

# Détection de phase à très faible rapport signal à bruit à l'aide d'un code de parité

## Phase detection based on a single parity check code for low SNR applications

**M. Dervin** <sup>(1,2)</sup>, **M.L. Boucheret** <sup>(1)</sup>, **G. Mesnager** <sup>(2)</sup>,  
**A. Ducasse** <sup>(2)</sup>

<sup>(1)</sup> IRIT-ENSEEIH, 2, rue Charles Camichel, BP 7122 - F 31071 Toulouse Cedex 7, France

<sup>(2)</sup> Alcatel Alenia Space, 26 av. J.F. Champollion, BP 1187, 31037 Toulouse, France

contact : dervinm@yahoo.fr

Manuscrit reçu le 14 octobre 2005

### Résumé et mots clés

De nombreuses études ont récemment montré l'avantage que l'on peut tirer du décodage canal pour l'amélioration de la synchronisation de phase porteuse à faible rapport signal à bruit. Lorsque la phase à estimer varie au cours du temps (erreur de fréquence, bruit de phase), l'estimation de la phase avant la première étape de décodage pose toutefois problème lorsque les mots de code sont longs. Nous proposons ici un algorithme de synchronisation fondé sur l'introduction d'un code de parité simple et court. Nous montrons que pour une transmission continue et une modulation MDP8, le détecteur proposé permet de réduire sensiblement la gigue de phase à très faible point de fonctionnement et en présence de bruit de phase, par rapport aux algorithmes classiques. De faible complexité, il apparaît notamment bien adapté au contexte des télécommunications par satellite.

**Synchronisation de porteuse, boucle de phase, détecteur de phase, code de parité, faible rapport signal à bruit.**

### Abstract and key words

The improvement of carrier phase synchronization through the use of channel decoding information has been recently widely studied. However, an initial synchronization step is necessary prior to the first decoding iteration. When the phase to estimate is not constant (due to frequency error or phase noise), this first step is problematic on relatively long coded words. In this paper we propose to add a short single parity-check code to the transmission scheme for the synchronization purpose. The proposed phase detector is based on the soft symbol decoding of the additional code. Our simulation results show that the proposed synchronization scheme outperforms the classical non data-aided and decision directed algorithms for continuous transmissions with 8PSK modulation, in presence of phase noise. It allows indeed to reduce the phase jitter in considerable proportions. Requiring few additional complexity, it seems well adapted to satellite continuous transmissions.

Carrier synchronization, phase locked loop, phase detector, parity-check code, low signal-to-noise ratio.

# 1. Introduction

L'apparition de codes correcteurs d'erreurs très puissants tels que les turbo-codes et les codes LDPC (*low-density parity-check codes*) a eu des conséquences considérables sur la conception de systèmes de télécommunications pour des applications grand public, où tout gain sur le rapport signal à bruit de la transmission se traduit par une baisse du coût des terminaux. Les nouveaux standards de diffusion multimédia par satellite (DVB-RCS [1], DVB-S2 [2]) font ainsi intervenir des schémas de codage très performants, associés à des points de fonctionnement très faibles. En particulier, la norme DVB-S2 propose un code LDPC de rendement 3/5 pour une modulation MDP8 au rapport signal à bruit  $E_s/N_0 = 5.5 \text{ dB}$  sur le canal de transmission. Le problème de la synchronisation de porteuse est critique dans ce contexte : malgré la mauvaise qualité du signal reçu, sa démodulation doit être suffisamment précise pour que le décodeur puisse converger.

Il est possible d'exploiter la redondance sur les données introduite par le codage canal afin d'améliorer la synchronisation [3, 4, 5, 6,]. En présence de turbo-codes ou de codes LDPC, on s'est logiquement intéressé à des schémas itératifs où estimation de la porteuse et décodage sont imbriqués [3, 4]. De tels schémas ont montré de bonnes performances, à condition toutefois que le signal ait été suffisamment bien démodulé à la première itération pour permettre la convergence du décodeur. Ceci suppose que la phase à estimer est constante ou varie très faiblement, ce qui n'est pas le cas en pratique dans un contexte d'applications grand-public, où la contrainte de faible coût des terminaux se traduit notamment par de mauvaises spécifications des oscillateurs en terme de stabilité de fréquence. Il résulte de cela que l'erreur de phase porteuse que l'on souhaite corriger varie dans le temps, sous les effets cumulés d'une erreur de fréquence et de bruit de phase. Ces variations ne peuvent pas être négligées sur des séquences codées relativement longues (8100 octets pour une trame DVB-S2). Il faut donc envisager une étape de synchronisation qui ne nécessite pas le décodage de la trame dans sa totalité. Pour cela, plusieurs approches sont possibles :

1. Les techniques d'estimation classiques *non data aided* (NDA) et *decision directed* (DD) [7] n'exploitent aucune information de redondance pour la synchronisation de porteuse. À faible rapport signal à bruit, la gigue de phase en sortie de ce type d'estimateurs est trop importante pour garantir la convergence du décodeur.
2. Les algorithmes dits *pilot aided* (PA), sont fondés sur la transmission de symboles de référence. Des symboles pilotes doivent alors être insérés dans les trames codées.
3. Lorsqu'une information de décodage peut être obtenue à partir d'un nombre réduit de symboles reçus, on peut en tenir compte pour la synchronisation, tout en restant capable de suivre une variation de la phase relativement importante. En particulier, lorsque le codage canal met en jeu des codes convolutifs, des algorithmes utilisant des *tentative decisions* [5, 6] sur les sym-

boles reçus ont montré de bonnes performances en présence de bruit de phase. En revanche, dans le cas général (par exemple, avec des codes LDPC), il n'est pas envisageable de décoder partiellement les données.

Afin d'assister la récupération de phase dans cette situation, nous nous proposons d'introduire dans la chaîne de transmission un code de parité simple et court [8]. Nous présentons ici un détecteur de phase qui tire profit de ce code supplémentaire. Après la définition de quelques notations et une brève description de notre schéma de transmission au paragraphe 2, nous traitons au paragraphe 3 le problème du décodage souple d'une équation de parité à partir des symboles reçus, pour une modulation de phase à huit états (MDP8). Introduite dans la vraisemblance de la phase, l'information de décodage permet d'obtenir un détecteur de phase relativement simple, que nous appellerons par la suite détecteur SDD (pour *soft decision directed*). Nous étudions enfin au paragraphe 4 les performances de ce détecteur pour l'estimation d'une erreur de phase non constante, en prenant pour modèle l'interface-air définie par la norme DVB-S2 pour une transmission continue avec la modulation MDP8.

## 2. Modèle de transmission et notations

Nous considérerons par la suite le modèle de transmission en bande de base illustré en Fig. 1. Après codage canal, la redondance d'un code de parité supplémentaire est ajoutée aux données transmises. Après codage bits/symboles, les symboles complexes  $d_k = a_k + jb_k$  sont envoyés dans le filtre d'émission. Les symboles  $d_k$  appartiennent à un ensemble fini de  $M$  symboles  $\{s_0, \dots, s_{M-1}\}$ . Dans le cadre de cette étude, nous nous intéressons à des constellations de symboles de type MDP8. On définit alors les symboles complexes de la constellation par :

$$s_l = \sqrt{E_s} e^{j \frac{(2l+1)\pi}{8}} \quad \text{pour } l = 0, \dots, 7$$

où  $E_s$  est l'énergie d'un symbole choisie ici égale à 1. La constellation considérée (construite suivant un codage de Gray) est représentée en Fig. 2.

On suppose ici que la synchronisation d'horloge est optimale, c'est-à-dire que le signal est échantillonné aux instants optimaux en sortie du filtre de réception. On n'a alors aucune interférence entre symbole, et les échantillons peuvent être exprimés comme suit :

$$y_k = d_k e^{j\varphi_k} + n_k$$

où :

-  $\varphi_k$  désigne l'erreur de phase affectant le  $k$ -ième symbole reçu. Nous faisons ici l'hypothèse que l'erreur sur la fréquence porteuse est suffisamment faible pour que le filtre de réception reste

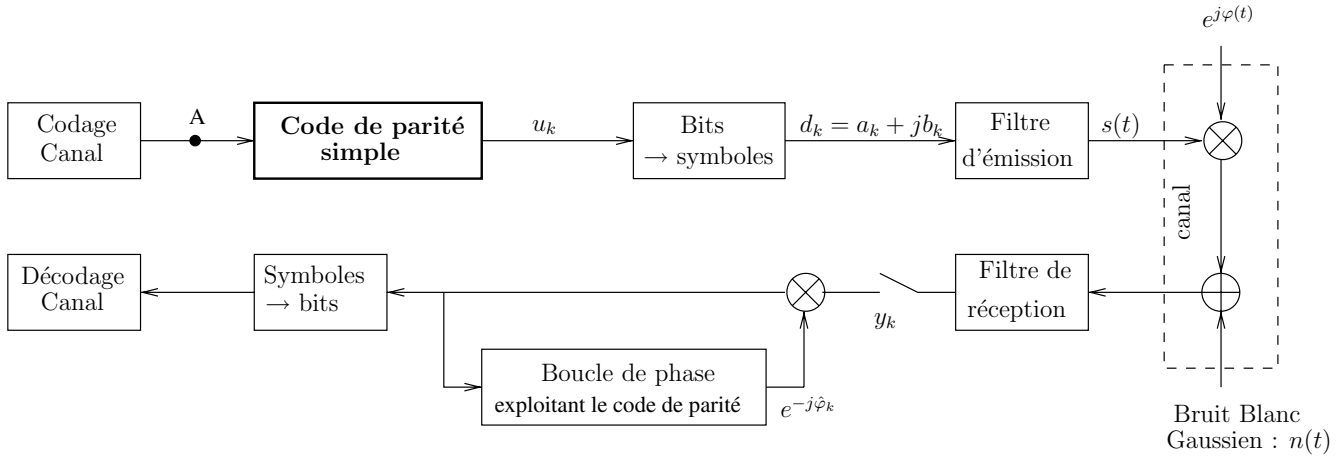


Figure 1. Insertion d'un code de parité dans la chaîne de transmission.

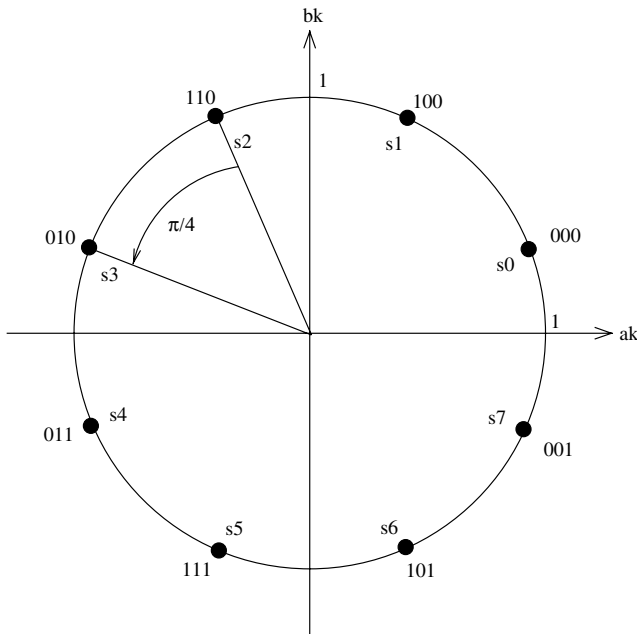


Figure 2. Constellation MDP8 avec codage de Gray.

adapté. Cela peut nécessiter une étape préalable de correction grossière de la fréquence, qui n'est pas étudiée ici. L'erreur de phase peut alors s'écrire :

$$\varphi_k = \varphi_0 + k \frac{\Delta f}{R_s} + \varphi_{phn}(k) \quad (1)$$

où

$\Delta f$  représente l'erreur sur la fréquence porteuse

$R_s = \frac{1}{T_s}$  est le rythme symbole

$\varphi_{phn}(k)$  est un échantillon de bruit de phase

$n_k$  désigne un échantillon de bruit additif blanc Gaussien complexe :  $n_k$  se décompose en la somme de deux composantes (réelle et imaginaire) gaussiennes indépendantes de variance  $\sigma^2 = \frac{N_0}{2}$ , où le paramètre  $N_0$  désigne la densité spectrale de puissance monolatérale du bruit.

**Remarque :** Les résultats présentés ici sont valables quel que soit le schéma de codage canal. Les étapes de codage et décodage canal n'ont donc pas été implantés dans notre modèle de simulation : nous désignerons par la suite par bits « utiles » les bits issus du codage canal (point A sur la Fig. 1) et par bits « codés » les bits  $u_k$  obtenus en sortie du codeur de parité simple.

### 3. Détecteur de phase fondé sur le décodage d'un code de parité

Après avoir défini les caractéristiques des codes de parité considérés, nous montrons ici comment extraire une information souple de décodage à partir des échantillons en sortie du filtre adapté. Les probabilités *a posteriori* ainsi calculées sont introduites dans la fonction de vraisemblance de la phase, et l'on en déduit l'expression d'un détecteur de phase dit « Soft Decision Directed » (SDD) [9].

#### 3.1. Codage : bits de parité

Un code de parité simple est un code en bloc, qui à une séquence de  $k_p$  bits  $\{u_0, \dots, u_{k_p-1}\}$  associe un bit de parité égal à la somme modulo 2 des bits de la séquence (Fig. 3) :

$$u_{k_p} = u_0 \oplus u_1 \oplus \dots \oplus u_{k_p-1} \quad (2)$$

où  $\oplus$  représente l'opérateur « ou exclusif » (XOR). La longueur de la séquence codée est de  $n_p = k_p + 1$  bits. Le rendement du code est  $R = \frac{k_p}{n_p} = \frac{k_p}{k_p+1}$ . On choisira par la suite des codes de

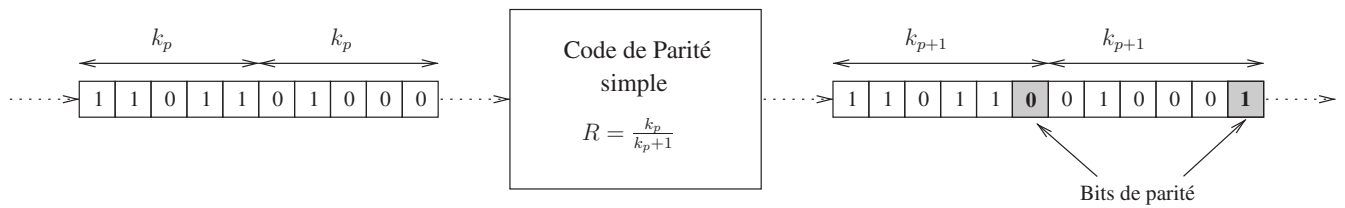


Figure 3. Exemple de code de parité simple (avec  $k_p = 5$ ).

longueur  $n_p = 3P$  avec  $P$  entier. Chaque séquence de  $n_p$  bits issus du codeur de parité est donc codée sur  $P$  symboles MDP8  $\{d_0, \dots, d_{P-1}\} \in \{s_0, \dots, s_7\}^P$ . Le  $p$ -ième bit codé sur un symbole  $s$  est noté  $s[p]$ .

### 3.2. Décodage souple d'un code de parité

On souhaite calculer les probabilités *a posteriori*  $P_{k,l}^{app} \triangleq P[d_k = s_l | y_0, \dots, y_{P-1}]$  pour tous les symboles transmis  $(d_k)_{k=0, \dots, P-1}$  et tous les symboles de la constellation  $(s_l)_{l=0, \dots, M-1}$ . Dans [10, 11], R.G. Gallager développe ces probabilités pour une modulation binaire (c'est-à-dire lorsque  $M = 2$ ). Nous étendons ici le résultat à une modulation d'ordre 8. Pour la clarté de l'exposé, on développe d'abord le calcul de  $P_{k,l}^{app}$  lorsque  $P = 2$  c'est-à-dire que chaque équation de parité implique deux symboles MDP8. On généralisera ensuite le résultat à  $P$  quelconque.

#### 3.2.1. Décodage d'une équation de parité impliquant 2 symboles MDP8

- Les bits  $u_0, u_1, u_2$  correspondent au symbole  $d_0$
- Les bits  $u_3, u_4, u_5$  correspondent au symbole  $d_1$
- Ces bits vérifient  $u_0 \oplus u_1 \oplus u_2 \oplus u_3 \oplus u_4 \oplus u_5 = 0$

On détaille ici le calcul de  $P_{0,l}^{app}$ , mais l'expression de  $P_{1,l}^{app}$  peut être obtenue de façon analogue.

$$P_{0,l}^{app} = P[d_0 = s_l | y_0, y_1] = \frac{P[d_0 = s_l, y_0, y_1]}{P[y_0, y_1]} \quad (3)$$

Le terme  $P[y_0, y_1]$  est commun à toutes les probabilités calculées, on peut donc l'éliminer par normalisation :

$$P_{0,l}^{app} \propto P[d_0 = s_l, y_0, y_1] \quad (4)$$

Par ailleurs, on a :

$$P[d_0 = s_l, y_0, y_1] = \sum_{j=0}^7 P[d_0 = s_l, d_1 = s_j, y_0, y_1] \quad (5)$$

Or si l'on tient compte de l'indépendance de  $y_0$  avec  $y_1$  et  $d_1$  (de même que  $y_1$  avec  $d_0$ ), il suit que :

$$\begin{aligned} P[d_0 = s_l, d_1 = s_j, y_0, y_1] &= P[y_0 | d_0 = s_l, d_1 = s_j, y_1] P[d_0 = s_l, d_1 = s_j, y_1] \\ &= P[y_0 | d_0 = s_l] P[d_0 = s_l, d_1 = s_j, y_1] \\ &= P[y_0 | d_0 = s_l] P[y_1 | d_0 = s_l, d_1 = s_j] P[d_0 = s_l, d_1 = s_j] \\ &= P[y_0 | d_0 = s_l] P[y_1 | d_1 = s_j] P[d_0 = s_l, d_1 = s_j] \end{aligned} \quad (6)$$

En remplaçant (6) dans (5), on obtient :

$$P[d_0 = s_l, y_0, y_1] = \sum_{j=0}^7 P[y_0 | d_0 = s_l] P[y_1 | d_1 = s_j] P[d_0 = s_l, d_1 = s_j] \quad (7)$$

De plus :

$$P[d_0 = s_l, d_1 = s_j] = P[u_0, \dots, u_5] = P[u_5 | u_0, \dots, u_4] \prod_{i=0}^4 P[u_i] \quad (8)$$

**Remarque 1 :** La dernière égalité se fonde sur l'hypothèse que les bits  $u_0$  à  $u_4$  sont indépendants (hypothèse réaliste dans la mesure où dans notre contexte, le code canal appliqué en amont sur les données est très long par rapport à la taille des équations de parité).

**Remarque 2 :** Les notations dans l'expression (8) sont abusives dans le sens où il faudrait écrire  $P[u_0 = s_l, [0]]$  au lieu de  $P[u_0]$ ,  $P[u_1 = s_l, [1]]$  au lieu de  $P[u_1]$ ,  $P[u_2 = s_l, [2]]$  au lieu de  $P[u_2]$ ,  $P[u_3 = s_j, [0]]$  au lieu de  $P[u_3]$ ,  $P[u_4 = s_j, [1]]$  au lieu de  $P[u_4]$  et  $P[u_5 = s_j, [2]]$  au lieu de  $P[u_5]$ .

En supposant les bits  $u_0, \dots, u_4$  équiprobables, le terme  $\prod_{i=0}^4 P[u_i]$  ne dépend ni de  $s_l$ , ni de  $s_j$ . Par ailleurs, par définition du code de parité,  $P[u_5 | u_0, \dots, u_4]$  vaut 1 lorsque  $\omega(s_l) \oplus \omega(s_j) = 0$  (c'est-à-dire que l'équation de parité est respectée) et 0 lorsque  $\omega(s_l) \oplus \omega(s_j) = 1$ . En combinant (4), (7) et (8) on obtient donc, après élimination des termes multiplicatifs constants :

$$P_{0,l}^{app} = P[y_0 | d_0 = s_l] \sum_{j=0}^3 P[y_1 | d_1 = s_j^*] \quad (9)$$

où  $\{s_j^*\}_{j=0, \dots, 3}$  sont les 4 symboles qui vérifient l'équation de parité pour  $s_l$  donné :

$$\omega(s_l) \oplus \omega(s_j^*) = 0 \quad (10)$$

où l'on note  $\omega(s)$  la somme modulo 2 des bits correspondant à un symbole  $s$ .

À propos de l'expression (9), on peut faire les remarques suivantes :

1. Le terme  $P_{0,l}^{cnl} \triangleq P[y_0|d_0 = s_l]$  est une probabilité canal sur le symbole  $d_0$ , qui se calcule facilement à partir de l'observation  $y_0$ , à condition de connaître le niveau de puissance du bruit Gaussien  $N_0 = 2\sigma^2$  :

$$P_{0,l}^{cnl} = \lambda \exp\left(-\frac{|y_0 - s_l|^2}{2\sigma^2}\right) \quad (11)$$

Le terme multiplicatif constant  $\lambda$  s'obtient à partir de l'hypothèse  $P_{0,l}^{cnl} + P_{1,l}^{cnl} = 1$ .

2. La somme  $\sum_{j=0}^3 P[y_1|d_1 = s_j^*]$  peut prendre 2 valeurs, qu'on note  $F_{0,0}$  lorsque  $\omega(s_l) = 0$  et  $F_{0,1}$  lorsque  $\omega(s_l) = 1$ . Ce terme correspond à l'information apportée sur le symbole  $d_0$  par le symbole  $d_1$  impliqué dans la même équation de parité.

3.2.2. Décodage d'une équation de parité impliquant  $P$  symboles MDP8

#### A) Expression de $P_{k,l}^{app}$ pour $k = 0$ :

Le résultat précédent se généralise immédiatement au cas d'une équation de parité impliquant  $P$  symboles :

$$\begin{aligned} P_{0,l}^{app} &= P[d_0 = s_l | y_0, \dots, y_{P-1}] \\ &= P[y_0 | d_0 = s_l] \sum_{j_1=0}^3 \dots \sum_{j_{P-1}=0}^3 \\ &\quad P[y_1 | d_1 = s_{j_1}^*] \dots P[y_{P-1} | d_{P-1} = s_{j_{P-1}}^*] \end{aligned} \quad (12)$$

où  $\{s_{j_1}^*, \dots, s_{j_{P-1}}^*\}$ , avec  $j_1, \dots, j_{P-1} \in \{0, \dots, \frac{M}{2} - 1\}$  sont toutes les combinaisons de symboles  $d_1$  à  $d_{P-1}$  qui vérifient l'équation de parité pour  $d_0 = s_l$  donné :

$$\omega(s_l) \oplus \omega(s_{j_1}^*) \oplus \dots \oplus \omega(s_{j_{P-1}}^*) = 0 \quad (13)$$

#### B) Expression de $P_{k,l}^{app}$ pour $k$ quelconque :

Par permutation sur les indices, on obtient finalement l'expression de  $P_{k,l}^{app}$  pour  $k = 0, 1 \dots P - 1$  :

$$P_{k,l}^{app} = \begin{cases} P_{k,l}^{cnl} F_{k,0} & \text{si } \omega(s_l) = 0 \\ P_{k,l}^{cnl} F_{k,1} & \text{si } \omega(s_l) = 1 \end{cases} \quad (14)$$

où :

1. Les termes  $P_{k,l}^{cnl} \triangleq P[y_k | d_k = s_l]$  représentent les probabilités canal sur le symbole  $d_k$  :

$$P_{k,l}^{cnl} = \lambda \exp\left(-\frac{|y_k - s_l|^2}{2\sigma^2}\right) \quad (15)$$

avec :

$$\lambda = \frac{1}{\sum_{l=0}^M \exp\left(-\frac{|y_k - s_l|^2}{2\sigma^2}\right)} \quad (16)$$

2. Les termes  $F_{k,0}$  et  $F_{k,1}$  représentent l'information apportée sur le symbole  $d_k$  par tous les autres symboles impliqués dans la

même équation de parité, assimilable à l'information extrinsèque qui apparaît lors du décodage des codes LDPC [11].  $F_{k,0}$  (resp.  $F_{k,1}$ ) est la probabilité que  $\omega(d_k) = 0$  (resp.  $\omega(d_k) = 1$ ), calculée à partir des symboles  $\{y_j\}_{j \neq k}$ .

3.2.3. Mise en œuvre pratique du décodage

D'après l'expression (14), le décodage s'opère facilement en quatre étapes :

1. Calcul des  $M$  probabilités canal pour chacun des  $P$  symboles reçus :  $\{P_{k,l}^{cnl}\}_{k \in \{0, \dots, P-1\}}$  à l'aide de l'expression (15).  
 $l \in \{0, \dots, M-1\}$

2. Pour chaque symbole, calcul des deux probabilités  $\Psi_{k,0} \triangleq P[y_k | \omega(d_k) = 0]$  et  $\Psi_{k,1} \triangleq P[y_k | \omega(d_k) = 1]$  :

$$\begin{cases} \Psi_{k,0} = \sum_{l: \omega(s_l)=0} P_{k,l}^{cnl} \\ \Psi_{k,1} = \sum_{l: \omega(s_l)=1} P_{k,l}^{cnl} \end{cases} \quad (17)$$

3. Calcul des probabilités extrinsèques  $F_{k,0}$  et  $F_{k,1}$  à partir des probabilités  $\Psi_{j,0}$  et  $\Psi_{j,1}$  pour  $j \neq k$  [9] :

$$\begin{cases} F_{k,0} = \frac{1 + \prod_{j \neq k} (1 - 2\Psi_{j,1})}{2} \\ F_{k,1} = \frac{1 - \prod_{j \neq k} (1 - 2\Psi_{j,1})}{2} \end{cases} \quad (18)$$

4. Calcul des probabilités *a posteriori*  $P_{k,l}^{app}$  à l'aide de l'expression (14) pour  $k = 0, 1 \dots P - 1$  et  $l = 0, 1 \dots 7$ . Pour chaque valeur de  $k$ , ces probabilités sont normalisées par le facteur  $\frac{1}{\sum_{l=0}^7 P_{k,l}^{app}} = \frac{1}{F_{k,0}\Psi_{k,0} + F_{k,1}\Psi_{k,1}}$ .

### 3.3. Expression du détecteur proposé

Une démarche inspirée de l'algorithme *Expectation-Maximisation* [3] et consistant à estimer la vraisemblance de la phase  $\Lambda(\varphi)$  à partir de probabilités *a posteriori* sur les symboles transmis ( $S_i$ ) conduit à l'expression suivante, à faible rapport signal à bruit [12] :

$$\Lambda(\tilde{\varphi}) = \text{Re}\left(\sum_{k=0}^{P-1} \delta_k^* y_k e^{-j\tilde{\varphi}}\right) \quad (19)$$

où les coefficients complexes  $\delta_k$  sont des barycentres des symboles de la constellation, pondérés par les probabilités *a posteriori* issues du décodage du code de parité, que l'on désignera par la suite par « décisions souples » :

$$\delta_k = \sum_{l=0}^7 P_{l,l}^{app} s_l$$

En dérivant la fonction de vraisemblance (19), on obtient l'expression d'un détecteur de phase fondé sur ces décisions souples et désigné par SDD (pour Soft Decision Directed) :

$$u_{SDD}(k) = \text{Im}(\delta_k^* y_k e^{-j\tilde{\varphi}_k}) \quad (20)$$



où  $\hat{\varphi}_k$  désigne la phase estimée dans la boucle au moment où l'échantillon  $y_k$  est reçu.

### 3.4. Apport du code de parité

L'apport du code de parité dans l'estimation de la phase peut se comprendre en observant la répartition des coefficients  $\delta_k$  dans le plan complexe (Fig. 4) :

1. lorsque l'échantillon reçu  $y_k$  est fiable,  $\delta_k$  tend vers le point de la constellation le plus vraisemblable ; le détecteur SDD (20) se comporte alors comme un détecteur avec décisions dures.

2. L'apport du code de parité sur les performances de synchronisation se comprend en considérant un échantillon reçu peu fiable, c'est-à-dire lorsque plusieurs symboles de la constellation  $s_l$  sont caractérisés par des probabilités  $P_{k,l}^{app}$  comparables :  
 - En absence de code de parité, les symboles de la constellation les plus probables sont les plus proches de  $y_k$  (au sens de la distance euclidienne). Ce sont nécessairement les deux symboles contigus  $s_p$  et  $s_q$  dont les phases respectives sont les plus proches de l'argument de  $y_k$ . L'expression de  $\delta_k$  peut alors le plus souvent se réduire à  $\delta_k \simeq P_{k,p}^{cnl} s_p + P_{k,q}^{cnl} s_q$ , c'est-à-dire que  $\delta_k$  se trouve sur le segment  $[s_p, s_q]$ , ce qu'on peut observer sur la figure 4(a).

- En présence d'un code de parité les choses se passent autrement. La constellation MDP8 considérée ici (Fig. 2) est construite selon un codage de Gray. La somme des bits de deux symboles contigus est alors nécessairement différente. Lorsque le symbole  $d_k$  est impliqué dans une équation de parité, les symboles de la constellation avec les plus grandes probabilités  $P_{k,l}^{app}$  ne peuvent pas être contigus. C'est pourquoi lorsqu'une ambiguïté apparaît sur la phase du symbole reçu  $y_k$ , le module de  $\delta_k$  est plus faible qu'en absence de code de parité, ce que l'on constate sur la figure 4(b).

Si l'on considère maintenant le fait que dans l'expression du détecteur SDD (20), le poids d'un échantillon  $y_k$  est pondéré par  $|\delta_k|$ , il apparaît donc que le code de parité permet de réduire l'influence des symboles peu fiables dans l'estimation de la phase.

## 4. Performances de l'algorithme proposé

Le détecteur proposé est inséré dans une boucle de phase du second ordre, et ses performances sont étudiées aux rapports signal à bruit les plus faibles envisagés dans la norme DVB-S2 pour la modulation MDP8 (jusqu'à  $E_s/N_0 = 5.5 dB$  dans le canal de transmission). Après l'étude de la caractéristique du détecteur SDD en boucle ouverte, nous présentons les performances de synchronisation obtenues, d'abord pour l'estimation d'une phase constante, puis en présence de bruit de phase et d'une erreur de fréquence.

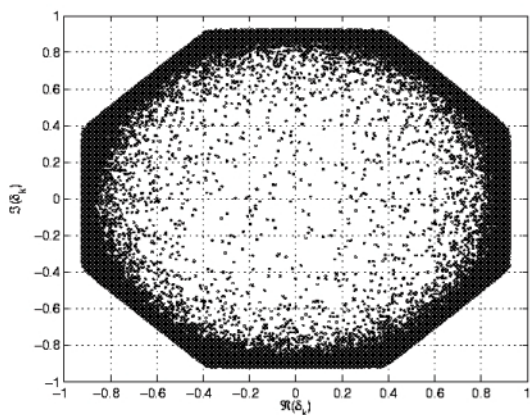
Nous avons considéré ici à titre de références les détecteurs classiques [7] *non data aided* (NDA) et *decision directed* (DD), dont les expressions respectives sont :

$$u_{NDA}(k) = \frac{1}{8} |y_k|^2 \sin(8 \arg\{y_k e^{-j\hat{\varphi}}\}) \tag{21}$$

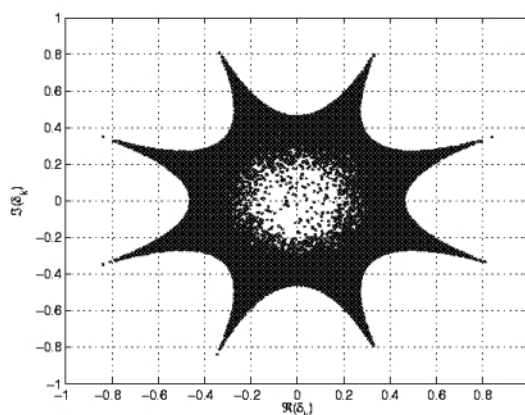
$$u_{DD}(k) = \text{Im}(\hat{d}_k^* y_k e^{-j\hat{\varphi}}) \tag{22}$$

où  $\hat{d}_k$  est le symbole de la constellation obtenu en prenant une décision dure sur le symbole reçu  $y_k$ .

**Remarque :** le détecteur NDA proposé ici, inspiré de l'estimateur de Viterbi et Viterbi [13], est préféré au détecteur issu du maximum de vraisemblance [14], moins performant.



(a) Pas de code



(b) Code de parité de rendement 5/6

Figure 4. Constellation des coefficients  $\delta_k$  lorsque  $E_s/N_0 = 5 dB$ .

#### 4.1. Réponse en boucle ouverte

La caractéristique du détecteur proposé (Fig. 5) est une courbe en S classique, dont la pente à l'origine (c'est-à-dire le gain) dépend du rapport signal à bruit  $E_s/N_0$ , où  $E_s$  représente l'énergie d'un symbole transmis et  $N_0 = 2\sigma^2$  la densité spectrale de puissance (monolatérale) de bruit dans le canal. Une estimation du rapport signal à bruit est donc nécessaire pour régler la bande de bruit équivalente en boucle fermée.

#### 4.2. Estimation d'une phase constante

Des simulations avec une erreur de phase constante permettent de comparer le comportement des estimateurs en présence de bruit gaussien (Fig. 6). Les boucles de phase sont comparées pour une bande de bruit équivalente  $B_f T_s = 10^{-4}$ , où  $T_s$  repré-

sente la durée d'un symbole. Il apparaît que le détecteur SDD est plus performant que les détecteurs DD et NDA, et que la gigue de phase se rapproche de la borne de Cramer-Rao lorsque le rendement du code de parité diminue. Notons qu'à  $E_s/N_0 = 5.5 \text{ dB}$ , avec un code de rendement 5/6, l'algorithme SDD permet de réduire la variance d'estimation d'un facteur 11 par rapport à la boucle NDA et d'un facteur 16 par rapport à l'algorithme DD. Les gains correspondants sur le rapport signal à bruit sont alors respectivement de  $2 \text{ dB}$  et  $2.5 \text{ dB}$ .

#### 4.3. Suivi du bruit de phase

Lorsque la phase à estimer varie au cours du temps, un compromis sur la bande de bruit dans la boucle s'avère nécessaire. En effet, si une boucle étroite atténue mieux les effets du bruit gaussien, une large bande de bruit est préférable pour suivre les

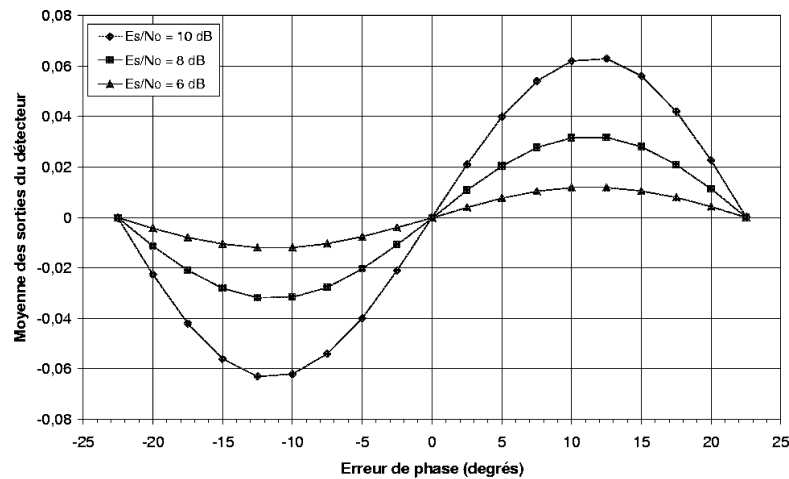


Figure 5. Détecteur SDD : courbes en S ( $n_p = 6$ ).

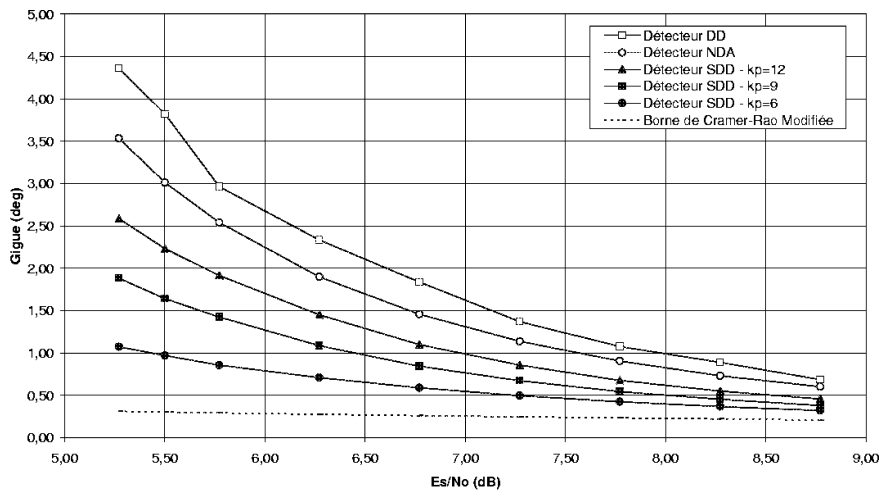


Figure 6. Estimation d'une phase constante : écart-type des estimées en degrés en fonction de  $E_s/N_0$  ( $B_f T_s = 10^{-4}$ ).

variations de la phase. Nous avons considéré dans nos simulations un modèle de bruit de phase conforme au gabarit à deux pentes proposé dans la norme DVB-S2 [2] pour l'évaluation de la synchronisation de phase dans une chaîne de transmission à 25 Mbauds (représenté en Fig. 7). Le détecteur SDD ayant montré de bonnes performances en présence de bruit gaussien, il permet d'élargir la bande de bruit en présence de bruit de phase. L'écart-type des erreurs d'estimation est représenté en fonction de la bande de bruit en Fig. 8 pour un rapport signal à bruit de 7.8 dB dans le canal de transmission. On vérifie que la bande de bruit optimale est plus large avec le détecteur SDD qu'avec les détecteurs DD et NDA. On gagne alors, dans le meilleur des cas (lorsque  $n_p = 6$ ) un facteur 2 sur la variance de l'erreur par rapport à la boucle NDA, et un facteur 2.6 par rapport à la boucle DD. On note également que dans les boucles SDD, la gigue de phase est moins sensible à un écart de la bande de bruit par rapport à la bande optimale, que dans les boucles classiques.

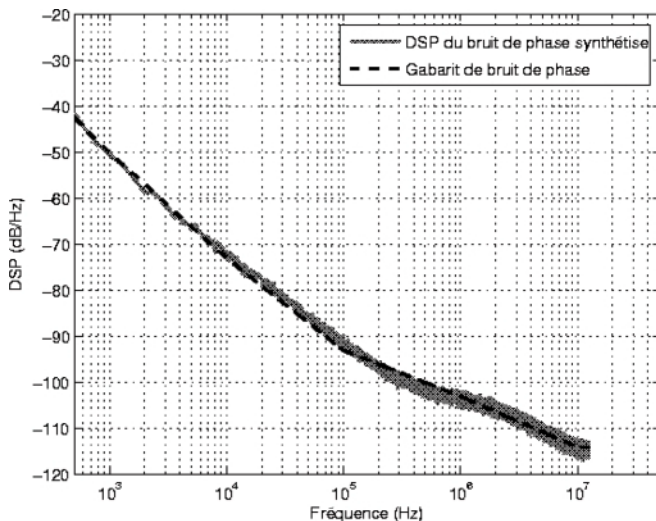


Figure 7. Densité spectrale de puissance du bruit de phase comparé au gabarit DVB-S2 pour une transmission à 25 MBauds.

Afin de comparer les performances des détecteurs en présence de bruit de phase et pour plusieurs rapports signal à bruit, nous avons représenté (Fig. 9) les giges de phases obtenues avec les boucles NDA, DD et SDD lorsque la bande de bruit est à sa valeur optimale. Afin de tenir compte de la perte d'efficacité en puissance due au code de parité supplémentaire, les rapports signal à bruit sont exprimés par rapport aux bits non codés. Pour un code de rendement  $\frac{k_p - 1}{k_p}$ , on a :

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{E_s}{N_0} - 10 \log_{10} \left( \frac{k_p - 1}{k_p} \right) - 10 \log_{10}(3) \quad (23)$$

Comparé aux algorithmes classiques et à efficacité en puissance constante, l'algorithme SDD avec  $n_p = 6$  permet de gagner 1.5

à 2 dB sur le rapport signal à bruit en présence de bruit de phase.

#### 4.4. Résistance à une erreur de fréquence

Nous avons considéré dans notre modèle des boucles de phase du second ordre, par essence bien adaptées au suivi d'une erreur de fréquence [7]. Les giges d'estimation obtenues aux bandes de bruit optimales pour le suivi du bruit de phase sont toujours atteintes lorsque l'erreur de fréquence ne dépasse pas 1% du rythme symbole. Au-delà, les performances de la boucle se dégradent rapidement, car les variations de la phase deviennent trop rapides pour être négligées sur les  $P$  symboles impliqués dans chaque équation de parité.

## 5. Conclusion

Nos résultats montrent qu'il est possible d'améliorer sensiblement la synchronisation de phase porteuse à très faible rapport signal à bruit en tirant profit du décodage souple d'un code de parité. Le décodage souple d'un code de parité à partir des échantillons reçus en sortie du filtre adapté est détaillé ici pour un schéma de modulation de type MDP8. Le détecteur SDD fondé sur l'information ainsi extraite présente de bonnes performances dans des conditions de réception réalistes et en présence de bruit de phase. La technique proposée semble notamment bien adaptée au contexte des télécommunications par satellite, compte tenu de la limitation des performances des oscillateurs dans des bandes de fréquences toujours plus élevées (bande Ka pour des systèmes DVB-S2). Le prix à payer ici pour l'amélioration des performances de synchronisation est une diminution de l'efficacité spectrale du système : dans [15], l'approche présentée dans cet article est comparée à une approche fondée sur des symboles pilotes pour une même perte d'efficacité spectrale. Par ailleurs, il faut inscrire en perspective à ce travail l'éventualité de construire des codes correcteurs d'erreurs particuliers (par exemple de type LDPC) dont la structure permettrait l'utilisation de l'algorithme proposé sans ajout de redondance, et donc sans perte d'efficacité spectrale et en puissance [9].

## Références

[1] *Digital Video Broadcasting (DVB) – Interaction Channel for Satellite Distribution Systems – Ref. ETSI EN 301 790 v1.3.1*, mars 2003.  
 [2] *Digital Video Broadcasting (DVB) – Second Generation Framing Structure, Channel Coding and Modulation Systems for Broadcasting, Interactive Services, News Gathering and other Broadband Satellite Applications – Ref. ETSI EN 302 307 v1.3.1*, janvier 2004.



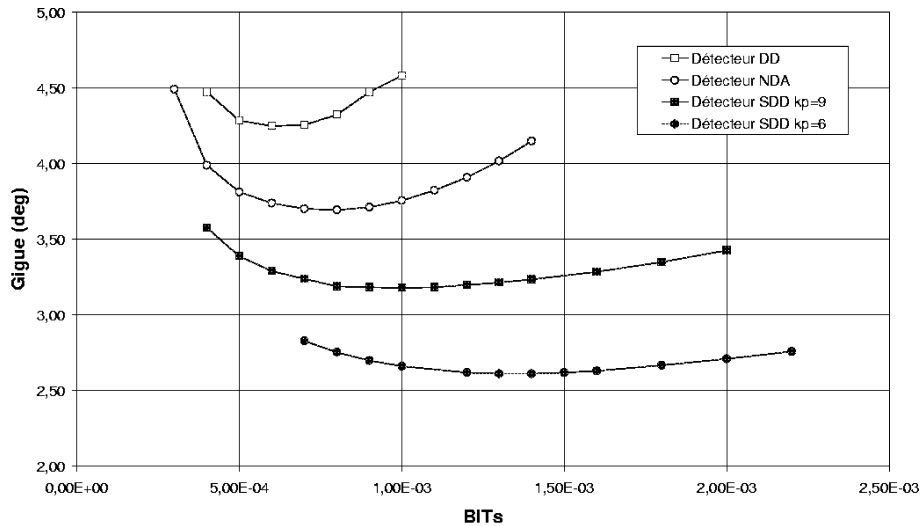


Figure 8. Performances en présence de bruit de phase: écart-type des estimées en fonction de la bande de bruit –  $E_s/N_0 = 7.8$  dB.

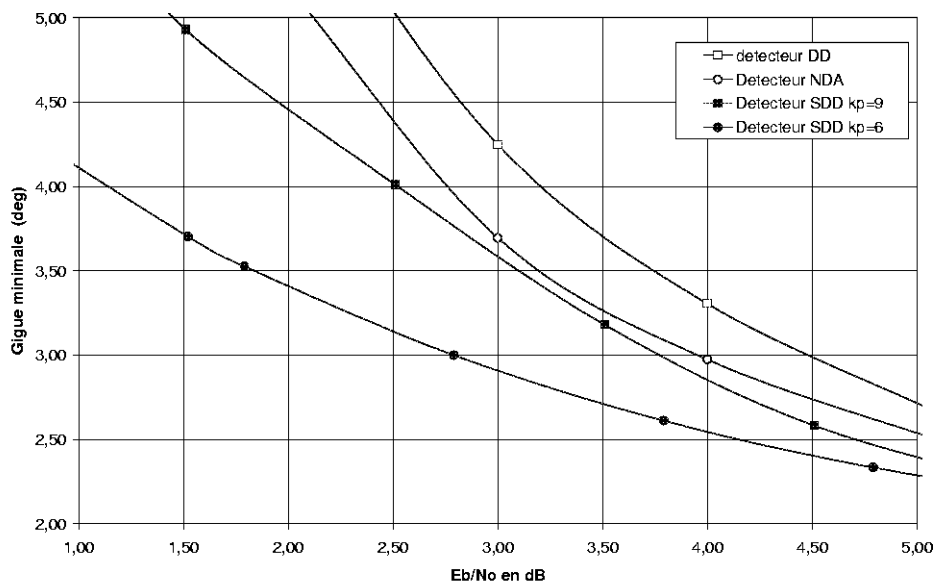


Figure 9. Performances en présence de bruit de phase: giges minimales en fonction de  $E_b/N_0$ .

- [3] V. LOTTICI, M. LUISE, Embedding carrier phase recovery into iterative decoding of turbo-coded linear modulations, *IEEE Transactions on Communications*, 52(4): 661-669, avril 2004.
- [4] H. STEENDAM, N. NOELS, M. MOENACLAEY, Iterative carrier phase synchronization for low-density parity-check coded systems, *Proceedings of the IEEE International Conference on Communications (ICC)*, pages 3120-3124, mai 2003.
- [5] C. MORLET, *Démodulateur embarqué multiporteuses pour services multimédia par satellites*, École Nationale Supérieure des Télécommunications de Paris, 2000.
- [6] C. LANGLAIS, M. HÉLARD, Using tentative decisions for carrier phase recovery of turbo-coded transmissions, *Electronics letters*, 37(9): 606-607, avril 2001.
- [7] H. MEYR, M. MOENACLAEY, S.A. FECHTEL, *Digital Communication Receivers: Synchronization, Channel estimation and Signal Processing*, J. Wiley and Sons, 1998.
- [8] D.M. RANKIN, T.A. GULLIVER, Single Parity Check Product Codes, *IEEE Transactions on Communications*, 49(8): 1354-1362, août 2001.
- [9] M. DERVIN, *Synchronisation de porteuse à très faible rapport signal à bruit pour applications satellite large bande*, École Nationale Supérieure des Télécommunications de Paris, 2005.
- [10] R.G. GALLAGER, Low-density parity-check codes, *IRE Transactions on Information Theory*, IT-9: 21-28, janvier 1962.
- [11] R.G. GALLAGER, *Low-Density Parity-Check codes*, MIT Press, Cambridge, 1963.
- [12] M. DERVIN, M.L. BOUCHERET, G. MESNAGER, A. DUCASSE, Phase detection involving parity-check equations and suited to transmissions at low signal to noise ratio, *Proceedings of the IEEE International Conference on Communications (ICC)*, volume 3, pages 2080-2084, mai 2005.

- [13] A. J. VITERBI, A. M. VITERBI, Nonlinear Estimation of PSK-Modulated Carrier Phase with Application to Burst Digital Transmission, *IEEE Transactions on Information Theory*, 29(4): 543-551, juillet 1983.
- [14] M. MOENECLAEY, G. de JONGHE, ML-oriented NDA Carrier Synchronization for General Rotationally Symmetric Signal Constellations, *IEEE Transactions on Communications*, 42(8): 2531-2533, août 1994.
- [15] N. NOELS, M. DERVIN, M. MOENECLAEY, M.L. BOUCHERET, Carrier phase tracking at low signal-to-noise ratio: a performance comparison of a parity-code-aided and a pilot-symbol-assisted approach, *Accepté pour présentation et publication dans les actes du futur workshop de l'ESA: Signal Processing for Space Communications (SPSC)*, septembre 2006.



Mathieu **Dervin**

Mathieu Dervin est titulaire du diplôme d'ingénieur de l'École Nationale Supérieure des Télécommunications (ENST) de Paris. Il a effectué ses travaux de recherche de 2002 à 2005 au sein du laboratoire coopératif TéSA (Toulouse), puis du laboratoire IRIT rattaché à l'ENSEEIH (Toulouse). Il obtient en décembre 2005 le diplôme de docteur de l'ENST. Il travaille actuellement au sein du département de recherche d'Alcatel Alenia Space. Ses activités portent sur les aspects liés à la forme d'onde pour de futurs systèmes de télécommunications par satellite.

Marie-Laure **Boucheret**

Marie-Laure Boucheret est titulaire du diplôme d'ingénieur de l'ENST Bretagne (1985), du doctorat de l'ENST (1997) et de l'habilitation à diriger des recherches de l'INP de Toulouse (1999). Ingénieur chez Philips France, puis chez Alcatel Alenia Space, elle rejoint l'ENST, site de Toulouse en 1991 comme enseignant chercheur (Maitre de conférences puis Professeur). Depuis Mars 2006, elle est Professeur au département réseaux et télécommunications de l'ENSEEIH (Toulouse). Son domaine de recherche est le traitement numérique du signal pour les communications numériques.



Gilles **Mesnager**

Gilles Mesnager est docteur en traitement du signal de l'Institut National Polytechnique de Toulouse (1994). Il est actuellement ingénieur dans le département de recherche en télécommunications d'Alcatel Alenia Space, responsable du groupe de recherche « modulation et codage » au sein du service « technologies charges utiles télécom ».



Alain **Ducasse**

Alain Ducasse est diplômé en 1993 de l'Institut National Polytechnique de Toulouse, et obtient le doctorat en traitement du Signal de l'INPT en 1997. En 2001, il intègre le département de recherche d'Alcatel Alenia Space. Ses activités de recherche concernent le (turbo) codage canal et l'architecture de récepteurs numériques.