie (Berry, Robin, 2016), qui mesure la forme d'un objet réfléchissant, l'holographie numérique (Poittevin *et al.*, 2015) qui utilise le principe de l'interférométrie laser afin de mesurer des déplacements, et la photogrammétrie (Baqersad *et al.*, 2017) qui, à partir d'images capturées d'au moins deux points de vue différents, permet de mesurer la forme d'un objet en trois dimensions.

En la matière, Baqersad *et al.* (2017) décrivent les différentes avancées de mesure de vibrations grâce à des méthodes basées sur la photogrammétrie, notamment pour des systèmes difficilement instrumentables : des ponts (Olaszek, 1999), des systèmes rotatifs (Stasicki, Boden, 2014) ou encore des ailes en soufflerie (Graves *et al.*, 2003). Ces méthodes visent généralement à mesurer des déformées modales et sont pour la plupart limitées à des variations stationnaires ou 2D si une seule caméra rapide est utilisée. Néanmoins, le temps de calcul et la quantité de données sont souvent très (voire trop) importants et nécessitent un post-traitement adapté, utilisant les éléments finis par exemple (W. Wang *et al.*, 2011), pour lequel les logiciels actuels de photogrammétrie sont souvent mal adaptés. Il est ainsi difficile de gérer la quantité colossale de données tout en limitant le temps de calcul (Baqersad *et al.*, 2017).

Il a été montré (Durand-Texte *et al.*, 2016) qu'il est possible de mesurer qualitativement des déformations vibratoires transitoires 3D avec la photogrammétrie, en utilisant une unique caméra ultra-rapide, grâce à des miroirs, à partir d'un montage proposé par Inaba *et al.* (1993). On souhaite maintenant optimiser cette méthode afin d'obtenir des résultats quantitatifs de meilleure précision.

Cet article présente les différents paramètres et les différentes étapes d'une méthode de mesure de phénomènes vibratoires 3D avec une seule caméra, peu de pixels ( $1\ 024 \times 1\ 024$ ), des miroirs et un nombre important de points de mesures ( $31 \times 31$  points dessinés sur une plaque). On cherche ainsi à définir les limites de la mesure, ainsi que l'influence des paramètres et des protocoles de traitement sur son incerti-

tude : par exemple, le motif utilisé comme cible pour les points de mesure, la méthode de détection de points d'intérêt ou encore la position de la caméra et des miroirs.

Notons qu'ont récemment été publiés différents articles ((Yu, Pan, 2017) et (White *et al.*, 2017)) décrivant la mesure de phénomènes transitoires par corrélation d'images avec l'utilisation du montage présenté dans cet article.

## 2. Méthode

### 2.1. Principe de la photogrammétrie

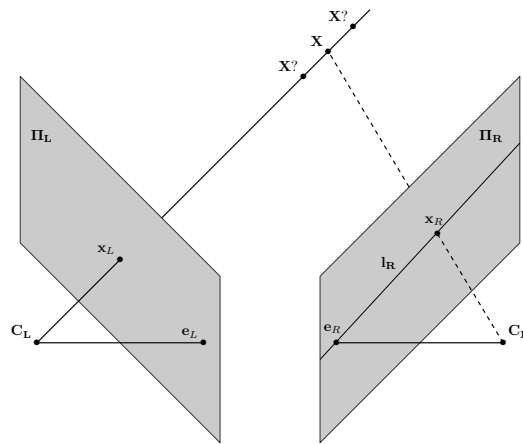


Figure 1. Schéma de principe de la vision par ordinateur adaptée de Hartley et Zisserman (2004)

Le principe d'une mesure photogrammétrique repose sur celui de la triangulation : on définit deux plans images  $\Pi_L$  et  $\Pi_R$  (de deux caméras), sur lesquels un point de l'espace  $X$  se projette en  $x_L$  et  $x_R$ . Si l'on connaît la position ( $C_L$  et  $C_R$ ) et l'orientation relative ( $R_L$  et  $R_R$ ) de ces plans dans l'espace, ainsi que la position des points  $x_L$  et  $x_R$ , il est alors possible de calculer, dans l'espace à trois dimensions ( $X, Y, Z$ ), la position des droites ( $C_L x_L$ ) et ( $C_R x_R$ ). À partir de ces deux droites, on estime la position du point  $X$  dans l'espace.

REMARQUE 1. — Il existe toujours une incertitude de mesure. En conséquence, le point  $x_R$  ne se trouve généralement pas sur la projection ( $l_R$ ) de la droite ( $C_L x_L$ ) sur  $\Pi_R$ . Il est nécessaire de prendre en compte ce paramètre lors de l'étape de triangulation.

REMARQUE 2. — Il est également possible d'utiliser plus de deux points de vue pour une mesure photogrammétrique, ce qui diminue les incertitudes de mesure.

L'équation (1) décrit la relation entre un point  $X$  de l'espace 3D et son image  $x$  sur une caméra, en fonction de la matrice caméra  $K$ , de la position du centre de perspective  $C$  et de la matrice de rotation  $R$  liant le repère monde au repère caméra (cf. équation (3)).

$$x = \begin{pmatrix} k * x_c \\ k * y_c \\ k \end{pmatrix} = K * R * [Id | -C] * \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

avec  $(x_c, y_c)$  les coordonnées de l'image du point dans le repère caméra,  $k$  un facteur multiplicatif,  $(X, Y, Z)$  les coordonnées du point dans le repère monde, et  $[Id | -C]$  la concaténation de la matrice identité (3x3) et  $C$  (3x1) la position du centre du repère caméra dans le repère monde.

La définition de la matrice caméra est donnée par :

$$K = \begin{bmatrix} f_x & 0 & p_x \\ 0 & f_y & p_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

avec  $f_x$  et  $f_y$  les longueurs focales selon les axes  $\vec{x}$  et  $\vec{y}$  de la caméra et  $(p_x, p_y)$  la position du centre du repère caméra dans l'image.

La matrice de rotation est définie telle que :

$$R(\theta, \hat{t}) = Id + \sin(\theta)[\hat{t}]_x + (1 - \cos(\theta))[\hat{t}]_x^2 \quad (3)$$

avec  $\hat{t}$  l'axe de rotation,  $\theta$  l'angle de rotation et  $[\cdot]_x$  la matrice anti-symétrique.

La position des points dans l'espace est triangulée à partir de l'équation (4) (Hartley, Zisserman, 2004) qui décrit la relation entre l'image  $x_L$  d'un point détecté sur la caméra de gauche, la distance  $Z_L$  de ce point à la caméra et l'image  $x_R$  du point détecté sur la caméra de droite. On cherche alors la valeur de  $Z_L$  qui minimise la distance entre le point détecté à droite et le point détecté à gauche reprojecté sur la caméra de droite.

$$x_R = K_R * R_{LR} * Z_L * K_L^{-1} * x_L + K_R * T_{LR} \quad (4)$$

avec  $R_{LR}$  et  $T_{LR}$  la matrice de rotation et le vecteur translation entre les deux caméras.

Afin d'obtenir les paramètres internes des caméras  $K_L$  et  $K_R$  et les paramètres externes du système ( $R_L, C_L, R_R$  et  $C_R$ ), il est nécessaire de calibrer à la fois la caméra et le système. Dans cet article, le calibrage est réalisé avec les outils de la bibliothèque OpenCV (Bradski, 2000), basés sur (Zhang, 2000 ; Bouguet, 2008).

REMARQUE 3. — Pour plus de précision sur les équations présentées, l'ouvrage (Hartley, Zisserman, 2004) présente en détail les principes de la vision par ordinateur.

## 2.2. Protocole de mesure

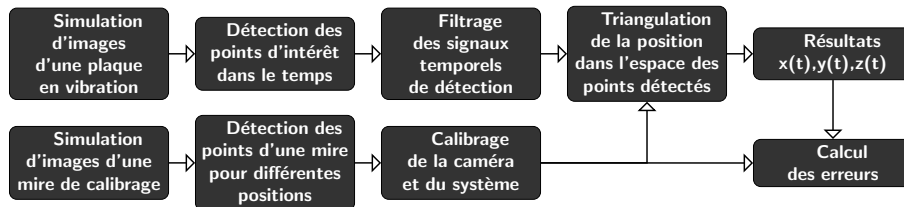


Figure 2. Schéma synoptique de la méthode

La figure 2 présente le synoptique de la démarche appliquée. Des images d'une plaque de 330 mm x 330 mm en vibration et d'une mire de calibration présentant des motifs cibles sont simulées. Ensuite, les centres des motifs sont détectés sur chaque image. La position des centres détectés pour la mire de calibration est utilisée pour effectuer le calibrage de la caméra et du système. Puis, les signaux correspondant aux positions détectées pour la plaque en vibration sont filtrés avec un filtre fréquentiel passe-bas. Finalement, à partir des données de calibrage et des signaux filtrés, la position dans l'espace et le temps du centre des motifs est triangulée et comparée avec le signal de vibration de référence afin de calculer des erreurs.

À chaque étape de la démarche, on cherche à minimiser les incertitudes de mesure. Pour ce faire, on compare et on étudie les résultats obtenus pour :

- différentes configurations du système ;
- trois motifs pour les points de mesure ;
- trois algorithmes de détection ;
- deux fréquences de coupure pour le filtrage des signaux temporels.

## 2.3. Paramètres étudiés

On cherche ici à obtenir la précision de la mesure et à déterminer un certain nombre de paramètres permettant de minimiser les incertitudes. Ces paramètres sont : l'agencement du système, la définition des points de mesure et la méthode de détection. Deux outils de simulation sont utilisés et comparés : un code de simulation développé pour cet article sous C++ utilisant la bibliothèque OpenCV (Bradski, 2000) et le logiciel de modélisation, animation et rendu 3D Blender (Blender Foundation, 2015).

### 2.3.1. Agencement du système

Pour réaliser une mesure photogrammétrique, au moins deux points de vue d'un objet sont nécessaires. On cherche alors à déterminer les positions et orientations optimales des points de vue afin de maximiser la précision de la mesure. Il est cependant possible d'utiliser une unique caméra afin d'obtenir deux points de vue différents simultanément, et ce en utilisant des miroirs, tel que présenté sur la figure 3.

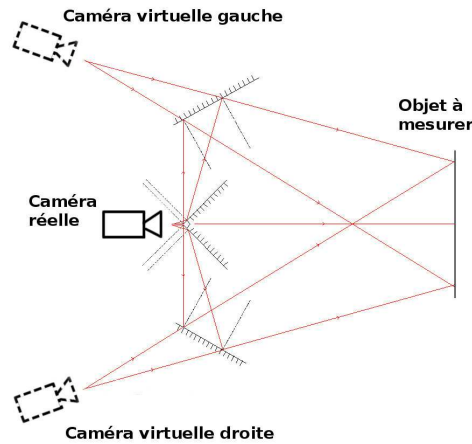


Figure 3. Schéma du montage

En effet, en plaçant un double miroir central (deux miroirs à  $90^\circ$ ) devant la caméra, la première moitié de la matrice de pixels regarde vers la gauche de la caméra et la seconde vers la droite. Il suffit ensuite de placer un miroir latéral de chaque côté afin de redresser les vues vers l'objet à mesurer. Ainsi, deux caméras virtuelles sont générées à partir d'une caméra réelle et d'un jeu de miroirs. Ce montage a déjà été utilisé en robotique (Inaba *et al.*, 1993), et a également été étudié pour des applications de stéréovision (Nene, Nayar, 1998 ; Wang *et al.*, 2008).

### 2.3.2. Définition des points de mesure

L'objectif est d'avoir un grand nombre de points de mesure sur la plaque, de l'ordre de 1 000. Cependant, les caméras ultra-rapides ne disposent actuellement que de relativement peu de pixels, typiquement  $1\,024 \times 1\,024$ . Avant de définir les points de mesure sur la plaque, il est nécessaire de choisir la technique qui sera utilisée. Il existe trois approches : le suivi de cibles, la corrélation d'images et l'approche sans cibles (Baquersad *et al.*, 2017).

La méthode retenue ici est le suivi de cibles pour sa relative facilité d'implémentation et sa relative rapidité. La question qui se pose est la suivante : quel motif peut-on suivre de manière suffisamment précise avec peu de pixels à disposition ?

Un premier élément de réponse se situe au niveau des discontinuités du motif, qu'il faut éviter au maximum. Cette hypothèse est vérifiée en comparant trois formes :

- un point blanc sur fond noir ;
- un point blanc à bords profilés gaussiens ;
- un niveau de gris évoluant suivant un profil gaussien.

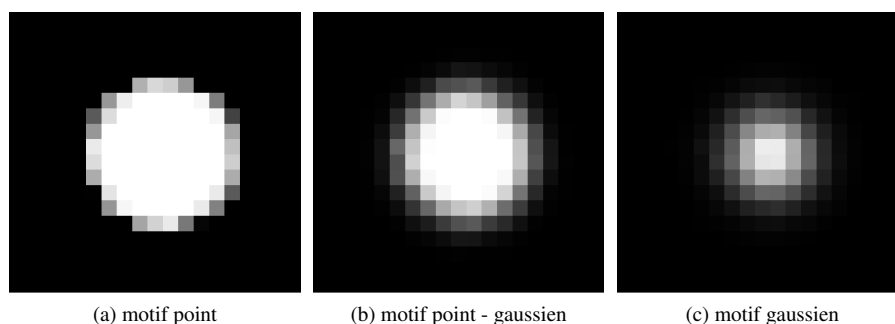


Figure 4. Différents motifs vus par le système

Sur la figure 4, les trois motifs sont représentés, tels que vus par une caméra dans une configuration similaire à ce que l'on souhaite réaliser. Le motif point présente une discontinuité importante, ce qui est impossible à rendre correctement sur une image discrétisée. Les autres motifs, quant à eux, présentent moins de discontinuités et semblent être bien imagés et ce malgré le peu de pixels utilisés.

Les transformées de Fourier 2D des sous-images, affichées sur la figure 5 avec une dynamique de 50 dB, donnent des informations supplémentaires sur la qualité des motifs afin de choisir celui qui optimisera la détection. Le motif « point » contient des hautes fréquences et donc du recouvrement spectral. Les motifs « point - gaussien » et « gaussien » ont un contenu fréquentiel plus limité et ne présentent pas ou peu de recouvrement. Le motif « point - gaussien » a le plus d'énergie tout en évitant les variations dans les trop hautes fréquences et devrait selon toute logique être détecté avec plus de précision.

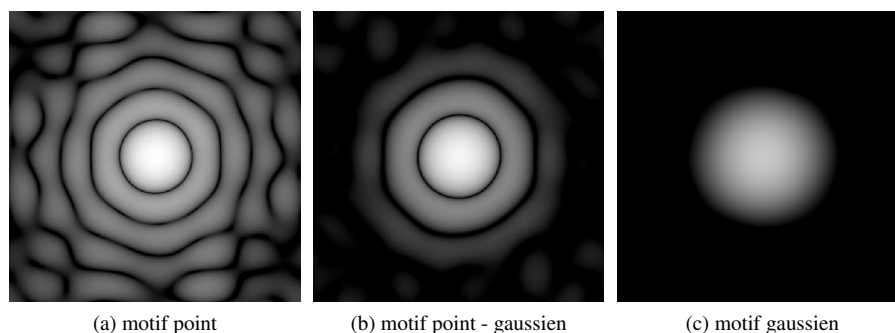


Figure 5. Transformées de Fourier 2D des différents motifs vus par le système

### 2.3.3. Méthode de détection

Le but est de mesurer le déplacement de l'image d'un motif sur la matrice de pixels de la caméra. Il faut donc d'abord détecter le motif. Quelle méthode est la plus précise pour cette détection ? Trois algorithmes sont comparés :

- le « détecteur de blob » implémenté dans OpenCV (Bradski, 2000), basé sur l'algorithme de détection de contour (Suzuki, Abe, 1985);
- un algorithme de « moyenne pondérée », moyennant la position (x,y) des pixels en la pondérant par l'intensité de l'image;
- un algorithme de « détection d'ellipse », basé sur la résolution d'un système à valeurs propres et sur la méthode des moindres carrés (Fitzgibbon *et al.*, 1999).

Pour les algorithmes de moyenne pondérée et de détection d'ellipse, une première détection « grossière » est réalisée avec une méthode de corrélation de motif. S'en suit une étape de traitement d'images (cf. figure 6) : un masque de forme elliptique est calculé à partir de 8 points correspondant à un certain niveau de gris, détectés autour du pixel central. Les valeurs numériques de la sous-image sont étalées (équation (5)) et filtrées, via une opération de convolution 2D avec un filtre gaussien pour limiter l'influence du bruit de l'image.

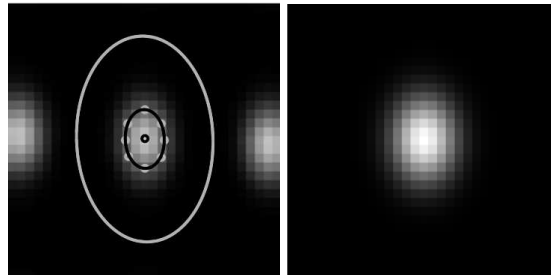


Figure 6. Traitement d'une sous-image. À gauche : calcul d'un masque elliptique (● : 8 points détectés, - : ellipse estimée, - : ellipse agrandie), à droite : image masquée, étalée et filtrée

$$I_{\text{étalé}} = \frac{I - \min(I)}{\max(I) - \min(I)} \quad . \quad (5)$$

Finalement, l'algorithme de détection est appliqué.

### 2.3.4. Filtrage fréquentiel des signaux de déplacement

La mesure et l'enregistrement d'un signal se font à une certaine fréquence d'échantillonnage ( $f_e$ ). Le signal obtenu est donc discrétisé. Or, afin de décrire correctement un signal sinusoïdal, il est nécessaire d'avoir suffisamment de points par période, idéal-



lement 6 à 10 points minimum, si l'on souhaite minimiser les erreurs. Il est alors habituel de réaliser un filtrage fréquentiel du signal pour limiter la bande de fréquence étudiée et de diminuer le bruit de mesure, généralement situé dans les hautes fréquences.

Dans le protocole proposé, un signal de déplacement est mesuré pour chaque point. Un filtre de butterworth d'ordre 9 est appliqué, avec deux fréquences de coupure différentes ( $f_e/3$  et  $f_e/7$ ). Les valeurs sont choisies selon les fréquences du signal de vibration simulé (cf. tableau 5).

## 2.4. Simulations

### 2.4.1. Choix de l'outil

L'objectif est de simuler 100 images (donc 100 points de mesure temporels) d'une plaque vibrante de dimension 330 mm x 330 mm avec le plus de réalisme possible, et ce pour différents agencements des éléments du montage (cf. figure 3). Deux outils de simulation sont comparés :

- un code développé sous C++, simulant la projection d'une plaque avec un certain pas spatial sur la caméra, utilisant les équations linéaires de vision par ordinateur (cf. (Hartley, Zisserman, 2004)) et la bibliothèque OpenCV (Bradski, 2000) ;
- le logiciel de modélisation, animation et rendu 3D Blender (Blender Foundation, 2015), utilisant le tracé de rayons et intégrant la distorsion optique et le flou de mouvement.

On compare donc les résultats obtenus à partir des images simulées par les deux outils avec les paramètres suivants :

- pour la caméra : la focale est de 50 mm, la taille des pixels est de  $14,6 \mu\text{m}$ , le centre de perspective est centré sur l'image et l'image est codée sur 8 bits.
- la plaque vibre selon un mouvement de corps rigide avec une composition de 3 fréquences (cf. tableau 1), avec au moins 10 points par période pour minimiser les erreurs.

Tableau 1. Composantes du signal de déplacement de la plaque

signal numéro	fréquence (normalisée)	amplitude ( $\mu\text{m}$ )
1	45 / 2 000	120
2	115 / 2 000	70
3	200 / 2 000	100

Ici on a donc trois fréquences, 45 Hz, 115 Hz et 200 Hz échantillonnées à 2 000 Hz, correspondant à un échantillonnage d'environ  $f_e/44$ ,  $f_e/17$  et  $f_e/10$ .

L'agencement du système dans les différentes configurations étudiées est présenté dans le tableau 2 et un exemple d'agencement des éléments en 3D sous Blender est

représenté sur la figure 7. On y retrouve le miroir central et les miroirs latéraux de la figure 3, la plaque mesurée, la caméra mais aussi un spot lumineux.

Tableau 2. Position des éléments pour la première série de simulations

paramètre angle	distance (mm) caméra - plaque	distance (mm) miroir central - latéral	distance (mm) caméra - miroir central
30°	1 530	640	60
35°	1 420	720	60
40°	1 310	790	60
45°	1 210	850	60
50°	1 110	910	60
55°	1 010	960	60

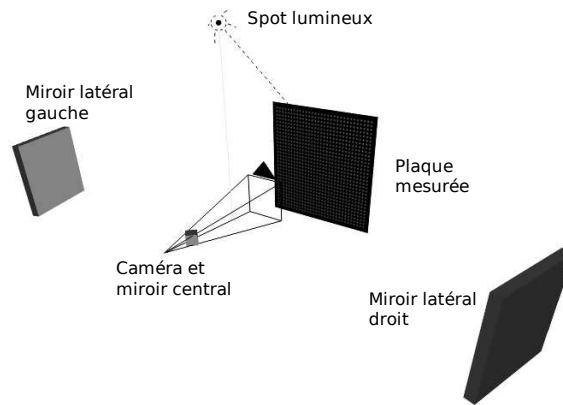


Figure 7. Agencement du modèle réalisé sous Blender (Blender Foundation, 2015)

Le calibrage est vérifié pour les différentes configurations. La figure 8 montre pour deux points de mesure (dans deux coins de la plaque) le point détecté et la droite épipolaire<sup>1</sup> associée, sur la caméra virtuelle de gauche, pour un angle de 50° entre la caméra et la plaque. Idéalement, le point se situe sur la droite épipolaire. Le motif utilisé est le motif « gaussien ».

Les données statistiques sur les distances droite épipolaire - point sont présentées dans le tableau 3. Les résultats semblent meilleurs avec les images simulées sous C++. En effet, un écart plus faible entre les points détectés et les droites épipolaires signifie un meilleur calibrage du système et de la caméra et une détection plus précise de

1. La droite épipolaire correspond à la reprojction de la droite  $(C_L x_L)$  associée au point  $x_R$ , sur la caméra de droite, cf. droite  $l_R$  figure 1. Elle est aussi définie pour la droite  $(C_R x_R)$  associée au point  $x_L$ .

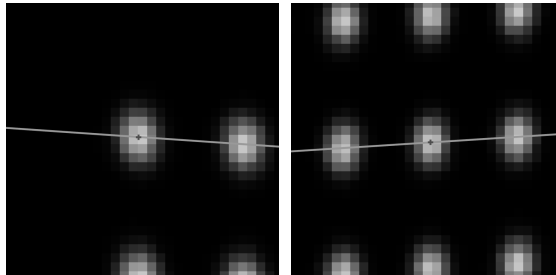


Figure 8. Droites épipolaires dans deux coins de la plaque sur la caméra de gauche

la position des points d'intérêt sur l'image. La moyenne des distances, obtenue avec les images C++, est environ trois fois plus faible que celle obtenue avec les images Blender.

Tableau 3. Distances droites épipolaires et points détectés pour les deux outils de simulation (détecteur de blob)

outils de simulation	moyen (pixels)	maximum (pixels)	minimum (pixels)
Blender	0,034	0,137	$4e - 5$
C++	0,010	0,062	$1e - 5$

Toutefois, on s'intéresse à la triangulation d'une vibration selon l'axe de vibration ( $\vec{Z}$ ) et donc au suivi de la position des points d'intérêt. Les résultats d'incertitude sur la triangulation de la vibration de tous les points sont présentés sur la figure 9 avec le détecteur d'ellipse. L'algorithme de moyenne pondérée donne des résultats similaires, alors que le détecteur de blob reste deux fois moins précis pour la mesure de déplacement. Dans tous les cas de figure, les images simulées sous Blender donnent de meilleurs résultats et surtout des résultats similaires pour toutes les configurations angulaires simulées du système.

On cherche ensuite à savoir si l'écart observé entre les résultats obtenus à partir des images C++ et Blender vient du pas de simulation de la plaque dans les simulations C++. L'incertitude est donc étudiée pour la précision de la triangulation initiale de la position dans l'espace du centre des motifs pour différents pas de simulation de la plaque. Les résultats sont présentés sur la figure 10.

Le pas spatial utilisé pour simuler la plaque influence les résultats, et le pas utilisé est trop grossier. Afin d'obtenir des résultats réalistes, il est nécessaire d'utiliser un pas très petit, ce qui implique un (trop) long temps de calcul (plus de 5 min par image).

En conséquence, le logiciel Blender est choisi pour la prochaine étape de simulation. Le calcul par tir de rayons est plus rapide (quelques secondes par image) et la distorsion optique ainsi que le flou de mouvement sont déjà implémentés.

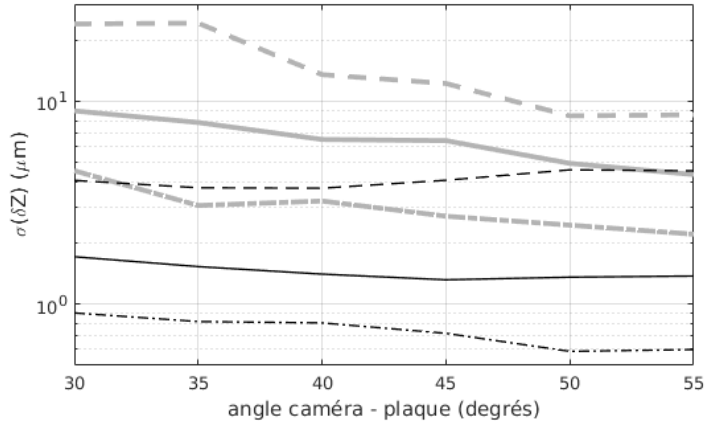


Figure 9. Incertitude sur la triangulation du déplacement de chaque point (selon l'axe  $\vec{Z}$ ) (● : Simulation sous C++, ● : Simulation sous Blender, - . : minimum, - : moyen, - - : maximum)

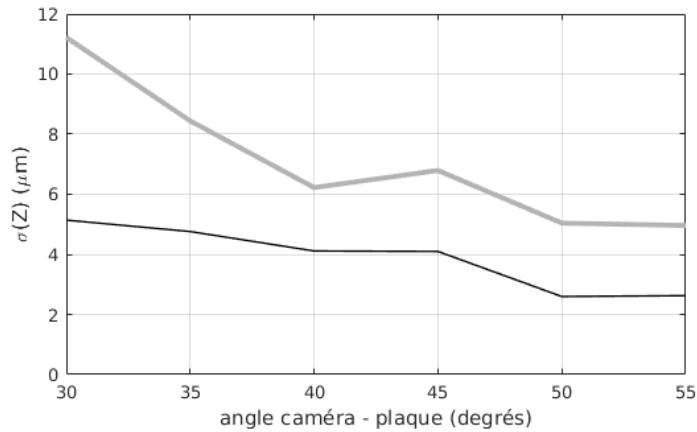


Figure 10. Incertitude sur la triangulation de tous les points sans mouvement (selon l'axe  $\vec{Z}$ ) avec des images simulées sous C++ (● : un point tous les 1/16 mm, ● : un point tous les 1/32 mm)

#### 2.4.2. Paramètres des simulations

Le logiciel Blender est ainsi utilisé. Pour la caméra, la taille de la matrice de pixels est fixée à 1 024 x 1 024 pixels avec une largeur de pixel égale à 14,6  $\mu\text{m}$ , la distorsion optique à 0,2%, et l'ouverture du diaphragme à 25%. La défocalisation liée à

l'objectif n'est pas prise en compte. La surface des miroirs est définie comme plane et parfaitement réfléchissante, le miroir central est un cube de 25 mm de côté et les miroirs latéraux sont des plaques de 200 mm x 200 mm.

À la différence de la première série de simulations, la taille de l'image sur la matrice de pixels est optimisée pour chaque configuration. Sur la figure 11 sont affichées des images de la plaque dans deux configurations et une image de la mire de calibration utilisée. L'agencement pour les différentes configurations est présenté dans le tableau 4.

Tableau 4. Position des éléments dans la seconde série de simulations

paramètre angle	distance (mm) caméra - plaque	distance (mm) miroir central - latéral	distance (mm) caméra - miroir central
30°	1 370	580	60
35°	1 200	620	60
40°	1 040	645	60
45°	890	650	60
50°	740	630	60
55°	600	595	60

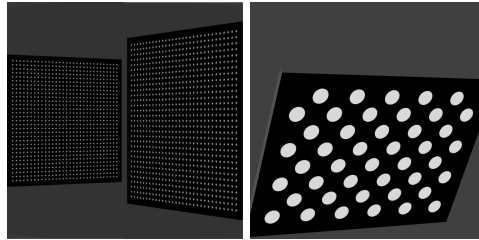


Figure 11. Images de la plaque pour différents angles (30° et 55°) et image de la mire de calibration, simulées sous Blender avec distorsion optique

La plage de mesure est de 300 mm x 300 mm et la plaque vibre selon un mouvement de corps rigide sinusoïdal comprenant trois fréquences et amplitudes différentes. Trois signaux sont définis :  $s_1(t)$ ,  $s_2(t) = s_1(t)/10$  et  $s_3(t) = s_1(t)/100$ . Les valeurs des fréquences et amplitudes pour le signal  $s_1(t)$  sont données dans le tableau 5. Afin de se rapprocher d'un cas réel, les fréquences vont de  $f_e/50$  à  $f_e/4$  et produisent un nombre entier de périodes pour 100 points de mesure.

Tableau 5. Composantes du signal de déplacement de la plaque  $s_1(t)$

composante numéro	fréq. (normalisée par $f_e$ )	amplitude ( $\mu\text{m}$ )
1	1/50	120
2	1/10	70
3	1/4	100

### 3. Résultats

Les résultats présentés dans cette section sont obtenus à partir des simulations réalisées sous Blender en prenant en compte la distorsion optique, le flou de mouvement, et en optimisant la taille de l'image de la plaque sur la matrice de pixels. La précision de la mesure de vibrations est étudiée pour trois motifs, trois algorithmes de détection et six agencements différents pour le système. Une étude de signaux temporels mesurés dans la configuration optimale est finalement présentée.

#### 3.1. Influence du motif

Pour étudier l'influence du motif, on s'intéresse à la précision de la triangulation des signaux de vibrations pour une configuration correspondant aux déformées les plus importantes dans le motif, observées pour un angle de  $55^\circ$ . On étudie l'influence de trois motifs sur le suivi temporel de la position des points d'intérêt dans l'espace :

- un point blanc sur fond noir (« point »);
- un point blanc à bords profilés gaussiens (« point - gaussien »);
- un niveau de gris évoluant selon un profil gaussien (« gaussien »).

Les valeurs d'incertitude sur la triangulation de la vibration des points de mesure selon l'axe ( $\vec{Z}$ ) avec les différents motifs sont affichées dans le tableau 6 pour  $s_2(t)$ . Le motif « point » présente une incertitude environ 10 fois plus élevée que les deux autres, et on note que le motif « point - gaussien » donne la meilleure précision, avec un écart type moyen de  $0,28 \mu\text{m}$ . Les incertitudes pour le signal  $s_1(t)$  sont entre 3 et 5 fois plus élevées que pour  $s_2(t)$  et sont environ moitié moins importantes pour le signal  $s_3(t)$ ; mais dans tous les cas, les meilleurs résultats sont obtenus avec le motif « point - gaussien ».

Tableau 6. Incertitudes sur la triangulation de la vibration des points de mesure pour un angle de  $55^\circ$  et le signal  $s_2(t)$

motif	écart type ( $\mu\text{m}$ )	écart type ( $\mu\text{m}$ )	écart type ( $\mu\text{m}$ )
	moyen	maximum	minimum
point	2,38	13,56	0,35
point - gaussien	0,28	0,49	0,15
gaussien	0,47	1,02	0,24

REMARQUE 4. — Un motif contenant des discontinuités (de l'énergie en hautes fréquences) est mal imagé de par le repliement spectral et les résultats de détection sont dégradés. Les motifs « gaussien » et « point - gaussien » limitent le contenu fréquentiel et sont donc mieux imagés et détectés.

### 3.2. Influence de la méthode de détection

On s'intéresse maintenant à l'influence de la méthode de détection sur la précision de la mesure. Les trois algorithmes sont appliqués sur des images de la plaque. Le motif utilisé est le motif « gaussien ».

Dans un premier temps, la triangulation de la forme initiale de la plaque est comparée pour les trois algorithmes de détection. La configuration  $55^\circ$  est choisie. La figure 12 montre la déformation engendrée par la distorsion optique sur la position initiale avec le détecteur de blob ainsi que la position initiale avec correction de la distorsion optique pour les trois algorithmes de détection. La distance entre la plaque et la mire de calibrage (centre du repère dans l'espace) est de 30 mm.

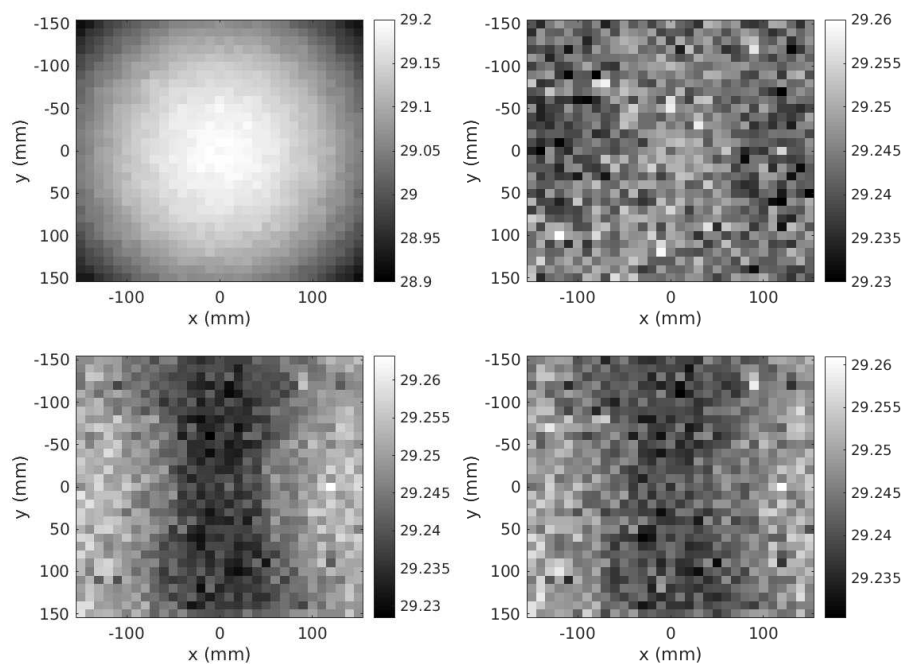


Figure 12. Triangulation à  $t = 0$ , en haut à gauche : sans correction de distorsion (détecteur de blob), en haut à droite : avec correction (détecteur de blob), en bas à gauche : avec correction (détecteur par moyenne pondérée), en bas à droite : avec correction (détecteur d'ellipse)

On note que :

- la distorsion optique est correctement corrigée ;
- le détecteur par moyenne pondérée affiche le biais le plus fort ;
- le biais moyen est de l'ordre de 0,75 mm.

Dans un second temps, les résultats de triangulation selon l'axe  $\vec{Z}$  sont comparés pour les trois algorithmes de détection. Les courbes correspondantes sont affichées sur la figure 13. Le détecteur de blob présente l'incertitude la plus élevée et les résultats pour le détecteur par moyenne pondérée et pour le détecteur d'ellipse sont équivalents.

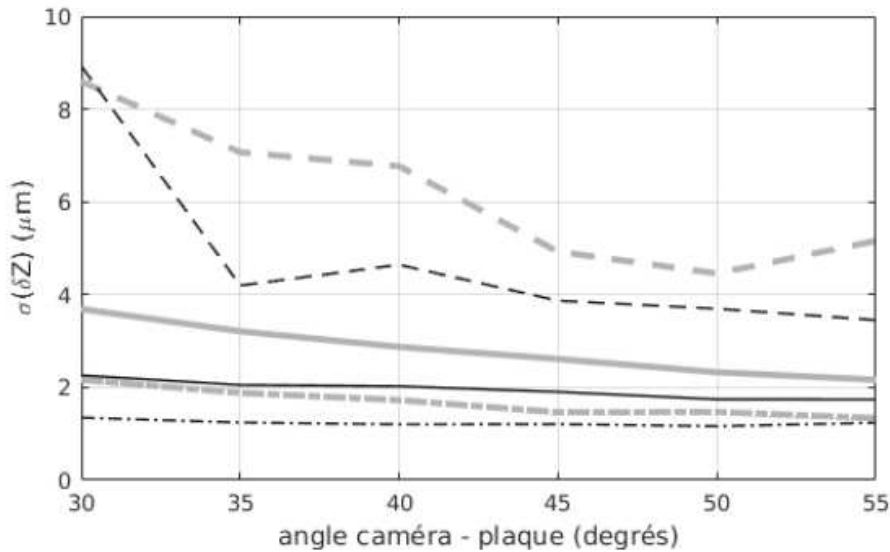


Figure 13. Incertitude sur la mesure de déplacement des points selon l'axe  $\vec{Z}$ .  
 (• : détecteur de blob, ● : détecteur par moyenne pondérée, ● : détecteur d'ellipse, - . : minimum, - : moyen, - - : maximum)

REMARQUE 5. — Pour la mesure de vibrations, la précision du déplacement des points d'intérêt est plus importante que la précision de la position sur une image. Il est donc ici préférable d'avoir une détection plus précise sur le déplacement que sur la position absolue d'un point d'intérêt.

### 3.3. Influence de l'agencement

Pour l'analyse de l'influence de l'agencement du système sur la précision de la mesure, le motif choisi est le motif « point - gaussien » et les algorithmes de détection d'ellipse et par moyenne pondérée sont utilisés.

Les résultats de triangulation de vibration selon les trois axes  $\vec{X}$ ,  $\vec{Y}$  et  $\vec{Z}$  sont étudiés. La figure 14 présente les valeurs d'incertitude obtenues avec le signal  $s_1(t)$  et le détecteur par moyenne pondérée (les résultats sont similaires avec la détection d'ellipse). L'incertitude est globalement constante quelque soit l'angle choisi et est de l'ordre de quelques micro-mètres.



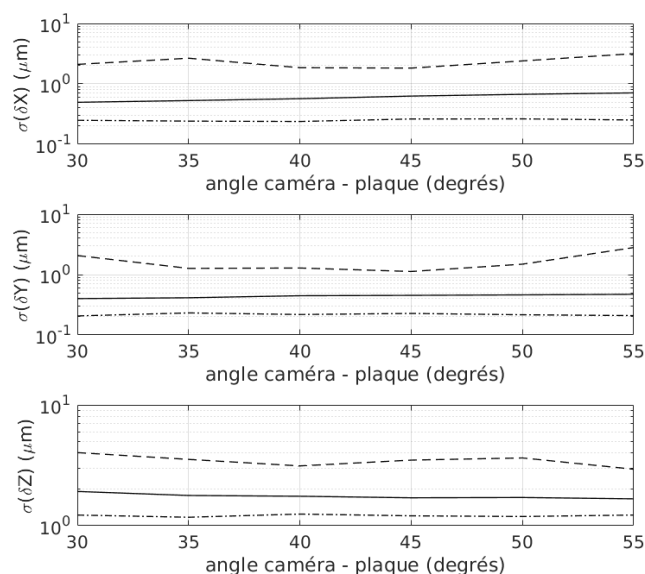


Figure 14. Incertitude sur la mesure de déplacement des points selon les axes  $\vec{X}$ ,  $\vec{Y}$  et  $\vec{Z}$ . (-. : minimum, - : moyen, - - : maximum)

### 3.4. Étude d'un signal temporel dans une configuration optimisée

L'évolution temporelle d'un des signaux triangulés sur 100 points est ensuite étudiée pour la configuration  $55^\circ$  avec le motif « point - gaussien ». Le point de mesure choisi est celui dans le coin en haut à gauche de la plaque, afin de prendre en compte la distorsion optique et sa correction dans les résultats. La figure 15 montre la comparaison entre le signal simulé ( $s_1(t)$ ) et le signal mesuré à partir de la détection par moyenne pondérée, filtré avec un filtre butterworth d'ordre 9 et une fréquence de coupure  $f_c = f_e/3$ . Sur la figure 16, la fréquence de coupure est  $f_c = f_e/7$ . Dans les deux cas, l'erreur maximale est de  $[-3,0 +4,3] \mu\text{m}$ . Les résultats pour les signaux  $s_2(t)$  et  $s_3(t)$  sont  $[-1,2 +0,5] \mu\text{m}$  et  $\pm 0,2 \mu\text{m}$  respectivement. La détection d'ellipse donne des résultats similaires. Sur la courbe d'erreur de la figure 16 on constate facilement que l'erreur n'est pas purement aléatoire.

On regarde ensuite les densités spectrales de puissance (DSP) des signaux mesurés ( $s_1(t)$  et  $s_3(t)$ ) afin de les comparer avec celles des signaux simulés. Les DSP des signaux mesurés et filtrés sont affichées sur les figures 17 et 18. Afin de limiter les effets de fenêtrage, le signal, contenant un nombre entier de périodes, est recopié 500 fois et fenêtré avec une fenêtre gaussienne. Les fréquences des raies mesurées sont correctes avec des amplitudes proches des valeurs de référence.

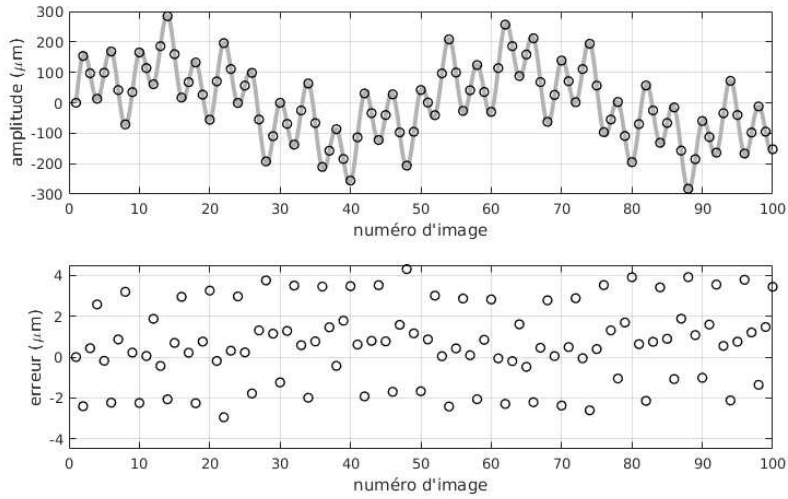


Figure 15. Signal mesuré pour le point en haut à gauche de la plaque (signal  $s_1(t)$ ,  $f_c = f_e/3$ ,  $\circ$  : signal mesuré, - : signal simulé)

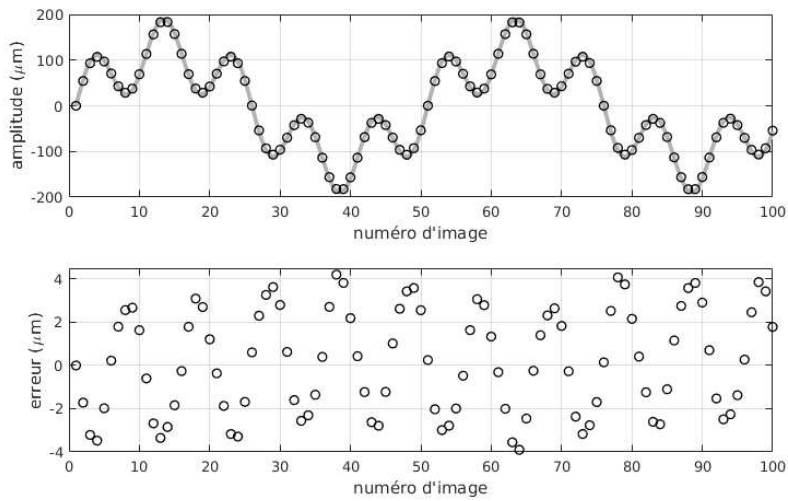


Figure 16. Signal mesuré pour le point en haut à gauche de la plaque (signal  $s_1(t)$ ,  $f_c = f_e/7$ ,  $\circ$  : signal mesuré, - : signal simulé)

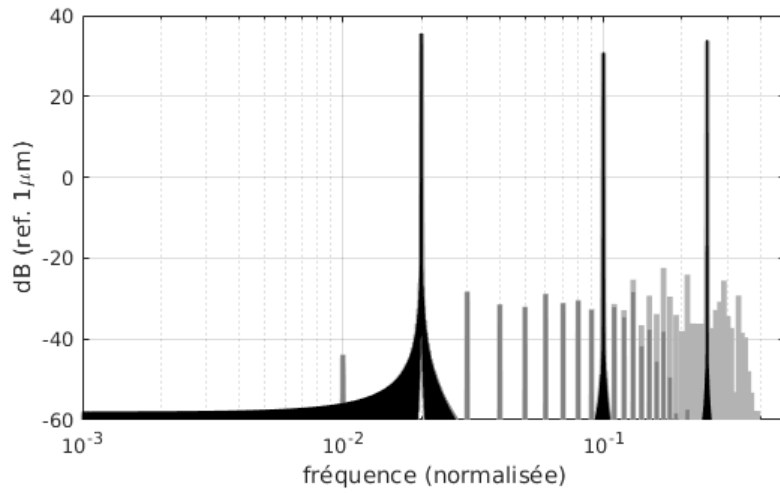


Figure 17. Densité spectrale de puissance du signal de déplacement mesuré pour un point selon l'axe  $\vec{Z}$  (signal  $s_1(t)$ ), ● : signal filtré à  $f_e/3$ , ● : signal filtré à  $f_e/7$ , ● : signal de référence)

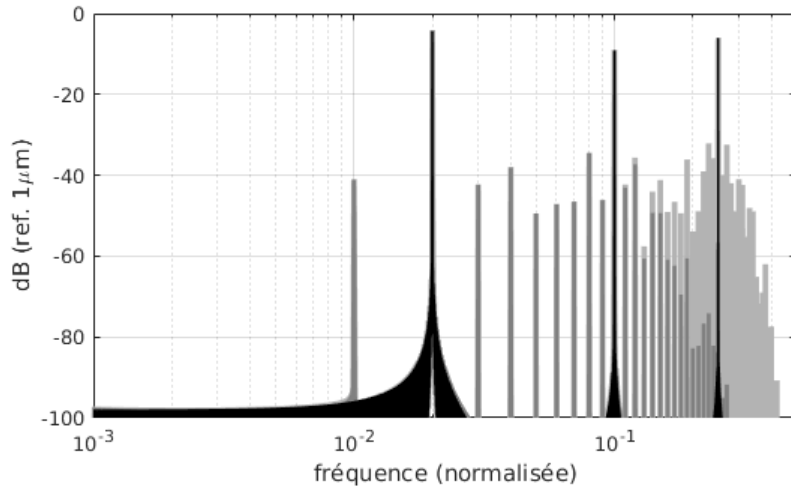


Figure 18. Densité spectrale de puissance du signal de déplacement mesuré pour un point selon l'axe  $\vec{Z}$  (signal  $s_3(t)$ ), ● : signal filtré à  $f_e/3$ , ● : signal filtré à  $f_e/7$ , ● : signal de référence)

Les spectres mesurés indiquent la présence de distorsion. En effet, des raies sont visibles à des fréquences pour lesquelles il n'y a théoriquement pas d'énergie. En comparant les résultats pour les trois signaux, on remarque que la distorsion diminue avec l'amplitude (avec une limite à -40 dB pour les signaux  $s_2(t)$  et  $s_3(t)$ ) mais que le taux de distorsion harmonique augmente. Il semble que l'on s'approche donc de la limite de détection du mouvement des motifs sur les images.

Cette limite de détection est donc étudiée. Les résultats présentés dans les tableaux 7 et 8 pour la mesure de l'amplitude des différentes raies sont similaires pour les deux algorithmes de détection : l'erreur est inférieure à 1% pour les raies à  $fe/50$  et  $fe/10$  et d'environ 3% pour la raie à  $fe/4$  pour les signaux  $s_1(t)$  et  $s_2(t)$  et  $fc = fe/3$ . Cependant, l'erreur augmente à environ 5% pour  $fc = fe/7$  pour la raie à  $fe/10$ , et l'erreur moyenne est de 2% pour le signal  $s_3(t)$  avec  $fc = fe/7$ . La fréquence de coupure doit donc être suffisamment élevée pour ne pas affecter la bande de fréquences que l'on souhaite étudier.

Tableau 7. Amplitude des pics des DSP (détecteur d'ellipse)

	raie $fe/50$ amp. ( $\mu\text{m}$ )/err.	raie $fe/10$ amp. ( $\mu\text{m}$ )/err.	raie $fe/4$ amp. ( $\mu\text{m}$ )/err.
signal $s_1(t)$	120	70	100
mesure $fc = fe/3$	119,1/ - 0,7%	69,4/ - 0,8%	97,2/ - 2,8%
mesure $fc = fe/7$	119,1/ - 0,7%	66,6/ - 4,8%	$\emptyset$
signal $s_2(t)$	12	7	10
mesure $fc = fe/3$	11,91/ - 0,7%	7,06/ + 0,2%	9,68/ - 3,2%
mesure $fc = fe/7$	11,91/ - 0,7%	6,72/ - 4,0%	$\emptyset$
signal $s_3(t)$	1.2	0.7	1
mesure $fc = fe/3$	1,188/ - 1,0%	0,686/ - 2,0%	0,965/ - 3,5%
mesure $fc = fe/7$	1,188/ - 1,0%	0,658/ - 6,1%	$\emptyset$

Tableau 8. Amplitude des pics des DSP (détecteur par moyenne pondérée)

	raie $fe/50$ amp. ( $\mu\text{m}$ )/err.	raie $fe/10$ amp. ( $\mu\text{m}$ )/err.	raie $fe/4$ amp. ( $\mu\text{m}$ )/err.
signal $s_1(t)$	120	70	100
mesure $fc = fe/3$	119,4/ - 0,5%	69,6/ - 0,6%	97,4/ - 2,6%
mesure $fc = fe/7$	119,4/ - 0,4%	66,7/ - 4,7%	$\emptyset$
signal $s_2(t)$	12	7	10
mesure $fc = fe/3$	11,94/ - 0,5%	7,04/ + 0,6%	9,68/ - 3,2%
mesure $fc = fe/7$	11,94/ - 0,5%	6,75/ - 3,5%	$\emptyset$
signal $s_3(t)$	1.2	0.7	1
mesure $fc = fe/3$	1,24/ + 3,4%	0,714/ + 2,1%	1,006/ + 0,6%
mesure $fc = fe/7$	1,241/ + 3,4%	0,685/ - 2,1%	$\emptyset$

On s'intéresse finalement à l'influence du bruit de l'image sur la mesure. Un bruit gaussien, d'écart type égal à 1,8 et de moyenne nulle, est ainsi ajouté aux images simulées. Le point détecté est celui en haut à gauche de la plaque, pour les différentes configurations proposées. Les résultats pour le détecteur d'ellipse et le détecteur par moyenne pondérée avec la plaque vibrant selon le signal  $s_1(t)$  sont affichés sur la figure 19.

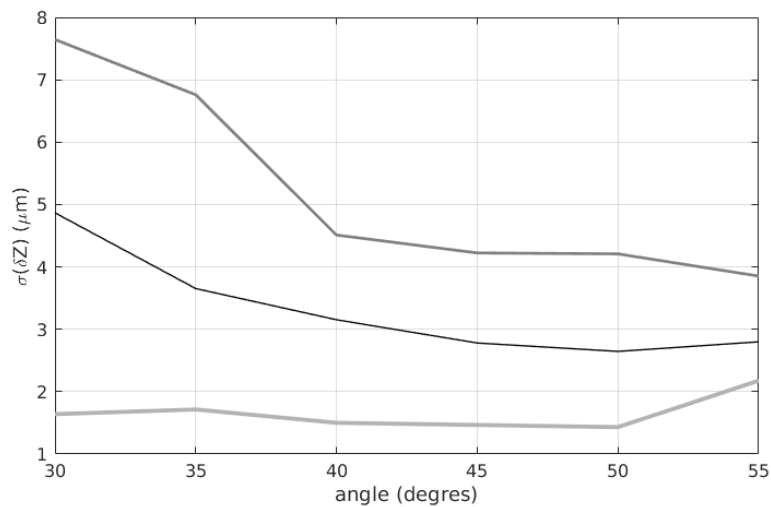


Figure 19. Incertitude sur la triangulation de la vibration selon l'axe  $\vec{Z}$  du point en haut à gauche de la plaque (signal  $s_1(t)$ ,  $f_c = f_e/3$ ,  $\circ$  : image non bruitée,  $\bullet$  : image bruitée et détecteur par moyenne pondérée,  $\bullet$  : image bruitée et détecteur d'ellipse)

Le bruit augmente fortement l'incertitude pour les angles inférieurs à  $40^\circ$  et le détecteur par moyenne pondérée est plus sensible au bruit gaussien que le détecteur d'ellipse. Néanmoins, l'écart type reste inférieur à  $5 \mu\text{m}$  malgré un bruit assez fort. Les deux méthodes de détection semblent donc relativement bien supporter un bruit gaussien sur les images. Des mesures avec une caméra réelle permettront de mieux définir le bruit et d'optimiser les simulations afin de quantifier plus précisément l'erreur induite.

#### 4. Conclusion

L'influence de différents paramètres et de différentes méthodes de traitement sur les résultats finaux a été étudiée par le biais de simulations, permettant de définir une version optimisée du protocole de mesure.

À partir d'images simulées, il a été prouvé qu'il est possible de mesurer avec  $31 \times 31$  points de mesure simultanément, sur une surface de mesure de

300 mm x 300 mm, des déformations vibratoires de l'ordre de  $1 \mu\text{m}$  d'amplitude avec une erreur inférieure à 4%, soit  $1/7\ 500\ 000$  de la largeur de l'objet mesuré pour une caméra avec  $1\ 024 \times 1\ 024$  pixels. Les simulations ont aussi permis d'étudier l'influence de différents paramètres et des méthodes de post-traitement sur la précision de la mesure.

Le protocole proposé s'appuie sur la méthode de suivi de points et permet de limiter la quantité de données et le temps de traitement. Notons que la méthode de corrélation d'images utilise beaucoup plus de points de mesures, de l'ordre de 100 000 dans les configurations étudiées, mais avec une erreur généralement de l'ordre de  $1/50\ 000$  de la taille de la plage de mesure (Orteu, 2009) et un temps de traitement beaucoup plus long.

Le motif utilisé est un enjeu clef : en effet, avec peu de pixels à disposition, les discontinuités génèrent des bords en escalier de par le repliement spectral. Un motif avec des bords suivant un profil gaussien limite la présence de discontinuités et est donc bien approprié dans le cas présenté.

Il a aussi été observé que l'imprécision sur la localisation exacte du centre des points d'intérêt semble ne pas influencer la précision de la mesure de vibrations : afin d'optimiser les résultats, l'algorithme de détection doit principalement permettre de suivre très précisément le déplacement des motifs sur les images.

La taille de l'objet sur l'image est cruciale. Plus l'angle entre les caméras virtuelles et la plaque augmente, plus l'image prend de place sur la matrice de pixels et plus le déplacement des motifs sur l'image est grand. En conséquence, le choix d'un angle de  $55^\circ$  permet potentiellement de détecter des vibrations d'amplitudes plus faibles. Néanmoins, la déformation des motifs est d'autant plus importante que l'angle est grand. Notons qu'avec un angle supérieur à  $55^\circ$  l'algorithme de détection de la bibliothèque OpenCV (Bradski, 2000) décroche pour le calibrage du système.

Par ailleurs, il semble intéressant de comparer la méthode photogrammétrique proposée dans cet article à une méthode d'interférométrie laser telle que l'holographie numérique (Poittevin *et al.*, 2015). Premièrement, la précision de la mesure est d'environ 20 nm pour l'holographie quelque soit la taille de l'objet (inférieur à 300 mm de diamètre), tandis que pour la photogrammétrie, elle dépend de la taille maximale de la surface de mesure (D) et est d'environ  $D/7\ 500\ 000$ , avec la possibilité de mesurer un objet de plus grande taille. Deuxièmement, l'holographie utilise l'interférométrie laser : la mesure est limitée à un seul axe de vibration et potentiellement influencée par le bruit lumineux ambiant. Le déplacement entre deux images ne doit pas non plus excéder la longueur d'onde du laser. La surface doit aussi être la plus réfléchissante possible. Pour la méthode proposée ici, un spot lumineux LED est bien approprié pour éclairer la surface, il n'y a pas de problème avec la lumière ambiante et le déplacement est mesuré dans les trois axes de l'espace. Néanmoins, il est nécessaire d'avoir des motifs sur l'objet mesuré. Troisièmement, le nombre de points de mesure est de 5 916 pour l'holographie (Poittevin *et al.*, 2015) et de 961 pour le présent article. En conséquence, les deux méthodes semblent complémentaires quant aux pos-

sibilités de mesures et aux paramètres des configurations. Quatrièmement, les deux méthodes visent à mesurer des déplacements et non des vitesses ou des accélérations. Il faut donc faire attention au repliement de spectre si le signal d'excitation contient de trop hautes fréquences. De plus, l'amplitude de vibrations en déplacement décroît de 40 dB/octave, ce qui peut donc être à la fois un avantage (on évite le repliement de spectre) et un inconvénient (il s'agit d'une limite potentielle de la mesure pour les hautes fréquences). Si l'on s'intéresse uniquement à des résonances, l'amplitude de vibration est probablement suffisante néanmoins.

Finalement, les limites technologiques de la méthode présentée ici sont liées aux caractéristiques des caméras ultra-rapides, des optiques et des systèmes d'éclairage disponibles. Ces caméras ont actuellement une cadence d'acquisition dépendante de la matrice de pixels ; mais des améliorations sont vraisemblables à court terme. On peut s'attendre à voir apparaître prochainement des caméras avec de très grandes vitesses d'acquisition et plusieurs millions de pixels. La distorsion optique de leurs objectifs induit aussi une certaine distorsion (certes corrigeable) dans le signal mesuré. En ce qui concerne l'éclairage de l'objet mesuré, le développement actuel de la technologie LED offre de nouvelles possibilités puissantes avec un minimum d'échauffement de l'objet éclairé, permettant aussi d'augmenter la cadence d'acquisition des images.

Des mesures seront prochainement réalisées sur une plaque réelle, avec un motif « point - gaussien » imprimé et collé, afin de comparer les résultats obtenus par simulation avec des résultats expérimentaux (pour la méthode photogrammétrique et une autre méthode, avec des accéléromètres par exemple). Les mesures permettront aussi de déterminer le bruit sur les images afin d'obtenir une valeur précise de l'incertitude, bien que les algorithmes de détection semblent robustes au bruit. Un des objectifs est aussi, à terme, de mesurer des objets moins académiques qu'une plaque, tels qu'un haut-parleur ou une carrosserie de voiture.

En conclusion, les paramètres les plus pertinents actuellement étudiés sont :

- un angle supérieur à 40° entre les caméras virtuelles et la plaque pour limiter l'impact du bruit des images ;
- un motif « point » à bords suivant un profil gaussien pour les cibles ;
- un détecteur d'ellipse (moins sensible au bruit) ;
- un filtre avec une fréquence de coupure adaptée à la fréquence maximale que l'on souhaite mesurer pour les signaux de détection ;
- un masque de forme elliptique et un filtre 2D gaussien afin de réduire l'impact du bruit de l'image sur la précision de la mesure.

#### *Remerciements*

*Ce projet est soutenu par « Le Mans Acoustique » et financé par la région « Pays de la Loire » et le « Fonds européen de développement économique et régional ».*

## Bibliographie

- Bai M., Lin J.-H. (2007). Source identification system based on the time-domain nearfield equivalence source imaging: Fundamental theory and implementation. *J. Sound Vib.*, vol. 307, n° 1-2, p. 202-225.
- Baqersad J., Poozesh P., Niezrecki C., Avitabile P. (2017, mars). Photogrammetry and optical methods in structural dynamics - A review. *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 86, p. 17-34.
- Berry A., Robin O. (2016). Identification des excitations sur des panneaux par la mesure de leur réponse vibratoire et la méthode des champs virtuels. In *CFA 2016*. Le Mans, France.
- Blender Foundation. (2015, nov). *Blender 2.76b - a 3d modelling and rendering package*. (<http://www.blender.org>)
- Bouguet J. Y. (2008). *Camera calibration toolbox for matlab*. Consulté sur [http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib\\\_\\\_doc/](http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib\_\_doc/).
- Bradski G. (2000). Open Computer Vision, OpenCV. *Dr. Dobb's Journal of Software Tools*.
- Durand-Texte T., Simonetto E., Durand S., Picart P., Moulet M.-H., Melon M. (2016). Mesure de déformations vibratoires par vision 3d. In *CFA 2016*. Le Mans, France.
- Ewins D. (2000). *Modal testing: theory, practice, and application*. Research Studies Press.
- Fitzgibbon A., Pilu M., Fisher R. B. (1999, mai). Direct least square fitting of ellipses. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, vol. 21, n° 5, p. 476-480.
- Graves S. S., Burner A. W., Edwards J. W., Schuster D. M. (2003). Dynamic Deformation Measurements of an Aeroelastic Semispan Model. *Journal of Aircraft*, vol. 40, n° 5, p. 977-984.
- Hald J. (2001). Time domain acoustical holography and its applications. *Sound and vibration*, vol. 35, n° 2, p. 16-25.
- Hartley R. I., Zisserman A. (2004). *Multiple view geometry in computer vision* (Second éd.). Cambridge University Press, ISBN: 0521540518.
- Inaba M., Hara T., Inoue H. (1993, July). A stereo viewer based on a single camera with view-control mechanisms. In *Proceedings of 1993 IEEE/RSJ international conference on intelligent robots and systems, IROS 1993*, p. 1857-1865. Tokyo, Japan.
- Lobreau S., Bavu E., Melon M. (2015, Fev). Hemispherical double-layer time reversal imaging in reverberant and noisy environments at audible frequencies. *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 137-2, p. 785-796.
- Nene S. A., Nayar S. K. (1998). Stereo with mirrors. In *ICCV*, p. 1087-1094. Consulté sur <http://dx.doi.org/10.1109/ICCV.1998.710852>
- Olaszek P. (1999). Investigation of the dynamic characteristic of bridge structures using a computer vision method. *Measurement*, vol. 25, n° 3, p. 227-236.
- Orteu J.-J. (2009, nov). Mesure de formes et de déformations par stéréo-corrélation d'images : applications en mécanique expérimentale des solides. In S. F. d'Optique (Ed.), *Méthodes et techniques optiques pour l'industrie*, p. 186-218.



- Pezerat C., Guyader J. (2000). Force analysis technique: reconstruction of force distribution on plates. *Acta Acustica united with Acustica*, vol. 86, n° 2, p. 322–332.
- Poittevin J., Picart P., Faure C., Gautier F., Pézerat C. (2015, Apr). Multi-point vibrometer based on high-speed digital in-line holography. *Appl. Opt.*, vol. 54, n° 11, p. 3185–3196. Consulté sur <http://ao.osa.org/abstract.cfm?URI=ao-54-11-3185>
- Stasicki B., Boden F. (2014). In-flight measurements of aircraft propellers deformation by means of an autarkic fast rotating imaging system. *International Conference on Experimental Mechanics*, vol. 9302.
- Suzuki S., Abe K. (1985, avril). Topological structural analysis of digitized binary images by border following. *J-CVGIP*, vol. 30, n° 1, p. 32–46.
- Thomas J.-H., Grulier V., Paillasseur P., Pascal J.-C., Le Roux J.-C. (2010, Dec). Real-time near-field acoustic holography for continuously visualizing nonstationary acoustic fields. *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 3554-67.
- Wang, Li X., Zhang Y. (2008). Analysis and optimization of the stereo-system with a four-mirror adapter. *Journal of the European Optical Society - Rapid publications*, vol. 3, n° 0.
- Wang W., Mottershead J. E., Ihle A., Siebert T., Reinhard Schubach H. (2011). Finite element model updating from full-field vibration measurement using digital image correlation. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 330, n° 8, p. 1599–1620.
- White T. G., Patten J. R. W., Wan K.-H., Pullen A. D., Chapman D. J., Eakins D. E. (2017). A single camera three-dimensional digital image correlation system for the study of adiabatic shear bands. *Strain*, vol. 53, n° 3.
- Yu L., Pan B. (2017). Single-camera high-speed stereo-digital image correlation for full-field vibration measurement. *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 94, n° Complete, p. 374-383.
- Zhang Z. (2000, novembre). A flexible new technique for camera calibration. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, vol. 22, n° 11, p. 1330–1334.

